

Наташа Каделбург • Коста Панић

# ФИЗИКА

за 3. разред  
гимназије

- теорија
- задаци
- тестови
- решења

КРУГ  
БЕОГРАД, 2009.

Аутори: *Наташа Кадембура*, професор Математичке гимназије у Београду,  
*Коста Панић*, професор Прве београдске гимназије

ФИЗИКА за 3. разред гимназије

Теорија, задаци, тестови, решења

Издавач: „Круг“, Београд, Устаничка 244т

тел. 011-347 5577, е-маил: [krugdoor@bb.rs](mailto:krugdoor@bb.rs)

За издавача: *Маријана Милошевић*

Рецензенти: *др Сунчица Егезовић-Хаџић*, професор Физичког факултета у Београду

*Билјана Георџић*

*Драгана Милићевић*, професор Гимназије у Крушевцу

Уредник: *Живорад Ивановић*

Преглежи: *Ива Стојановић*

На корицама: Пејрс Кларк Меквел (James Clerk Maxwell, 1831–1879), шкотски физичар који је поставио заједничку теорију електрицитета и магнетизма

ISBN 978-86-7136-160-6

СРР – Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

37.016:53(075.3)

**КАДЕМБУРА, Наташа**

Физика [за 3. разред гимназије : теорија,  
збирка задатака, тестови, решења] / Наташа

Кадембура, Коста Панић. [Преглежи Ива Стојановић].

– Београд : Круг, 2009 (Даново : Колор прес).  
– 327 стр. – граф. прикази, табеле ; 24 cm

Тираж 3000. – Напомене уз текст. –

Библиографија: стр. [327]. – Регистар.

ISBN 978-86-7136-160-6

1. Панић, Коста

COBISS.SR-ID 157527308

Тираж: 3000

Штампа: „Колор прес“, Даново

## Предговор

У учебник **Физика 3** у потпуности прати важећи наставни програм предмета Физика за трећи разред гимназије природно-математичког смера. Његов први део покрива теоријско градиво тог програма и подељен је у 11 поглавља која одговарају предивљеним темама. У другом делу дати су задаци, такође груписани у 11 поглавља. Овај део књиге представља скраћену верзију наше раније објављене Збирке задатака. Посебан део у збирци чине тестови који треба да послуже за рекапитулацију пређеног градива и контролу усвојености теоријског материјала, као и способљености за израду нумеричких примера. Трећи део књиге садржи детаљна решења или само резултате задатака и тестова.

Надамо се да ће овако концептираном књигом, која на једном месту садржи комплетан материјал Физике за трећи разред, ученици и њихови професори добити практичан учебник, довољан за усвајање обимног програма.

Дугујемо велику захвалност рецензентима, Сунчици Егезовић Хаџић, Билјани Георџић и Драгани Милићевић, које су врло пажљиво прочитале рукопис и својим примедбама утицали на његово побољшање. Ива Стојановић је са много пажње и стрпљива израдила не баш једноставне прегледе, а издавачко предузеће „Круг“ се веома ангажовало да ова књига буде и технички на високом нивоу. Преостали пропусти су само наши и бићемо захватни свима који нам на њих укажу.

У Београду, марта 2009.

Аутори

# Садржај

## Први део: ТЕОРИЈА

1. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНА ИНДУКЦИЈА.....	3
1.1. Закон електромагнетне индукције.....	3
1.2. Енергија магнетног поља.....	10
2. ОСЦИЛАЦИЈЕ.....	17
2.1. Осцилаторно кретање. Хармонијске осцилације.....	17
2.2. Слагање осцилација.....	25
2.3. Слободне осцилације.....	31
2.4. Пригушене и принудне осцилације.....	38
3. НАИЗМЕНИЧНА СТРУЈА.....	47
3.1. Синусна наизменична струја.....	47
3.2. Отпор у колу наизменичне струје (импеданса).....	51
3.3. Снага наизменичне струје.....	60
3.4. Производња и пренос наизменичне струје.....	62
3.5. Трофазна струја.....	67
4. ТАЛАСИ У МЕХАНИЦИ.....	71
4.1. Механички таласи.....	71
4.2. Одбијање и преламање таласа.....	77
4.3. Суперпозиција таласа.....	80
5. АКУСТИКА.....	89
6. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИ ТАЛАСИ.....	99
7. ТАЛАСНА ОПТИКА.....	109
7.1. Интерференција светлости.....	110
7.2. Дифракција светлости.....	114
7.3. Поларизација светлости.....	122

8.	ДИСПЕРЗИЈА И АПСОРПЦИЈА СВЕТЛОСТИ.....	129
8.1.	Одбијање и преламање светлости.....	129
8.2.	Дисперзија светлости.....	132
8.3.	Расејање и апсорпција светлости.....	134
8.4.	Брзина светлости.....	135
9.	ГЕОМЕТРИЈСКА ОПТИКА.....	139
9.1.	Огледала.....	140
9.2.	Преламање светлости кроз плочу и призму.....	146
9.3.	Сочива.....	148
10.	ФОТОМЕТРИЈА.....	157
10.1.	Објективне фотометријске величине.....	157
10.2.	Субјективне фотометријске величине.....	160
11.	ОПТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ.....	163

### Други део: ЗАДАЦИ И ТЕСТОВИ

1.	ЕЛЕКТРОМАГНЕТНА ИНДУКЦИЈА.....	177
1.1.	Фарадејев закон електромагнетне индукције.....	177
1.2.	Саминдукција.....	182
1.3.	Разни задаци.....	182
2.	ОСИЛЈАЦИЈЕ.....	184
2.1.	Линеарни хармонијски осцилатор.....	184
2.2.	Математичко и физичко кљатно.....	185
2.3.	Осцилаторно коло.....	186
2.4.	Принудене и принудне осцилације.....	187
2.5.	Разни задаци.....	187
3.	НАИЗМЕНИЧНА СТРУЈА.....	191
3.1.	Омов закон за коло наизменичне струје.....	191
3.2.	Генератори и трансформатори.....	195
3.3.	Разни задаци.....	196

4.	МЕХАНИЧКИ ТАЛАСИ.....	198
4.1.	Брзина и енергија таласа.....	198
4.2.	Једначина таласа.....	199
4.3.	Одбијање, преламање и интерференција таласа.....	199
4.4.	Разни задаци.....	200
5.	АКУСТИКА.....	202
5.1.	Извори звука.....	202
5.2.	Јачина звука.....	203
5.3.	Доплеров ефекат.....	203
5.4.	Разни задаци.....	204
6.	ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИ ТАЛАСИ.....	206
7.	ТАЛАСНА ОПТИКА.....	207
7.1.	Интерференција светлости.....	207
7.2.	Дифракција светлости.....	208
7.3.	Поларизација светлости.....	209
7.4.	Разни задаци.....	210
8.	СВЕТЛОСТ У РАЗНИМ СРЕДИНАМА.....	212
9.	ГЕОМЕТРИЈСКА ОПТИКА.....	214
9.1.	Одбијање и преламање светлости.....	214
9.2.	Сочива.....	214
9.3.	Сложени оптички системи.....	218
9.4.	Разни задаци.....	219
10.	ФОТОМЕТРИЈА.....	223
11.	ОПТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ.....	225
12.	ТЕСТОВИ.....	227
12.1.	Електромагнетна индукција.....	227
12.2.	Осцилације.....	231
12.3.	Наизменична струја.....	237
12.4.	Механички таласи.....	242
12.5.	Електромагнетни таласи.....	247

12.6. Геометријска оптика..... 252

### Трећи део: РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

1. Електромагнетна индукција.....	259
2. Осцилације.....	266
3. Наизменична струја.....	275
4. Механички таласи.....	281
5. Акустика.....	284
6. Електромагнетни таласи.....	288
7. Таласна оптика.....	289
8. Светлост у разним срединама.....	293
9. Геометријска оптика.....	296
10. Фотографија.....	308
11. Оптички инструменти.....	310
12. Тестови.....	313
Табеле.....	319
Индекс појмова.....	322
Литература.....	327

Први део

## ТЕОРИЈА

# 1. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНА ИНДУКЦИЈА

Мајкл Фарадеј (М. Faraday) открио је 1831. године електромагнетну индукцију, која му је омогућила да пренесе електричну енергију (снагу) из једног електричног кола у друго, мењајући струју у првом колу. Овим открићем Фарадеј је омогућило производњу и преносе електричне енергије на велико растојање од извора и њену дистрибуцију по насељима и фабрикама.

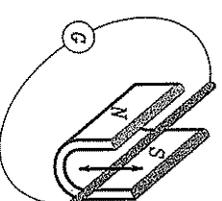
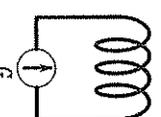
Иако је прошло скоро 180 година од Фарадејевог открића, још увек се откривају нове примене електромагнетне индукције.

Многи електрични уређаји (транзистор, мобилни телефон, дискмен, лампа, итд) користе батерије као извор енергије, али је далеко већи број апарата и система који користе електричну енергију произведену у електранама на принципу електромагнетне индукције. Данас електране имају огромне кондензаторе и могу да произведу снагу реда величине више мегавата. На принципу електромагнетне индукције раде и брзиномери у колима. Електромагнетна индукција се користи у индустрији у индукционим пећима (постигу се веома високе температуре – довољне за топљење метала) итд. Електромагнетна индукција има велику примену у магнетном записивању и чувању информација (хард диск код рачунара).

## 1.1. Закони електромагнетне индукције

### ■ Појава електромагнетне индукције

При проучавању магнетизма видели смо да свако кретање наелектрисања (на и електрична струја) у околном простору формира магнетно поље, тј. долази до претварања енергије електричног поља у енергију магнетног поља. Природно је поставити питање: да ли је могућ обратити процес, тј. да ли је могуће да се енергија магнетног поља претвори у енергију електричне струје?



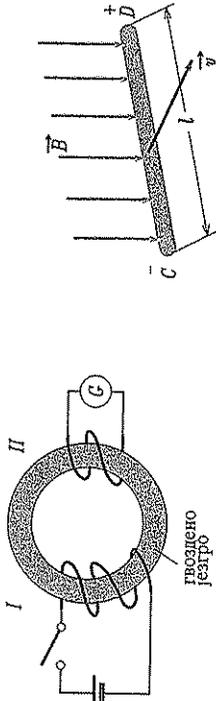
Слика 1

Слика 2

Једно време покушаји такве трансформације били су безуспешни. Коначно је везу између електрицитета и магнетизма успоставио Фарадеј. Он је извео експеримент из којег се видело да померањем магнета ка калему или од њега, у жици долази до појаве електричне струје, сл. 1. Смер струје у калему при приближавању магнета, супротан је од смера струје при удаљавању магнета.

Исто се дешавало када се магнет фиксира а коло помера, сл. 2.

Фарадеј је приказао и оглед са два калема намотана на гвоздени прстен, сл. 3. Један калем је био спојен са батеријом, а други са галванометром. Галванометар је показивао струју само при укључивању и искључивању прекидача. Такође се видело да скретање (галванометра који указује на смер струје) лево или десно од нултог положаја зависи од тога да ли се прекидач укључује или искључује.



Слика 3

Слика 4

Дакле, електромоторна сила се индукује или када се проводник (сл. 2) помера у магнетном пољу, или када се затворени проводник нађе у променљивом магнетном пољу (сл. 3).

## ■ Електромагнетна индукција и Лоренцова сила

Посматрајмо проводник на слици 4.

1. Правoliniјски проводник  $CD$  (дужине  $l$ ) помера се (сталном) брзином  $\vec{v}$  нормално на линије хомогеног магнетног поља индукције  $\vec{B}$ .

2. На наелектрисане честице у проводнику делује Лоренцова (магнетна) сила, па се слободни електрони померају ка крају  $C$  жице. На крају  $D$  остају некомпензована позитивна наелектрисања (у чворовима кристалне решетке). Како се електрони нагомилалају на крају  $C$  проводника, настаје електрично поље. Због тога се јавља електрична сила која има супротан смер од Лоренцове силе, па тежи да врати електроне ка крају  $D$ .

3. Када електрична сила достигне исти интензитет као магнетна (Лоренцова) сила, онда је

$$eE = evB.$$

$E$  је јачина електричног поља у проводнику, а она је повезана са разликом потенцијала у тачкама  $C$  и  $D$ , па може да се напише

$$E = \frac{U_{CD}}{l},$$

где је  $U_{CD}$  индукована разлика потенцијала. Овај „напон“ је електромоторна сила ( $\mathcal{E}_{ind}$ ) која се индуковала док се кретањем жице кроз магнетно поље раздвајало наелектрисање.

Комбинацијом ових формула,

$$e \frac{\mathcal{E}_{ind}}{l} = evB,$$

добијамо израз за индуковану електромоторну силу

$$\mathcal{E}_{ind} = Blv.$$

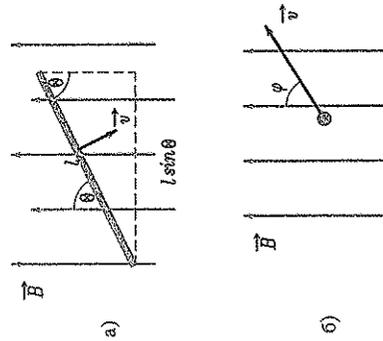
На основу изведеног може се закључити следеће.

Индукована електромоторна сила сразмерна је индукцији магнетног поља, дужини проводника и брзини којом се он креће.

Ако се проводник, који није нормалан на линије магнетног поља већ са њима заклана неки угао  $\theta$ , креће брзином чији је правац нормалан и на проводник и на линије поља (сл. 5а), онда је

$$\mathcal{E}_{ind} = Blv \sin \theta,$$

(израз  $l \sin \theta$  се често назива ефективном дужином проводника).



Слика 5

Слика 6

Ако је проводник нормалан на линије магнетног поља, а помера се кроз поље брзином која заклана угао  $\varphi$  са линијама поља (сл. 5б), онда је

$$\mathcal{E}_{ind} = Blv \sin \varphi$$

( $v \sin \varphi$  је брзина којом проводник сече магнетне линије под правим углом).

Шта ће се догађати ако је покретни проводник део затвореног кола, као на слици 6? На тој слици прав проводник  $CD$  креће се брзином  $\vec{v} = \text{const}$  кроз хомогено магнетно поље  $\vec{B}$ .  $R$  је укупан отпор кола.

1. Електромоторна сила која се индукује у покретном проводнику ( $CD$ ) омогућава кретање електрона у колу (у смеру назначеном стрелицом уз  $e^-$ ), док стрелица уз  $I$  означава технички (договорени) смер струје. Ово усмерено кретање електрона је индукована струја.
2. Како кроз проводник протиче струја, а он је у магнетном пољу, на њега делује Амперова сила  $\vec{F}_A$ , у смеру приказаном на слици. Она тежи да успори проводник.
3. Ако желимо да се проводник и даље креће сталном брзином  $\vec{v}$ , на њега треба деловати силом  $\vec{F}$  истог правца и интензитета као  $\vec{F}_A$ , али супротног смера.

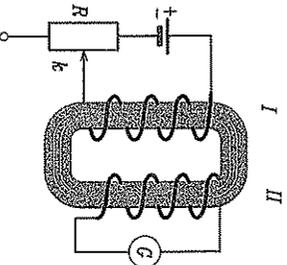
### ■ Електромагнетна индукција у непокретном проводнику

У експериментима у којима се енергија трансформише (слика 3, на пример), није били померања жиче (проводника), а ипак се у секундарном колу индуковала струја када је струја у примарном колу била променљива. Када се електрична струја у примарном кагелу успоставља (укључивање прекидача), ствара се магнетно поље које се у току времена повећава. То доводи до пораста флукса магнетног поља око примарног кагела (I).

Подсетимо се да је флукс магнетног поља кроз неку површ једнак скаларном производу вектора магнетне индукције и вектора те површи,

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}.$$

Овде је  $\vec{S}$  вектор чији је интензитет једнак површини  $S$  те површи, а правца му је нормалан на њу. По договору, вредност флукса је једнака броју линија магнетног поља које пролазе кроз површ.



Слика 7

Исти пораст флукса се појављује и око секундарног кагела (II). Промена магнетног флукса у секундарном кагелу доводи до индукована електричне струје у њему. У случају када се прекидач у примарном кагелу отвори, струја кроз кагел онада, смањује се магнетно поље као и флукс магнетног поља око примарног и секундарног кагела. То је поново разлог да у секундарном кагелу потече струја која сада има супротан смер у поређењу са претходним случајем.

По сличних ефеката долази при затвореном прекидачу ако се мења отпор кола промерањем клизача  $k$ , слика 7.

Фарадеј је установио да је индукована струја у секундарном кагелу сразмерна:

- брзини промене магнетног флукса,
  - броју навојака (намотаја)  $N$  у секундарном кагелу.
- Од тога какве су промене струје у примарном кагелу зависи каква ће бити индукована струја у секундарном кагелу.

### ■ Фарадејев закон електромагнетне индукције

Узимајући у обзир резултате својих експеримената приказаних у претходним одељцима, Фарадеј је формулисао закон електромагнетне индукције који гласи:

Индукована електромоторна сила бројно је једнака брзини промене магнетног флукса.

Ово се може представити формулом

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Знак „-“ објаснићемо у наредном одељку.

Ако промена флукса није равномерна, на овај начин се изражава средња вредност индуковане ЕМС,

$$\mathcal{E}_{ind, sr} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

У случају покретног проводника који се креће кроз хомогено магнетно поље ( $\vec{B} = \text{const}$ ), сл. 4, и чији је вектор брзине нормалан на правец вектора индукције,  $\Delta \Phi$  је флукс који проводник „пребрише“ за време  $\Delta t$ .

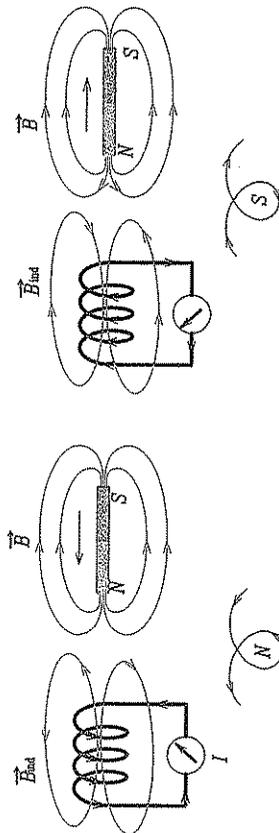
У случају непокретног проводника (кагела),  $\Delta \Phi$  је промена флукса кроз површину обухваћену проводником.

Конечно, можемо закључити да је Фарадејев закон, како је то огледима потврђено, универзалан и не зависи од начина који су довели до промене флукса. Та промена може настати кретањем магнета или проводника са струјом у односу на неку затворену контуру, променом јачине струје у примарном колу, кретањем затворене контуре или променом облика те контуре у спољашњем магнетном колу и сл. Све то увек доводи до промене флукса магнетног поља кроз неку контуру, а индукована ЕМС –  $\mathcal{E}_{ind}$  – сразмерна је брзини те промене.

### ■ Ленцово правило

У експерименту са калемом и магнетом смо видели да се при приближавању и удаљавању сталног магнета појављује индукована струја, при чему су смерови струја супротни. Ако се калему приближава северни пол шпикастог магнета (сл. 8а), у калему ће се индуковати струја таквог смера да је на ближем крају калема северни пол електромагнета. Ако се стални магнет удаљава, смер струје ће бити супротан, па ће на истом крају електромагнета бити јужни пол (сл. 8б). Тако је смер линија индукваног магнетног поља супротног смера од смера линија сталног магнета у случају (а), а истог смера у случају (б). Видимо да у оба случаја постоји тежња за поништавањем промене магнетног флукса у калему. О овоме говори **Ленцово правило** (Н. Ф. Е. Ленз) које гласи:

Смер индукване струје (електромоторне силе) такав је да се она супротставља узроку који доводи до њеног индуковања.



Слика 8

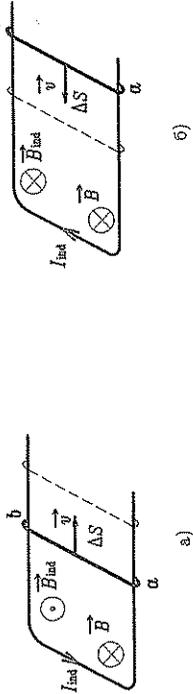
Ово је „електромагнетна“ верзија Фарадејевог закона. Наиме, на слици 8а, приближавањем северног пола магнета долази до **пороста** индукције магнетног поља  $\vec{B}$  (и флукса магнетног поља у калему). Због тога се у калему индукује струја таквог смера да својим магнетним пољем индукције  $\vec{B}_{ind}$  тежи да **спречи** пораст магнетног поља  $\vec{B}$ , тј. на ближем крају калема смерови вектора  $\vec{B}$  и  $\vec{B}_{ind}$  су супротни. Када се, пак, магнет удаљава (слика 8б), магнетно поље око калема **слаби**, индукована струја сада има супротан смер кроз калем, а вектор индукције  $\vec{B}_{ind}$  има исти смер као и вектор  $\vec{B}$ , чиме тежи да спречи опадање магнетног поља.

### ■ Електромагнетна индукција и закон одржања енергије

Ленцово правило можемо објаснити и са тачке гледишта закона одржања енергије. При приближавању северног пола магнета (сл. 8а), на ближем крају

калема индукује се северни пол електромагнета. Пошто се међу истоименим половима јавља одбојна сила, при приближавању магнета калему морамо вршити рад против одбојне силе. Тај рад се претвара у енергију индукване електричне струје у калему. При удаљавању магнета, на ближем крају се индукује јужни пол електромагнета (сл. 8б) и сада се мора вршити рад против **привлачне** силе међу разноименим половима магнета и електромагнета. Тај рад еквивалентан је енергији индукване струје.

Сада можемо објаснити и смисао знака „-“ у Фарадејевоом закону. Напоменимо да је флукс (као и промена флукса) скаларна величина. О „смеру“  $\mathcal{E}_{ind}$  можемо судити на основу смера индукване струје и индукваног магнетног поља у затвореној контури. Посматрајмо правоугаону проводну контуру која има један покретни део (проводник  $ab$  на слици 9), а површ контуре је нормална на вектор индукције спољашњег магнетног поља  $\vec{B}$ . Поље „улази“ у контуру.



Слика 9

Када проводник  $ab$  клизи удесно (сл. 9а), флукс поља расте због пораста површине обухваћене контуром, па је

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \Delta S}{\Delta t} > 0.$$

Вектор  $\vec{B}_{ind}$  тежи да спречи пораст флукса магнетног поља, па су  $\vec{B}$  и  $\vec{B}_{ind}$  супротних смерова.

Када проводник  $ab$  клизи улево, флукс магнетног поља опада због смањења површине обухваћене контуре, па је

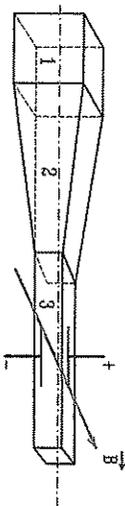
$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \Delta S}{\Delta t} < 0.$$

Вектор  $\vec{B}_{ind}$  тежи да спречи опадање флукса магнетног поља, па су  $\vec{B}$  и  $\vec{B}_{ind}$  истих смерова.

У оба случаја за смер индукване струје у контури и смер вектора  $\vec{B}_{ind}$  важи **правило десног завртња**.

### • Магнетохидродинамички (МХД) генератор

Магнетохидродинамички (МХД) генератори су уређаји који унутрашњу енергију плазме (јакو јонизованог гаса) непосредно претварају у електричну енергију.



Слика 10

На слици 10 је приказана шема МХД генератора. У комори 1 сагорева у кисеонику класично гориво са додацима лакојонизујућих елемената (калцијум, калијум, ...). Сагоревањем се постиже висока температура (изнад 2500 К) на којој долази до стварања плазме, односно стварања великог броја слободних електрона и позитивних јона. Тако се добија усјајани гас велике проводљивости. Овај проводни гас пролази кроз мизанципу (2), где се убрзава и великом брзином пролази кроз комору 3 која је смештена у јако магнетно поље (индукција поља  $\vec{B}$  нормална је на зидове коморе и брзину кретања наелектрисања). Ово поље делује на наелектрисања Лоренцовом силом, због чега електрони одлазе на једну електроду (она постаје негативна), а позитивни јони на другу (која постаје позитивна). Између електрода се јавља разлика потенцијала једнака ЕМС овог извора.

По изласку из МХД генератора флуид се још увек налази на високој температури (око 1000 К), што се користи за производњу електричне енергије класичним методама.

За добијање велик ЕМС ових извора потребне су велике брзине, висока проводљивост и јако магнетно поље. Ово је повезано са неким проблемима. Што се тиче брзине и проводљивости, то се постиже на високим температурама због којих долази до корозије материјала (горјоник, мизанципа, електроде). Јако магнетно поље може се остварити помоћу суперпроводних електромагнета. Предност ових генератора у односу на класичне је што имају велики степен искоришћења (60–70%) и не захвађују средину. За сада се МХД генератори релативно мадо користе.

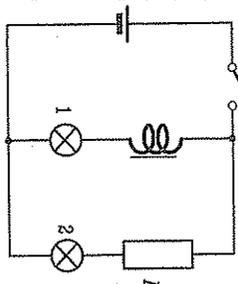
## 1.2. Енергија магнетног поља

### ■ Самониндукција

У досад наведеним случајевима видели смо да се у свакој контури индукције струја (или ЕМС) ако се мења флукс магнетног поља који обухвата та контура.

На слици 11 приказано је кого у које су везане две идентичне сијалице, калем са гвозденим језгром и отпорник. Отпори калема и отпорника су једнаки. Ако се укључи прекидач, обе сијалице ће се упалити, али неће истовремено почети да светле истом јачином. Сијалица 2 ће одмах светлети максималном јачином, док ће сијалица 1 ту јачину достићи после извесног времена. То значи да јачина струје кроз сијалицу 2 има стабилну јачину, док у делу са сијалицом 1 јачина струје постепено расте.

Ова појава везана је за електромагнетну индукцију. Пре укључивања прекидача у калему нема струје, па самим тим ни магнетног поља (флукс обухваћен калемом је  $\Phi_1 = 0$ ). Када укључимо прекидач, у калему се појављује магнетно поље (флукс који обухвата калем је  $\Phi_2 \neq 0$ ). Како долази до промене магнетног флукса у калему, у њему се индуктује струја. По Ленцовом закону ова струја тежи да понизити пораст флукса, па је њен смер супротан од смера струје коју даје извор.



Слика 11

Када се успостави стабилно магнетно поље у калему, индуктована струја ће бити једнака нули. У том тренутку ће обе сијалице светлети истом јачином. Јачина струје која после тога протиче кроз кого одређена је Омовим законом за цело струјно кого,

$$I = \frac{\mathcal{E} \text{ извора}}{R \text{ укупан}}$$

Ако сада искључимо прекидач, сијалица 2 ће одмах да се угаси, а сијалица 1 ће се гасити постепено. Искључивањем прекидача нестаје струја коју даје извор. У калему опада флукс, што за последицу има појаву индуктоване струје. Њен смер је такав да тежи да понизити смањивање флукса. Дакле, смер струје је исти као што је био пре искључивања прекидача. Ова појава назива се самониндукција.

**Самониндукција** је појава индуктована струје (ЕМС) због промене сопственог магнетног флукса који обухвата проводна контура.

Ова појава настаје, дакле, због промене јачине струје у самој контури.

Сопствени магнетни флукс (флукс који обухвата проводна контура, а протиче од струје кроз контуру) одређен је јачином струје која протиче кроз контуру, димензијама контуре (геометријским обликом контуре), као и да ли је она у вакууму или у којој постоји неки магнетик (нпр. гвоздено језгро). Може се написати

$$\Phi = LI,$$

где је са  $L$  означен коефицијент сразмерности који је одређен само особинама контуре (ако нема језгра) и особинама магнетика (ако има језгра). Ова величина назива се коефицијент самониндукције.

Ако применимо Фарадејев закон електромагнетне индукције на овај случај, добијемо

$$\mathcal{E}_{\text{IS}} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где је  $\mathcal{E}_{\text{IS}}$  индуктована ЕМС самониндукције (ако се струја мења неравномерно, ово је средња вредност ЕМС самониндукције). На тај начин може се изразити

коэффициент самоиндукције

$$L = \frac{\mathcal{E}_{is}}{\Delta I / \Delta t}$$

као индуктивана ЕМС самоиндукције при јединичној брзини промене јачине струје.

Његова јединица је хенри (Н) ( $1 \text{ Н} = \frac{1 \text{ V s}}{\text{A}}$ ). Контура има индуктивност (коэффициент самоиндукције) 1 Н ако се при јединичној (1 А/с) брзини промене струје у њој индукује ЕМС самоиндукције од 1 V.

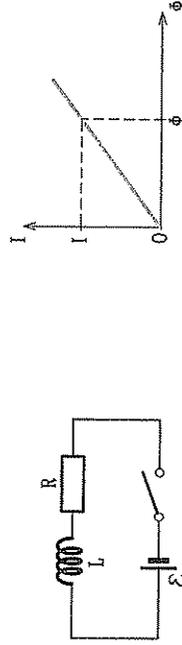
### ■ Енергија магнетног поља

Свако физичко поље располаже одређеном енергијом. Извешћемо формулу за енергију магнетног поља у калему анализирајући пример успостављања електричне струје у колу приказаном на слици 12.

Након загревања прекидача, струја неће тренутно достићи сталну вредност јер ће у калему постојати електромоторна сила самоиндукције. Током успостављања струје, према Омовом закону, за дато коло важи

$$IR = \mathcal{E} - L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

У тој јединичној  $I$  је јачина струје у неком тренутку,  $\Delta t$  је бесконачно мали временски интервал рачунат од тог тренутка, а  $L \Delta I = \Delta \Phi$  бесконачно мала промена флукса кроз калем у току интервала  $\Delta t$ . Следи да је  $\mathcal{E} = IR + L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ .



Слика 12

Слика 13

За посматрано време  $\Delta t$  кроз коло прође наелектрисање  $\Delta q = I \Delta t$ . Ако се последња једначина помножи са  $\Delta q$ , добија се

$$\mathcal{E} \Delta q = I^2 R \Delta t + I L \Delta I, \quad \text{односно} \quad \mathcal{E} \Delta q = I^2 R \Delta t + I \Delta \Phi.$$

Добијена једначина изражава закон одржања енергије у посматраном колу током датог бесконачно малог временског интервала. Наиме, страна сила у извору извршила је рад  $\Delta A_s = \mathcal{E} \Delta q$ . Део тог рада трансформисао се у унутрашњу енергију  $\Delta Q = I^2 R \Delta t$ . Преостали члан представља рад који је утрошен за повећање магнетног поља у калему.

При бесконачно малој промени магнетног флукса  $\Delta \Phi$  кроз струјну контуру изврши се рад  $\Delta A = I \Delta \Phi$ , где је  $I$  тренутна јачина струје која тече кроз контуру.

Јачина струје кроз калем повећава се, па се за сваки нови мали прираштај флукса  $\Delta \Phi$  изврши већи рад. Укупан рад који треба извршити да би се магнетни флукс повећао од нулте вредности до произвољне вредности јесте  $A = \int_{I_s} I_s \Phi$ , где је  $I_s$  средња вредност јачине струје током таквог мењања флукса.

Јачина струје и магнетни флукс у калему линеарно су сразмерни (слика 13), па је средња вредност јачине струје једнака аритметичкој средини почетне и крајње,

$$I_{sr} = \frac{0 + I}{2} = \frac{I}{2}.$$

Дакле, рад утрошен при успостављању струје  $I$  и флукса  $\Phi$  у калему је

$$A = \frac{1}{2} I \Phi.$$

Енергија магнетног поља у калему једнака је раду који је извршен при успостављању тог поља.

Дакле,

$$E_m = \frac{1}{2} I \Phi$$

тј.

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2.$$

### • Густина енергије магнетног поља

Запреминска густина енергије магнетног поља бројно је једнака енергији у јединичној запремини простора у којем то поље постоји.

Дакле, ако хомогено магнетно поље у простору запремине  $V$  има енергију  $W$ , запреминска густина енергије дефинисана је формулом

$$w = \frac{E_m}{V}.$$

Показује се да,

ако је  $B$  индукција магнетног поља у дајој тачки, густина енергије поља у бесконачно малој запремини око те тачке износи

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}.$$

### ■ Енергија електромагнетног поља

Ако се неко наелектрисање креће, онда у простору истовремено постоје и електрично и магнетно поље, односно постоји електромагнетно поље. Ово поље описује се векторима јачине електричног ( $\vec{E}$ ) и индукције магнетног поља ( $\vec{B}$ ). Касније ћемо научити да су то временски променљива поља.

Енергија електромагнетног поља представља укупну енергију електричног и магнетног поља,

$$E_{em} = E_e + E_m.$$

Густина овог поља је

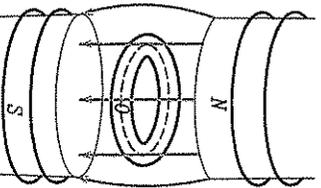
$$w_{em} = w_e + w_m = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r}.$$

Ове чињенице ћемо користити када будемо проучавали електромагнетне таласе помоћу којих се преноси енергија електромагнетног поља кроз простор. На пример, енергија коју добијамо од Сунца стиже до нас у виду електромагнетних таласа.

### • Бетагрон

Електрично поље које се индукује у затвореној контури, када се мења магнетни флуks обухватањем контуром, јесте врло јакно. Линије тог поља су затворене. Ово је искоришћено за образовање електрона у уређају који се зове бетагрон (индукциони акцелератор). Овај акцелератор електрона је конструисао 1941. године амерички физичар Керст (D. W. Kerst). Основни делови овог уређаја су електромагнет и стаклена комора у облику торуса (сл. 14).

Раван у којој лежи комора је нормална на линије магнетног поља. У комори је високи вакуум (зашто?). Електрони се кроз отвор убацују у комору при чему њихова брзина има правац тангенте на путању (она је унапред одређена) по којој ће се кретати (испрекидана линија на слици). Помоћу јаког магнетног поља они се одржавају на кружној путањи, дуж средине коморе.



Слика 14

Када струја у електромагнету почне равномерно да расте, повећава се магнетни флуks који обухвата кружна контура по којој се крећу електрони. Због тога се дуж контуре појављује индуковано (врло јакно) електрично поље. Правац овог поља је тангента на путању електрона, а смер му је такав да убрзава електроне. Електрони се крећу по једној истој путањи (упоредо са порастом интензитета брзине расте и индукција магнетног поља). При сваком обиласку кружне путање кинетичка енергија електрона повећа се за одређену вредност.

У овом уређају електрони могу да достигну брзине блиске брзини светлости. Са великим брзинама електрони обилу кружну путању неколико стотина хиљада пута, после чега се скрену са путање, излазе из бетагрона и падају на metu. Мета зауставља електроне, при чему се појављује X-зрачење. Оно се користи за испитивања у атомској физици. Енергије електрона убрзаних у бетагрону могу бити преко  $10^8$  eV.

Бетагрон има велику примену у медицини и техници.

### Питања

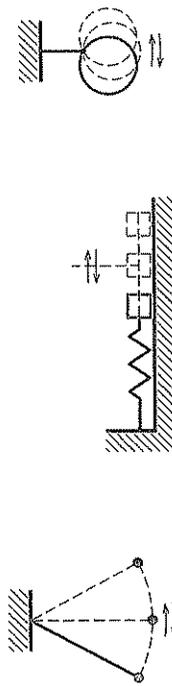
1. Шта је електромагнетна индукција?
2. Прав проводник је карактеристичан линијама хомогеног магнетног поља. Хоће ли се на крајевима проводника индукувати напон ако се проводник креће у правцу нормалном на линије поља?
3. Како гласи Фарадејев закон?
4. Шта одређује Ленново правило? Како гласи то правило?
5. Проводни рам се креће кроз хомогено магнетно поље чије су линије нормалне на раван у којој лежи рам. Одреди смер индуковане струје када рам:
  - a) улази у магнетно поље;
  - b) пролази кроз поље при чему је нео рам у магнетном пољу;
  - c) излази из магнетног поља.
6. Да ли се загрева проводна контура ако ротира у хомогеном магнетном пољу око осе која је нормална на линије поља и лежи у равни контуре?
7. Шта је самоиндукција?
8. Како гласи формула за индуковану електромоторну силу самоиндукције у завојници?
9. Шта је индуктивност проводне контуре и од чега зависи?
10. Наведи неке примере појаве самоиндукције.
11. Како енергија магнетног поља у калему зависи од:
  - a) јачине струје кроз калем;
  - b) коефицијента самоиндукције калема?
12. Шта је бетагрон?

## 2. ОСЦИЛАЦИЈЕ

### 2.1. Осцилаторно кретање. Хармонијске осцилације

У природи постоји велики број система чије се кретање понавља у одређеним временским интервалима: казаљке на сату, жица на гитари, ротор мотора, парче плуте на заталасаној површини воде, тег окачен о еластичну опругу, планете које ротирају око Сунца, атоми у кристалној решетци, итд. Сва ова кретања спадају у групу коју називамо **периодична кретања**. Временски интервал после којег се кретања понављају називамо **период** (он се обично означава са  $T$ ).

За нека од ових кретања важи да се тело креће по путањи не мењајући смер обилажења (казаљка на часовнику, на пример) – оваква кретања су изучавана у I разреду. При томе период зависи од брзине кретања (секундна и минутна казаљка, на пример).



Слика 1

Посматрајмо примере на слици 1. Шта примећујемо?

1. Тела пролазе кроз одређени положај, час у једном, час у супротном смеру;
2. период је увек исти.

Због особине 2. овакви системи се користе у уређајима којима меримо време.

Кретање тела (материјалне тачке) које има особине 1. и 2. називамо **осцилаторно кретање**. Тело које може да се креће осцилаторно називамо **механички осцилатор**.

Положај око којег тело осцилује је **равнотежни положај**. За време осциловања периодично се трансформише потенцијална енергија у кинетичку и обратнo.

Удаљеност од равнотежног положаја тела које осцилује дуж једног правца назива се **елонгација** и најчешће се означава са  $x$ . Највећа удаљеност тела од равнотежног положаја назива се **амплитуда** (и обично означава са  $x_0$ ). При осциловању клатна користи се **угаони отклон** ( $\theta$  и  $\theta_0$ ).

**Период ( $T$ )** је време потребно да осцилатор направи једну пуну осцилацију. Број осцилација које тело направи за 1 секунду зове се **фреквенција** или учесталост. Најчешћа ознака за фреквенцију је  $\nu$ , а јединица је херц (Hz),

$$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$$

Период и фреквенција су повезани формулом

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Осцилације могу да се врше и у специјалном електричном колу (електрични осцилатор). То су **електричне осцилације** (периодично се трансформише енергија електричног поља у енергију магнетног поља и обратно).

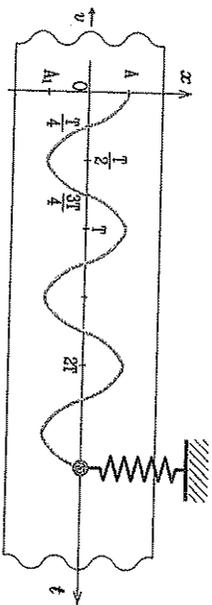
Како ће бити осциловање система зависи од услова под којима се врши. Тако можемо говорити о:

- **слободним осцилацијама** (хармонијским и пригушеним) и
- **принудним осцилацијама**,

о чему ће бити речи у овој глави.

### ■ Закони положаја, брзине и убрзања

Извешмо следећи одред. Осцилатор је тело окачено о један крај еластичне опруте. За тело је замишљена оловка. Иза осцилатора (у вертикалној равни) налази се папирна трака која се равномерно креће у хоризонталном правцу. Оловка на папирну црта траг (слика 2) који показује промену положаја тела са временом.



Слика 2

- У тренутку  $t = 0$  осцилатор је пуштен из положаја  $A$  да осцилује. Овај је положај најудаљенији од равнотежног. Дакле,  $OA = x_0$  је амплитуда осциловања.

- Тело је у равнотежном положају у тренутку  $t = T/4$ , удаљеност тела је  $x = 0$ .

- У тренутку  $t = T/2$  тело је на максималној удаљености од равнотежног положаја  $OA_1 = x_0$ , али са супротне стране од почетног положаја.

- Удаљеност тела поново је  $x = 0$  за  $t = 3T/4$ .

- У тренутку  $t = T$  тело је поново у тачки  $A$ , тј. у положају из којег је почело да осцилује.

Тело је направило једну пуну осцилацију. Овај процес се периодично понавља.

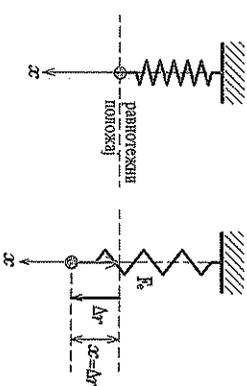
Из математике је познат график који представља зависност  $\cos \theta$  од угла  $\theta$ . Крива коју је испртрала оловка таквог је облика. Овакво кретање тела зове се **просторно периодично или хармонијско кретање**.

Ако тело окачено за слободни крај опруте мирује, оно је у равнотежном положају (слика 3а). Повучемо ли тело надиже за дужину  $x$ , опрута ће се истегнути и деловати на тело еластичном силом

$$F_{el} = -kx.$$

Константа сразмерности  $k$  је коефицијент еластичности опруте.

Слика 3



Знак „-“ у формули означава да еластична сила ( $F_{el}$ ) и номерај ( $x$ ) имају супротне смерове (слика 3б): када је тело испод равнотежног положаја, онда је  $x < 0$ ; сила је тада у смеру  $x$ -осе, тј.  $F > 0$  (слично је и када је тело изнад равнотежног положаја – показки). Дакле, еластична сила у сваком тренутку тежи да врати тело у равнотежни положај и зато се каже да је она **повратна сила**.

Да би тело осциловало, на њега мора да делује повратна сила.

Ако на тело, при откиону  $x$  из равнотежног положаја, делује само повратна сила облика  $F = -kx$ , тело ће **хармонијски осциловати**. Амплитуда хармонијских осцилација је константна.

Према II Нјутновом закону, за кретање важи

$$ma = -kx.$$

Из те једначине, математичким апаратом који превазилази гимназијски програм, добијају се закони по којима се мењају положај (енгитија), брзина и убрзање осцилатора током времена.

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = -x_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -x_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

У наведеним једначинама је:

- $t$  – временски тренутак;  
 $x$  – тренутни положај, односно елонгација;  
 $v$  – тренутна брзина осцилатора;  
 $a$  – тренутно убрзање осцилатора;  
 $x_0$  – амплитуда осциловања;  
 $\omega$  – кружна учесталост или кружна фреквенција;  
 $\varphi_0$  – почетна фаза;  
 $\varphi = \omega t + \varphi_0$  – фаза у тренутку  $t$ .

У поступку извођења наведених закона добија се да је

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Дакле,

кружна учесталост је број осцилација које тело направи за време од  $2\pi s$ .

Показује се такође да:

- кружна учесталост зависи од особина осцилатора;
- вредности амплитуде и почетне фазе осциловања зависе од почетног положаја и почетне брзине осцилатора.

Из закона брзине и убрзања види се колике су максималне и минималне вредности ових величина.

Максимални интензитет брзине осцилатора је  $v_0 = x_0\omega$  и зове се амплитудна брзина. Осцилатор има највећу брзину када пролази кроз равнотежни положај, а у амплитудним положајима брзина је једнака нули.

Максимални интензитет убрзања осцилатора је  $a_0 = x_0\omega^2$  и зове се амплитудно убрзање. Осцилатор има највеће убрзање у амплитудним положајима, а у равнотежном положају убрзање је једнако нули.

Потпуно равноправно, закони положаја, брзине и убрзања могу се дати и у облику

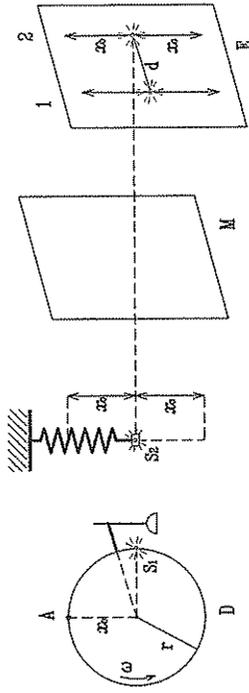
$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad v = x_0 \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \quad a = -x_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Ако се једно исто кретање описује синусном или косинусном функцијом, онда се једино почетне фазе разликују за  $\frac{\pi}{2}$ :

$$\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right)$$

До израза за положај, брзину и убрзање можемо доћи и на основу следећег експеримента. Једноставности ради, посматраћемо случај када је почетна фаза  $\varphi_0$  једнака нули.

На ободу диска (слика 4) учвршћена је сијалица  $S_1$ , а на тегу окаченом о опругу сијалица  $S_2$ . Светлост са сијалице пада на екран  $E$  кроз мутно стакло  $M$ . Хоризонтална оса око које ротира диск је на истом нивоу као центар тела на опрузи у равнотежном положају и померена је ка нама за  $d$ .



Слика 4

1. Изведимо тег из равнотежног положаја и одредимо период његовог осциловања.
2. Подесимо угаону брзину диска  $\omega$  тако да период ротације диска буде једнак периоду осциловања тегу.
3. Сабијмо опругу за  $x_0$ ;  $x_0$  је и удаљеност сијалице на ободу диска од осе ротације,  $|r| = x_0$ .
4. У тренутку када сијалица на диску пролази кроз тачку  $A$  пустимо тег.

Посматрањем кроз мутно стакло не уочава се никаква разлика у кретању осветљених тачака 1 (кретање сијалице у вертикалном правцу) и 2 (кретање тела на опрузи у вертикалној равни).

Видимо да се кретање вертикалне пројекције сијалице (1) и кретање сијалице на тегу (2) одвијају по истом закону. Исто се може рећи за вертикалну компоненту тренутне брзине сијалице (1) и тренутну брзину сијалице (2). То важи и за њихова убрзања у вертикалном правцу.

Одредимо ли временску зависност вертикалних пројекција вектора положаја сијалице (1) ( $|r| = x_0$ ), вектора брзине сијалице (1) и вектора њеног централног убрзања, одредили смо елонгацију, тренутну брзину и тренутно убрзање тела (сијалице (2)) у зависности од времена, тј. одредили смо законе осцилаторног кретања.

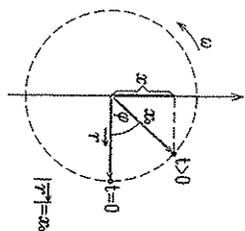
Са слике 5 се види да је  $x = x_0 \sin \varphi$ , а како је  $\varphi = \omega t$ , добијамо

$$x = x_0 \sin \omega t,$$

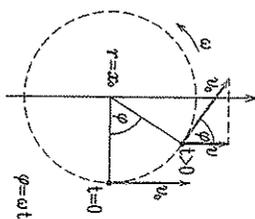
што представља једначину хармонијског осциловања материјалне тачке (тела).

Означимо са  $v_0$  (сл. 6) интензитет брзине сијалице при ротацији. Вертикална пројекција брзине у тренутку  $t$  је

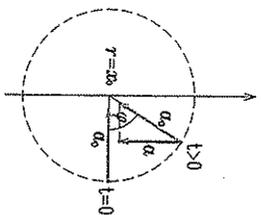
$$v = v_0 \cos \omega t.$$



Слика 5



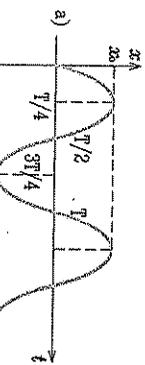
Слика 6



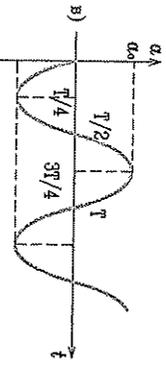
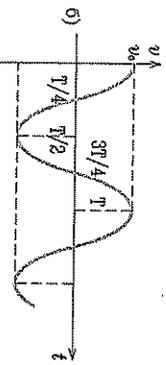
Слика 7

и то је тренутна брзина тела које хармонијски осцилује по горе наведеном закону. Знајући да је веза између линеарне и угловне брзине  $v = r\omega$ , може да се напише  $v_0 = x_0\omega$ . Заменом у закон брзине добијамо

$$v = x_0 \cdot \omega \cos \omega t.$$



$$a = -a_0 \sin \omega t.$$



Слика 8

Дакле, тражени закони осцилаторног кретања су:

$$x = x_0 \sin \omega t, \quad v = x_0 \omega \cos \omega t, \quad a = -x_0 \omega^2 \sin \omega t.$$

На слици 8 су приказани графици временске зависности положаја, брзине и убрзања тела при хармонијском осциловању. Добијене једначине и графици важе за осцилације код којих је у почетном тренутку тело пролазило кроз равнотежни положај, при чему је коришћена синусна варијанта закона положаја.

• Период хармонијског осциловања

Према II Њутновом закону, за хармонијски осцилатор важи

$$m\ddot{x} = -kx, \quad \text{тј.} \quad a = -\frac{k}{m}x.$$

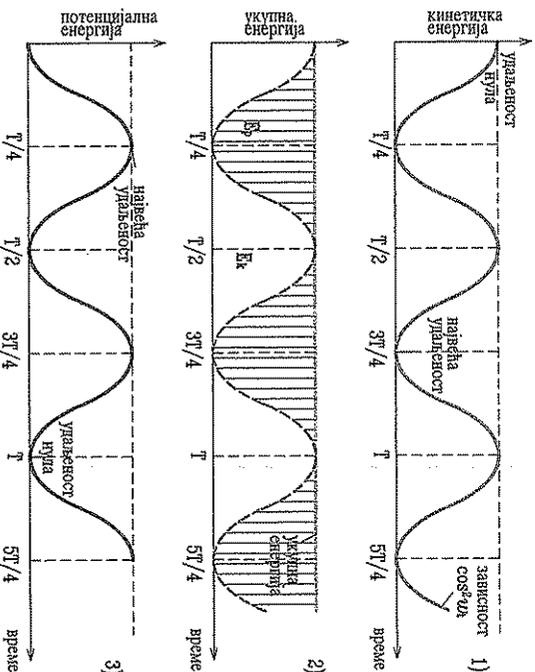
Ако је  $x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ , онда је  $a = -x_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$ , тј.  $a = -\omega^2 x$ .

Из наведених једначина следи формула која показује да кружна учесталост (односно период) хармонијског осцилатора зависи само од особина осцилатора:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{и} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \text{тј.} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период хармонијског осцилатора већи је ако је већа маса осцилатора и ако је мањи коефицијент  $k$  повратне силе.

■ Енергија хармонијског осцилатора



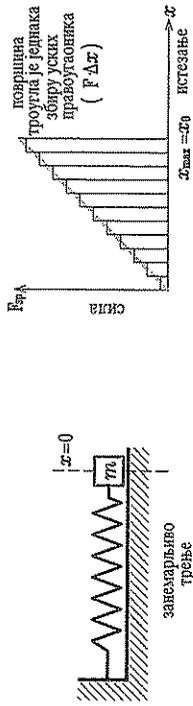
Слика 9

Видели смо да се при хармонијском осциловању тела окаченог о опруту или клатне, брзина мења периодично, од максималне, при проласку кроз равнотежни положај, до нуле у амплитуди где се мења смер кретања тела.

Као што смо видели у I разреду, кинетичка енергија тела у сваком тренутку је  $\frac{1}{2}mv^2$ . Она ће се, дакле, мењати као што се мења квадрат брзине, график 1 на сл. 9.

Укупна енергија тела које осцилује мора бити стална (занемарујемо утицај спољашњих сила), зелена линија на графику 2, сл. 9. Ако се кинетичка енергија мења, то значи да се она трансформира у потенцијалну (спрафрлана површина на графику 2) и обрнуто. Са графика 2 се види да разлика укупне и кинетичке енергије расте од 0 до  $E$  (у временском интервалу од 0 до  $T/4$ ), затим опада до 0 (у интервалу од  $T/4$  до  $T/2$ ), после чега се процес понавља. На графику 3 приказана је зависност потенцијалне енергије од времена.

Видимо да промене кинетичке и потенцијалне енергије нису у фази. Са графика се види и да је период трансформисања једног облика енергије у други два пута мањи од периода осциловања тела.



Слика 10

Слика 11

Промена кинетичке и потенцијалне енергије може се приказати и у зависности од удаљености тела од равнотежног положаја. Посматрајмо систем приказан на слици 10. Да бисмо померили тело из равнотежног положаја  $x = 0$  у положај  $x$  потребно је деловати силом

$$F_{\text{спољашња}} = k \cdot x.$$

Ова сила је истог интензитета, али супротног смера од еластичне силе која се јавља у опруги. Извршени рад при издужењу опруге за  $x_0$ , једнак је површини троугла на графику, сл. 11,

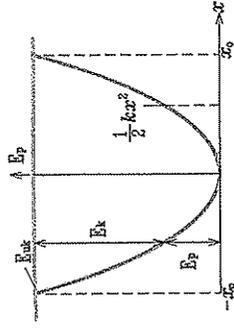
$$A = \frac{1}{2} F_{\text{спр}} \cdot x_0 = \frac{1}{2} k \cdot x_0^2.$$

Ово је потенцијална енергија коју сада има еластична опруга.

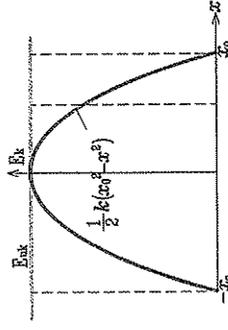
Знајући да је у том положају кинетичка енергија једнака нули, закључујемо да је  $\frac{1}{2}kx_0^2$  укупна енергија осцилатора. За удаљеност  $x < x_0$  потенцијална енергија је  $\frac{1}{2}kx^2$ , сл. 12, па се за кинетичку енергију добија

$$E_k = \frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(x_0^2 - x^2).$$

На слици 13 је приказана зависност  $E_k$  од удаљености тела од равнотежног положаја.



Слика 12

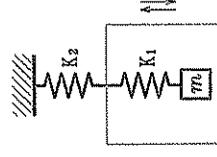


Слика 13

## 2.2. Слагање осцилација

На осцилатор може деловати истовремено неколико сила, од којих би свака понаособ изазивала његово осциловање. У том случају тело изводи неко сложено „периодично“ кретање око равнотежног положаја. Тада кажемо да је дошло до слагања осцилација.

На слици 14 је приказано тело окачено о еластичну опругу, смештено у раму који може да осцилује хармонијски у вертикалном правцу.



Слика 14

1. Фиксирајмо рам у равнотежном положају и изведимо тело ( $m$ ) из равнотежног положаја. Ако пустимо тело, оно ће осциловати по закону

$$x_1 = x_{01} \sin(\omega_1 t + \varphi_{01}).$$

2. Фиксирајмо тело (тако да опруга ( $k_1$ ) не може да се деформише) и ослободимо рам. Изведимо га из равнотежног положаја и пустимо. Тело ( $m$ ) ће осциловати по закону

$$x_2 = x_{02} \sin(\omega_2 t + \varphi_{02}).$$

3. Ослободимо ли и тело и рам, осциловање тела ( $m$ ) ће бити сложено.

### ■ Слагање осцилација једнаких фреквенција

Како ће изгледати сложена осцилација зависи од међусобних правца повратних сила, од амплитуда, фреквенција и почетних фаза. Горе наведени пример је случај када се осцилације дешавају дуж истог правца. У том случају резултујућа осцилација биће

$$x = x_1 + x_2 = x_{01} \sin(\omega_1 t + \varphi_{01}) + x_{02} \sin(\omega_2 t + \varphi_{02}).$$

Најједноставнији случај је када су угаоне фреквенције једнаке ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ), тј. период осциловања рама и период осциловања тела на опрузи су једнаки. У том случају имамо слагане следеће две осцилације:

$$x_1 = x_{01} \sin(\omega t + \varphi_{01}) \quad \text{и} \quad x_2 = x_{02} \sin(\omega t + \varphi_{02}).$$

Резултујућа осцилација је

$$x = x_1 + x_2 = x_{01} \sin(\omega t + \varphi_{01}) + x_{02} \sin(\omega t + \varphi_{02}).$$

Одредимо какво ће бити резултујуће осциловање. Користећи стечено знање из тригонометрије налазимо

$$x = x_{01} [\sin \omega t \cos \varphi_{01} + \cos \omega t \sin \varphi_{01}] + x_{02} [\sin \omega t \cos \varphi_{02} + \cos \omega t \sin \varphi_{02}] = \sin \omega t [x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02}] + \cos \omega t [x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02}].$$

Означимо  $a = x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02}$  и  $b = x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02}$ . Као што је познато, једнозначно је одређен угао  $\varphi_0 \in [0, 2\pi)$  за који је

$$\cos \varphi_0 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{и} \quad \sin \varphi_0 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

па добијемо

$$x = \sqrt{a^2 + b^2} [\sin \omega t \cos \varphi_0 + \cos \omega t \sin \varphi_0] = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

тј.

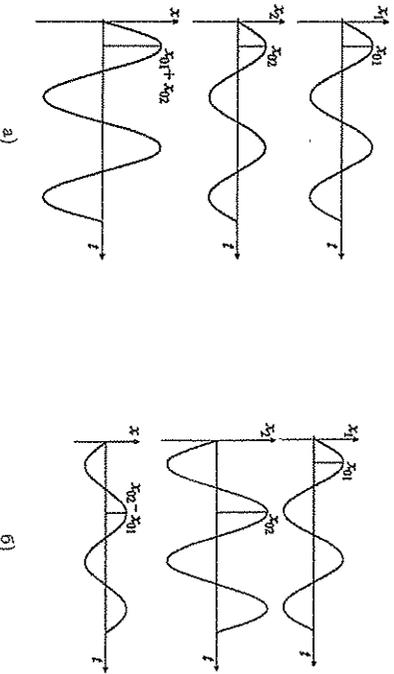
$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Видимо да је резултујућа осцилација гомофазе хармонијска са истом кружном фреквенцијом  $\omega$ . При томе је амплитуда

$$x_0 = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos(\varphi_{01} - \varphi_{02})},$$

а почетна фаза је одређена са

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_0 &= \frac{x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02}}{x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02}}. \end{aligned}$$



Слика 15

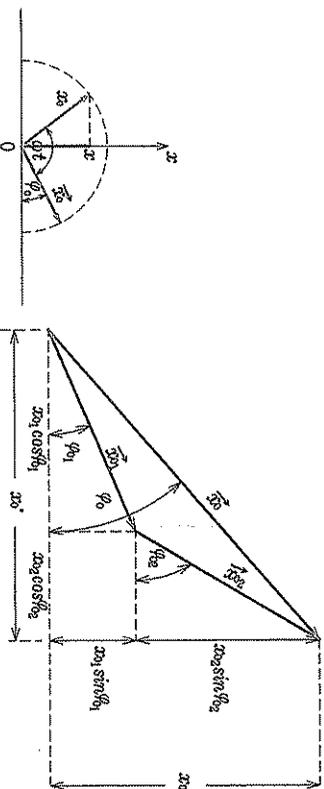
Амплитуда резултујуће осцилације ће имати највећу могућу вредност када је  $\varphi_{01} - \varphi_{02} = 2k\pi$  ( $k = 0, 1, \dots$ ). У том случају кажемо да су осцилације у фази и амплитуда сложене осцилације је  $x_0 = x_{01} + x_{02}$  (сл. 15а).

Ако је  $\varphi_{01} - \varphi_{02} = (2k + 1)\pi$ , кажемо да су осцилације у противфазик; гдга је амплитуда најмања и износи  $x_0 = |x_{01} - x_{02}|$  (сл. 15б).

Ако разлика почетних фаза не задовољава ниједан од напред наведених услова, амплитуда резултујуће осцилације ће имати вредност  $|x_{01} - x_{02}| < x_0 < x_{01} + x_{02}$ .

• Примена ротирајућег вектора

Постоји још један начин за брзо израчунавање величина карактеристичних за осцилаторно кретање. То је примена такозваног **ротирајућег вектора**.



Слика 16

Слика 17

Посматрајмо, наиме, вектор ингензитета  $|\vec{x}_0|$  (што одговара амплитуди материјалне тачке која хармонијски осцилује) који ротира угаonom брзином  $\omega$  која је бројно једнака кружној фреквенцији осцилатора (сл. 16). Угао који вектор закљача са хоризонталном осом ( $x$ -осом) у почетном тренутку одговара почетној фази осциловања  $\varphi_0$ . Пројекције овог вектора мењају се током времена. Тако се пројекција на  $x$ -осу мења по закону

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0),$$

а кад нам је позната елонгација, једноставно се израчунавају брзина и убрзање, као и сопствене вредности фреквенције и периода.

Представимо сада помоћу ротирајућих вектора две осцилације

$$x_1 = x_{01} \sin(\omega t + \varphi_{01}) \quad \text{и} \quad x_2 = x_{02} \sin(\omega t + \varphi_{02})$$

које треба сабрати. Резултујућа осцилација се може приказати помоћу вектора  $\vec{x}_0 = \vec{x}_{01} + \vec{x}_{02}$  који ротира истом угаonom брзином као вектори  $\vec{x}_{01}$  и  $\vec{x}_{02}$  (сл. 17). Са слике се види да су пројекције вектора  $\vec{x}_0$

$$x'_0 = x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02} \quad \text{и} \quad x''_0 = x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02}.$$

Интензитет вектора  $x_0$  је  $x_0 = \sqrt{x_0'^2 + x_0''^2}$ , односно

$$x_0^2 = x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}),$$

$$\text{док је } \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02}}{x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02}}.$$

### ■ Слагање осцилација различитих фреквенција

Слагање осцилација различитих фреквенција је много сложеније, па овде нећемо улазити у детаље. Тако сложено кретање може, али не мора бити периодично – периодично ће бити само ако је однос њихових угаоних фреквенција рационалан број.

Поменућемо укратко само два најинтересаннија случаја – пулсирање и модулацију.

#### • Пулсирање (избијање)

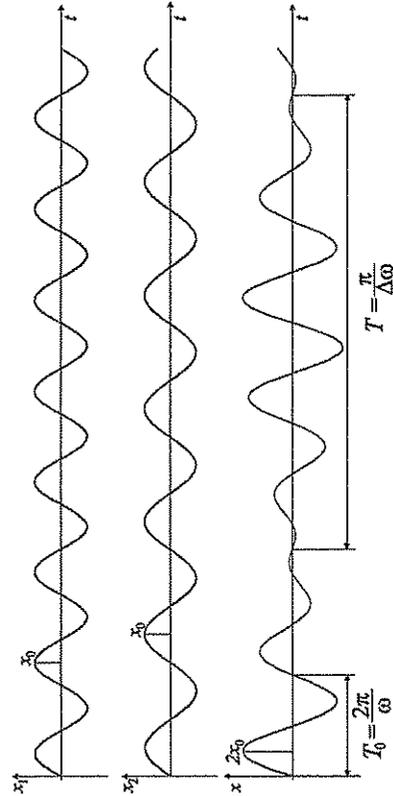
Размотримо сада случај слагања осцилација чије су фреквенције блиске ( $\omega_1 = \omega + \Delta\omega$  и  $\omega_2 = \omega - \Delta\omega$ , где је  $\Delta\omega$  мало). Ради једноставности, нека су им амплитуде једнаке, а почетне фазе једнаке нули. Њиховим слагањем добијамо

$$x = x_0 \sin \omega_1 t + x_0 \sin \omega_2 t,$$

што може да се напише као

$$x = 2x_0 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t = 2x_0 \cos(\Delta\omega)t \sin \omega t.$$

На слици 18 су приказане осцилације које треба сложити и резултујућа осцилација.



Слика 18

Видимо да резултујуће осциловање није хармонијско. Његова „амплитуда“

$$A = |2x_0 \cos(\Delta\omega)t|$$

се периодично мења од 0 до  $2x_0$ , при чему је период промене амплитуде  $T = \frac{\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|}$ . Како је  $\Delta\omega$  мало, то се амплитуда мења веома споро. Ова појава назива се **пулсирање** или **избијање**.

#### • Модулација

Велику примену у преношењу информација има слагање осцилација чије се фреквенције битно разликују. Овакво слагање зове се **модулација**.

Посматрајмо следеће две хармонијске осцилације:

$$x_1 = x_{01} \sin \omega_1 t \quad \text{и} \quad x_2 = x_{02} \sin \omega_2 t.$$

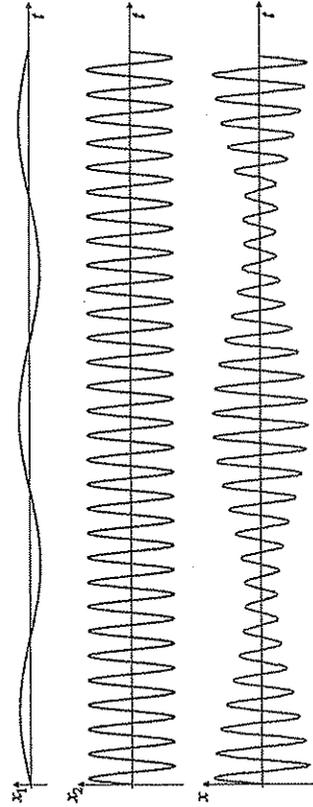
где је  $k = 2x_{01}/x_{02} < 1$  и  $\omega_1 \ll \omega_2$ . Формирајмо осцилације чије су фреквенције збир, односно разлика фреквенција осцилација  $x_1$  и  $x_2$ :

$$x_3 = x_{01} \sin(\omega_2 + \omega_1)t \quad \text{и} \quad x_4 = x_{01} \sin(\omega_2 - \omega_1)t.$$

Коришћењем тригонометријских трансформација збир  $x = x_2 + x_3 + x_4$  може се изразити у облику

$$x = x_{02} (1 + k \cos \omega_1 t) \sin \omega_2 t.$$

Величина  $x_{02} (1 + k \cos \omega_1 t)$  назива се „амплитудом“ резултујуће осцилације; период њене промене је  $T = 2\pi/\omega_1$ .



Слика 19

На слици 19 приказани су графици осцилација  $x_1$ ,  $x_2$  и резултујуће (модулисане) осцилације  $x = x_2 + x_3 + x_4$ .

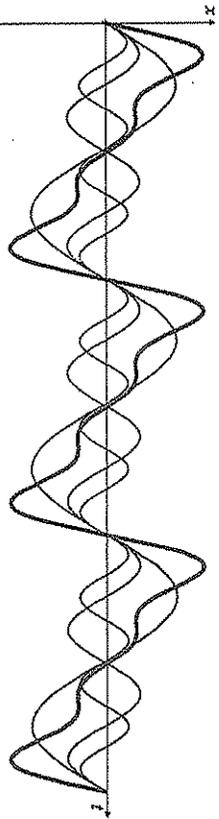
## ■ Разлагање осцилација. Спектар

Видели смо да се спајањем хармонијских осцилација добија сложено кретање које може бити такође периодично или неперидично, што зависи од фреквенција кретања која се слажу. Обрнуто, може се показати да се свако сложено периодично кретање може да разложи на хармонијска кретања различитих фреквенција и амплитуда,

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + \dots \\ + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \dots$$

При томе, у овом збиру су сви сабирни хармонијска кретања и њихове кружне фреквенције су пеглобројни умношци неке (основне) фреквенције  $\omega$ .

Овако разлагање периодичних функција, односно осцилаторних кретања у збир хармонијских кретања зове се **хармонијска анализа**. Основни сабирни гот разлагања,  $a_1 \cos \omega t$  и  $b_1 \sin \omega t$  представљају тзв. **први или основни хармони**, док су остали сабирни виши хармоници. Док основни хармоник, као што смо видели, одређује фреквенцију резултујућег осциловања, виши хармоници су „одговорни“ за неке друге његове особине. На пример, у акустици они одређују боју тона одређеног одговарајућим кретањем честота ваздуха.



Слика 20

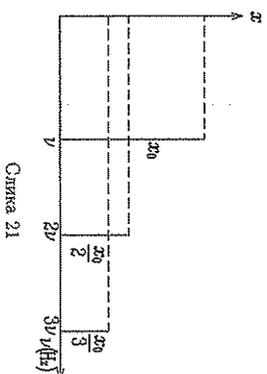
На слици 20 је пунијом линијом представљено периодично кретање које се може разложити на збир три хармонијска кретања која су представљена тањим линијама. Математички израз за то разлагање је

$$x = x_0 \sin \omega t + \frac{x_0}{2} \sin 2\omega t + \frac{x_0}{3} \sin 3\omega t.$$

Дакле, у овом случају се сложено кретање разлаже на збир од три хармоника.

Резултат разлагања сложене осцилације на хармонијске може се представити управљањем фреквенција свих елементарних хармоника чије су амплитуде различите од нуле и вредности амплитуда на посебном графику. На пример, сложена осцилација приказана на слици 20 састављена је од збира три хармоника. На

слици 21 представљен је график који јој одговара, где вертикалне линије представљају амплитуде хармоника одговарајуће фреквенције. Овај график зове се **спектар** датог осциловања – у конкретном случају спектар има три хармоника – први (основни), други и трећи. Овакав спектар се зове **линијски или дискретан**. Поменимо да постоје и осцилације које имају тзв. **континуалан спектар**, али ми се таквим примерима овде нећемо бавити.



Слика 21

## 2.3. Слободне осцилације

Ако се осцилатору преда нека количина енергије, а затим се пусти да осцилује, он ће осциловати на рачун предате енергије без додатног спољашњег утицаја. Фреквенција свих осцилација одређена је особинама осцилатора, док је амплитуда осциловања одређена количином предате енергије. Осцилатор слободно осцилује, па се овакве осцилације зову **слободне или сопствене осцилације**. Фреквенција којом у овом случају систем осцилује зове се **сопствена фреквенција** (означава је  $\nu_0$ ).

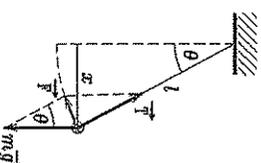
### ■ Математичко кљатно

Математичко кљатно је модел – тело занемарљивих димензија окачено о неистегљиву нит занемарљиве масе. У реалном случају под овим појмом подразумева се тело чије су димензије много мање од дужине нити, при чему је маса нити много мања од масе тела. Овакав систем врши периодично кретање ако га изведемо из равнотежног положаја и пустимо.

Извешћемо сада формулу за **период осциловања** математичког кљатна. Ако су осцилације мале, тада можемо да сматрамо да се материјална тачка креће приближно по правој линији (дужина лука и тегља су приближно једнаке). Сила која враћа тело у равнотежни положај је сила  $\vec{F}$ , сл. 22 (то је у ствари компонента силе Земљине теже) чији интензитет износи

$$F = mg \sin \theta,$$

при чему је  $\sin \theta = \frac{x}{l}$ .



Слика 22

Повратна сила је, дакле,

$$F = -\frac{mg}{l} x,$$

што одговара сили која изазива хармонијске осцилације, при чему је  $mg/l = k$ . Значи да ће се за врло мале углове отклоне тело кретасти приближно по закону

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Из II Нутновог закона следи

$$ma = -\frac{mg}{l} x.$$

Како је убрзање тела код хармонијског осциловања  $a = -\omega^2 x$ , може се одредити да је  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ . Из везе угаоне брзине и периода осциловања добијемо да је

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Дакле, у случају малих осцилација

период математичког клатна зависи само од његове дужине.

### Физичко клатно

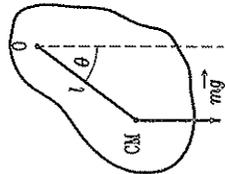
Физичко клатно је гравитационо клатно, дакле, било које круто тело које може да осцилује око хоризонталне осе под утицајем гравитационе силе.

Од чега зависи период осциловања овог клатна? На слици 23 је приказано физичко клатно. Момент силе који изазива обртне осцилације је момент силе Земљине теже. Интензитет овог момента је

$$M = mgl \sin \theta.$$

Како је услов за осциловање да интензитет обртног момента буде сразмеран угаоном померају (отклоњу) ( $M = k'\theta$ ), можемо одредити  $k'$  као

$$k' = \frac{mgl \sin \theta}{\theta}.$$



Слика 23

Да бисмо осцилације могли да третирамо као хармонијске, угао  $\theta$  мора да буде мали. У том случају важи  $\frac{\sin \theta}{\theta} \approx 1$ , па се за  $k'$  добија

$$k' = mgl.$$

Користећи аналогију транслагорног и ротационог кретања можемо написати за период физичког клатна

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k'}},$$

где је  $I$  момент инерције у односу на осу ротације. Коначно добијемо

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}.$$

Даљим коришћењем аналогије добијемо:

- једначину осциловања

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t,$$

где је  $\theta_0$  максимални отклон од равнотежног положаја (амплитуда);

- једначину промене угаоне брзине

$$\Omega = \Omega_0 \cos \omega t = \theta_0 \omega \cos \omega t,$$

где је  $\Omega_0$  амплитуда угаоне брзине;

- једначину промене угаоног убрзања

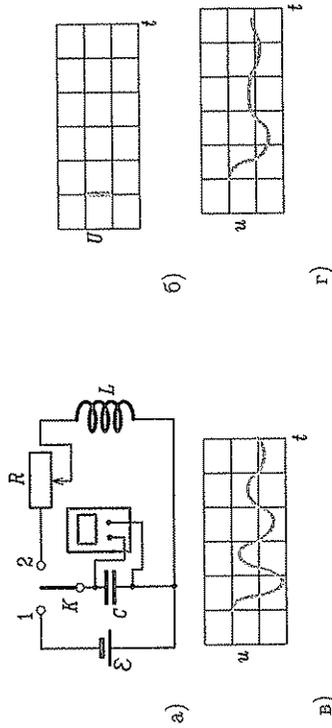
$$\alpha = -\alpha_0 \sin \omega t = -\theta_0 \omega^2 \sin \omega t,$$

$\alpha_0$  – амплитуда угаоног убрзања.

### Осцилаторно коло

На слици 24а је приказано електрично коло у које је укључен осцилоскоп (он показује како се мења напон на кондензатору). Изведимо следећи оглед.

1. Поставимо прекидач  $K$  у положај 1. На осцилоскопу ће се видети да на кондензатору постоји напон, што значи да је кондензатор наелектрисан (слика б).



Слика 24

2. Пребацимо прекидач у положај 2. На екрану осцилоскопа видеће се график зависности напона на кондензатору од времена (сл. в).

3. Померимо ли клизач реостата удесно (повећамо отпор у колу), на екрану ће график изгледати као на сл. г).

Шта можемо закључити?

• Када се коло затвори преко индуктивног кадема, у колу се појављују осцилације (напон се мења периодично);

• што је већи термозени отпор у колу, амплитуда тих осцилација се брже смањује.

Коло које се састоји од кондензатора и индуктивног кадема зове се **електрични осцилатор** (осцилаторно коло) а осцилације које се у њему појављују **електричне осцилације**.

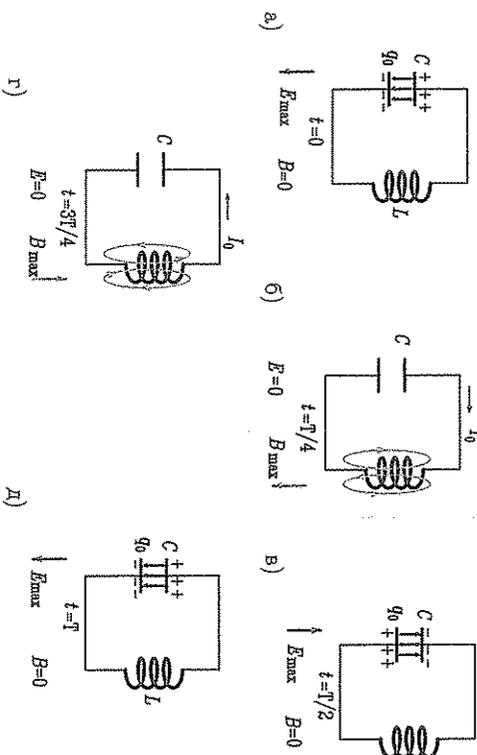
Осцилације у горњем експерименту су слободне (мање или више пригушене). Када би осцилатор био идеалан (без термозеног отпора), осцилације би биле хармонијске.

Шта се дешава у идеалном осцилатору за време осциловања?

Као што нам је познато, да би неки систем могао да осцилује, потребна му је енергија (у горњем примеру до ње се дознаи прикључивањем кондензатора на извор  $\mathcal{E}$ ). Када одвојимо кондензатор од извора и спојимо његове крајеве проводником (чија је индуктивност занемарљива), плоче кондензатора ће се разелектрисати, а целокупна енергија напуњеног кондензатора трансформисе се у Цулову топлоту. Међутим, ако плоче „напуњеног“ кондензатора спојимо проводником индуктивности  $L$  (индуктивним кадем), процес у колу ће бити периодичан. Објаснимо то на примеру идеалног осцилатора, сл. 25, упоређујући при томе поједине фазе процеса са аналогним фазама код механичког осцилатора.

Спојимо ли плоче кондензатора преко кадема, у кадему ће се појавити магнетно поље, тј. доћи ће до промене магнетног флукса обухваћеног кадемом. Како ова промена за последицу има индуковање струје самоиндукције  $i$  чији је смер исти као и пре потпуног разелектрисавања кондензаторских плоча. Због тога се на плочама поново гомилују наелектрисања и енергија магнетног поља се трансформисе у енергију електричног поља у кондензатору. У тренутку  $t = T/2$  у кадему нема магнетног поља, а у кондензатору је јачина поља максимална, али је смер поља супротан позитивном (сл. в). То је аналогно тренутку када је механички осцилатор у амплитуди – с друге стране равнотежног положаја него у почетку.

У тренутку када је кондензатор празан, нема више разлике потенцијала, па и струја кроз кадем нестаје, што доводи до појаве струје самоиндукције  $i$  чији је смер исти као и пре потпуног разелектрисавања кондензаторских плоча. Због тога се на плочама поново гомилују наелектрисања и енергија магнетног поља се трансформисе у енергију електричног поља у кондензатору. У тренутку  $t = T/2$  у кадему нема магнетног поља, а у кондензатору је јачина поља максимална, али је смер поља супротан позитивном (сл. в). То је аналогно тренутку када је механички осцилатор у амплитуди – с друге стране равнотежног положаја него у почетку.



Слика 25

Кондензатор је поново наелектрисан до исте вредности напона, па како је и даље везан за кадем, почиње процес пражњења кондензатора. Поново се енергија електричног поља трансформисе у енергију магнетног поља кадема. Приметимо да је сада смер струје пражњења супротан од смера при пражњењу кондензатора од  $t = 0$  до  $t = T/4$ . Значи да индукција магнетног поља има смер као на сл. г). У тренутку  $t = 3T/4$  кондензатор се испразнио и целокупна енергија је у пољу кадема, тј. индукција је максимална. Аналогно, у овом тренутку механички осцилатор пролази кроз равнотежни положај у супротном смеру.

Како сада олет нема разлике потенцијала на крајевима кондензатора, олет у кадему долази до самоиндукције, па се кондензатор поново пуни, а енергија магнетног поља се поново трансформисе у енергију електричног поља у кондензатору. У тренутку  $t = T$  кондензатор је наелектрисан као у тренутку  $t = 0$ , сл. а) – аналогно, механички осцилатор је у почетном амплитудном положају. После овог тренутка цео процес се понавља. То значи да је временски интервал  $T$  период ових осцилација.

У сваком тренутку разлика потенцијала на кондензатору и на кадему су једнаке,

$$\frac{q}{C} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

( $i$  је тренутна вредност јачине струје у колу), што се може написати у облику

$$L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{1}{C} q \quad \left( i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \right).$$

Ако ову једначину упоредимо са једначином идеалног механичког осцилатора,

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -kx,$$

можемо уочити следеће аналогije.

## механички осцилатор

$x$  – elongација  
 $m$  – маса осцилатора  
 (мера супротстављања тела промени брзине)

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$  – брзина

$\frac{\Delta v}{\Delta t}$  – промена брзине (убрзање)

$k$  – коефицијент еластичности

## електрични осцилатор

$q$  – количина наелектрисања  
 $L$  – индуктивност кола  
 (мера супротстављања промени струје у колу)

$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$  – јачина струје

$\frac{\Delta i}{\Delta t}$  – брзина промене јачине струје

$\frac{1}{C}$  – реципрочна вредност капацитета кола

Користећи даље ову аналогију можемо написати законе по којима се мења количина наелектрисања на плочама,

$$q = q_0 \cos \omega t,$$

где је  $q_0$  максимална (амплитудна) количина наелектрисања на плочама, затим јачина струје у колу,

$$i = -q_0 \omega \sin \omega t = -I_0 \sin \omega t,$$

где је  $I_0 = q_0 \omega$  максимална вредност јачине струје у колу.

Величина  $\omega = \omega_0$  је сопствена угаона фреквенција ових осцилација. На основу поменути аналогије може се написати

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

као и

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (\text{Томсонова формула}).$$

Видимо да период и фреквенција сопствених осцилација зависе само од особина осцилатора, а то су капацитет кондензатора  $C$  и коефицијент самоиндукције калема  $L$  (наравно, све то при занемарљивом термомном отпору  $R$ ).



Слика 26

На слици 26 су приказани графици зависности количине наелектрисања плоча кондензатора и јачине струје у колу од времена. Осцилације струје и наелектрисања померене су за  $\pi/2$ .

## • Енергија електричног осцилатора

Видели смо да при хармонијском осциловању електричног осцилатора долази до периодичног трансформисања енергије електричног поља у кондензатору у енергију магнетног поља калема. При томе нема губитака ( $R = 0$ ). Укупна енергија у осцилаторном колу је енергија која је у колу унета споља (на пример, пуњењем кондензатора пре укључивања кола).

Знамо да је енергија наелектрисаног кондензатора

$$E_e = \frac{q^2}{2C},$$

где је  $q$  количина наелектрисања на плочама, а  $C$  капацитет кондензатора. Видели смо да је енергија магнетног поља калема

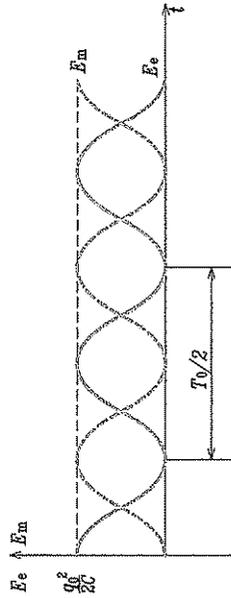
$$E_m = \frac{1}{2} Li^2,$$

где је  $i$  јачина струје у калему, а  $L$  његов коефицијент самоиндукције. Знајући закон промене количине наелектрисања на плочама и јачине струје у колу добијамо

$$E_e = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t \quad \text{и} \quad E_m = \frac{Li_0^2}{2} \sin^2 \omega t = \frac{Lq_0^2 \omega^2}{2} \sin^2 \omega t.$$

Видимо да су максималне вредности енергија (сл. 27):

$$E_{e,max} = \frac{q_0^2}{2C} \quad \text{и} \quad E_{m,max} = \frac{Lq_0^2 \omega^2}{2}.$$



Слика 27

Проучавајући електрични осцилатор видели смо да је у тренуцима  $t = 0$ ,  $t = T/2$  и  $t = T$  целокупна енергија осцилатора сконцентрисана у кондензатору (његова енергија је  $E_{e,max}$ , док је  $E_m = 0$ ). У тренуцима  $t = T/4$  и  $t = 3T/4$  целокупна енергија је у магнетном пољу калема  $E_{m,max}$ , док је  $E_e = 0$ . На основу закона о одржању енергије можемо написати

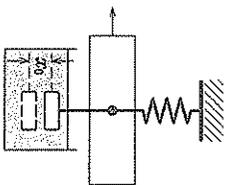
$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{Lq_0^2 \omega^2}{2}.$$

Одавде се лако поново добија да је  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

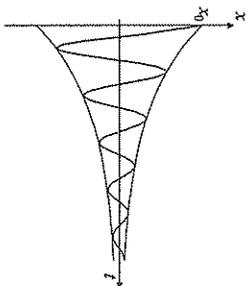
## 2.4. Пригушене и принудне осцилације

### ■ Пригушене (амортизоване) осцилације

Посматрајмо осцилатор на слици 28. Ту је за крај опруге причвршћена оловка која додирује папир. Тело је слободно у воду. Папир се помера сталном брзином у хоризонталном правцу улево.

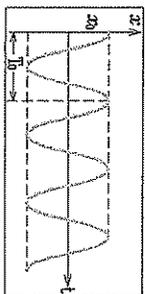


Слика 28



Слика 29

Ако осцилатор изведемо из равнотежног положаја и пустимо, оловка ће на папир у који равномерно померамо претати зависност удаљености осцилатора од равнотежног положаја у разним тренуцима (сл. 29).



Слика 30

Ако склонимо посуду са водом, изведемо осцилатор за  $t_0$  из равнотежног положаја и пустимо, на папир у остаци траг као на слици 30 (брзина кретања папирне траке је иста у оба случаја).  
Шта закључујемо посматрајући добијене графике?

1. У првом случају смањује се амплитуда осциловања (осцилације више нису хармонијске);

2. У првом случају „период“ ( $T$ ) је већи него у другом ( $T_0$ ).

Зашто је то тако? Вратимо се нашем осцилатору на сл. 28 и уочимо све силе које делују на тело кад оно крене из положаја  $x = x_0$ , сл. 31. Приметимо да ниско напредати Земљину тежу, нити силу потиска, јер оне не утичу на ову појаву (оне само одређују равнотежни положај тела).  $F_g$  је сила којом истенутта опруга делује на тело, а  $F_{ot}$  је сила отпора средине (она је усмерена супротно од смера кретања тела и пропорционална је брзини кретања,  $F_{ot} = -bv$ ,  $b$  се назива коефицијент отпора).

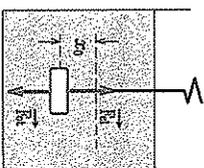
Основна једначина динамике у овом случају је

$$ma = -kx - bv.$$

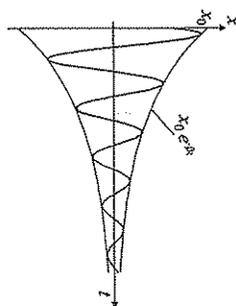
Решење ове једначине је (његово извођење превазилази средњошколско знање математике)

$$x = x_0 e^{-\beta t} \sin(\omega^* t + \varphi_0),$$

где је  $x_0$  почетна амплитуда,  $e$  основа природног логаритма,  $\beta$  коефицијент пригушења,  $\omega^*$  фреквенција пригушеног осциловања. Графички приказ дат је на слици 32.



Слика 31



Слика 32

Коефицијент пригушења зависи од коефицијента отпора средине  $b$  и масе осцилатора  $m$ ,

$$\beta = \frac{b}{2m}$$

Угача фреквенција зависи од особина средине и особина осцилатора,

$$\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

где је  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  сопствена фреквенција осцилатора. Приметимо да је услов за овакво кретање да буде  $\omega_0^2 > \beta^2$ , тј.  $b^2 < 4kt$ , односно да коефицијент отпора средине  $b$  не буде превелики велики.

Величина  $x_0 e^{-\beta t}$  се може условно назвати амплитудом пригушених осцилација. Видимо да она експоненцијално опада током времена. Што је већи коефицијент пригушења, амплитуда брже опада, а фреквенција се смањује.

Ако је  $\omega_0^2 = \beta^2$ , пригушење је критично и тада осцилатор изведен из равнотежног положаја стигне до чега и ту се, практично, зауставља.

Некада је пожељно да осцилације буду пригушене (на пример, у аутомобиле се утрљају амортизери како би смањили потребе при вожњи), али врло често нам је то сметња. На пример, код катане на сагу и у сингним ситуацијама, погрешно је да осцилације буду приближно са истом амплитудом дужи временски период. Због тога се уводи величина на основу које се може проценити квалитет осцилатора.

Фактор добротe или  $Q$ -фактор осцилатора се уводи као

$$Q = \frac{E_1}{E_1 - E_2}$$

( $E_1$  и  $E_2$  су енергије осцилатора у тренуцима  $t_1 = t$  и  $t_2 = t + T$ ). Показује се да је за мало пригушење

$$Q \approx \frac{1}{2\beta T}.$$

Видимо да вредност  $Q$ -фактора расте са опадањем фактора пригушења.

На слици 24 је дат пример осцилаторног кола у коме постоји и термодени отпор (наравно, такви су сви реални осцилатори). У овом случају може се написати

$$\mathcal{E} = iR + u_C, \quad \text{односно} \quad -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = iR + \frac{q}{C}.$$

Ова једначина је аналогна основној једначини динамике за пригушене осцилације (отпор  $R$  игра улогу коефицијента отпора средине  $b$ ). Значи да се у нашем осцилатору са слике 24а дешавају амортизоване осцилације, што потврђује и слика на екрану осцилоскопа.

У овом случају количина наелектрисања на плочама мења се по закону

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где је  $\beta = \frac{R}{2L}$  фактор пригушења, а  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  кружна фреквенција амортизованих осцилација.

Код електричног осцилатора је врло важно да  $Q$ -фактор буде што већи. То се поставља при што мањем термогенном отпору кола. Ово се закључује из израза за приближну вредност  $Q$ ,

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

На пример, осцилатор од кварцног кристала који се често користи за контролу фреквенције осцилатора у електричном колу може имати  $Q$ -вредност до  $10^5$ .

Ако хоћемо да осцилације реалног осцилатора буду хармонијске, потребно је периодично додавати енергију која се губи трансформисањем у топлотну енергију осцилатора.

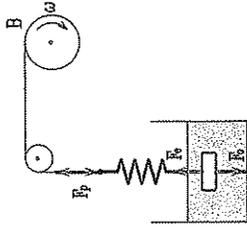
На основу аналогije, фактор добротe механичког осцилатора износи

$$Q = \frac{1}{b} \sqrt{mk}.$$

## ■ Привудне осцилације

Видели смо да су слободне осцилације увек пригушене. На примеру амортизера може се приметити да се коефицијент амортизације некад намерно повећава (користи се уље у цилиндру са клином). Ипак, постоје и уређаји (системи) од којих се захтева хармонијско осциловање са константном амплитудом (на пример,

часовници). То значи да је потребно надокнађивати изгубљену енергију. То се постиже деловањем спољашње силе.



Слика 33

Уочимо силе које делују на осцилатор приказан на слици 33. Осим силе еластичности опруге ( $F_e = -kx$ ) на тело делују и сила отпора средине ( $F_{ot} = -bv$ ) као и привудна сила  $F_p$ . Окретањем бубња  $B$  угаоном фреквенцијом  $\omega$  горњи крај опруге осцилује, а привудна сила је  $F_p = F_0 \sin \omega t$ . Основна једначина динамике за овај случај гласи

$$m \cdot \ddot{x} = \vec{F}_e + \vec{F}_{ot} + \vec{F}_p,$$

тј.

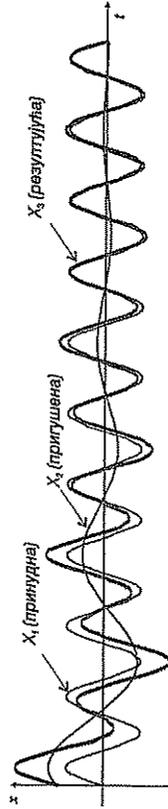
$$m\ddot{x} = -kx - bv + F_0 \sin \omega t,$$

где је  $F_0$  амплитуда привудне силе, а  $\omega$  угаона фреквенција којом се она мења.

Решење ове једначине је

$$x = \underbrace{X_0 \sin(\omega t - \varphi)}_{x_1} + \underbrace{Ae^{-\beta t} \sin(\omega_1 t + \theta)}_{x_2}.$$

Видимо да ово представља осцилацију која се добија слагањем две осцилације ( $x_1$  и  $x_2$ ).



Слика 34

Представимо на графику осцилације  $x_1$  и  $x_2$  и нађимо резултујућу осцилацију, сл. 34. Видимо да се после неког времена изгуби (пригуши) осцилација  $x_2$ , после чега систем осцилује по закону

$$x = X_0 \sin(\omega t - \varphi).$$

Тада кажемо да су успостављене **стационарне хармонијске (принудне) осцилације**. Видимо да је угаона фреквенција ових осцилација једнака угаоној фреквенцији принудне силе.

Амплитуда ових осцилација је  $X_0$ . Њена величина зависи од особина самог осцилатора ( $k$  и  $m$ ), особина средње ( $b$ ) и особина принудне силе ( $F_0$  и  $\omega$ ),

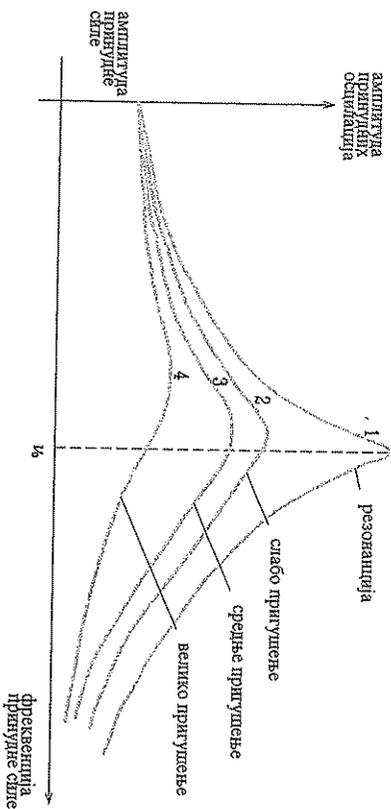
$$X_0 = \frac{F_0}{\omega \sqrt{b^2 + \left(\frac{k}{\omega} - \omega m\right)^2}}$$

Ако је притужење ( $b$ ) мало, добијамо за амплитуду

$$X_0 = \frac{F_0}{m|\omega_0^2 - \omega^2|} \quad (1)$$

### ■ Резонанција

Из израза (1) за амплитуду код принудног осциловања се види да је она већа ако се фреквенција принудне силе мање разликује од сопствене (природне) фреквенције осцилатора. Величина коефицијента отпора  $b$  такође утиче на амплитуду. На слици 35 је приказана зависност амплитуде осциловања од фреквенције принудне силе, за разне вредности  $b$ .



Слика 35

У специјалном случају када не би било притужења ( $b = 0$ ) и када би принудна фреквенција била једнака сопственој фреквенцији система ( $\omega = \sqrt{k/m} = \omega_0$ ), амплитуда би била бесконачна. То у реалном случају није могуће јер:

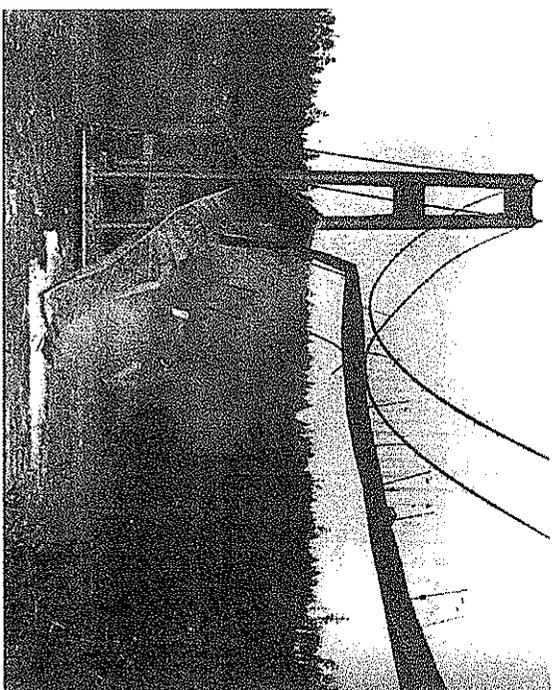
- а) увек постоји мање или веће притужење (отпор средине);
- б) опруга би била толико издужена (сабијена) да деформација не би била у граници сразмерности (еластичности) када је  $F_e = -kx$ .

У реалном случају, када притужење постоји, али је мање од критичног, крива зависности амплитуде од фреквенције принудне силе има максимум. Ова појава зове се **резонанција**. Може се показати да се максимум не постже за  $\omega = \omega_0$ , већ за нешто нижу фреквенцију

$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2b^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2m^2}}$$

која се зове **резонантна фреквенција**. Фреквенције притужених осцилација су између резонантне и сопствене фреквенције. Пито је притужење мање, крива је оштрија, а ако је оно веће, крива је шира (оштра и широка резонанција). На пример, звучници имају широку резонанцију, јер треба да појачавају све фреквенције, а оргуље оштру, јер треба да појачавају тон одређене фреквенције.

При резонанцији осцилатор прима максимум енергије, због чега расте амплитуда осциловања. То понекад може да има катастрофалне последице. Таква резонанција се назива опасном, јер може довести до разарања система (машине, зграде, возила, ...).



Слика 36

Челични мостови (због велике еластичности) представљају осцилаторе са малим губицима. Због тога, ако су изложени спољашњем периодичном утицају чија је фреквенција једнака сопственој фреквенцији моста, приликом резонанције може доћи до рушења. Познат је случај моста у Француској који се срушио кад је одред војске ишао у корак преко њега. У Америци се 1940. године срушио Такома мост (Tacoma Narrows bridge) под периодичним налетом ветра (сл. 36).

О резонанцији мора да води рачуна и капетан брода који се креће по таласима – мора да промени брзину или курс брода ако хоће да избегне његово лубљење.

Резонанција је врло често корисна. Звук се појачава коришћењем резонанције (нпр. у звучнику). При слушању радио програма квалитет (јачина, чистоћа) биће најбољи када сопствена фреквенција пријемника буде подешена на фреквенцију станице која емитује програм. У поглављу о таласима ће бити више речи о примени резонанције.

### Питања

1. Која кретања зовемо периодичним? Наведи неке примере.
2. Када кажемо да тело осцилује?
3. Шта је механички осцилатор?
4. Шта је период осциловања?
5. Како је дефинисана фреквенција осциловања? Како су повезани фреквенција и период?
6. Шта је елонгација?
7. Како се дефинише амплитуда осциловања?
8. Које осцилације се зову хармонијске?
9. Навиши временску зависност елонгације, брзине и убрзања од времена за случај да осциловање започине из равнотежног положаја.
10. Шта одређује почетна фаза?
11. Шта је математичко клатно?
12. Два математичка клатна имају једнаке дужине али различите масе. Упореди њихове сопствене фреквенције.
13. Математичко клатно је учвршћено за плафон лифта. Упореди периоде осциловања клатна када се лифт креће навише сталним убрзањем и кад се креће равномерно успорено навише. Апсолутне вредности убрзања су једнаке.
14. Којом формулом је одређена енергија хармонијског осцилатора? У ком положају је укупна енергија једнака потенцијалној, а у ком кинетичкој?
15. За које осцилације кажемо да су непригушене, а за које да су пригушене? Зашто се пригушују осцилације?
16. Када су слободне осцилације приближно хармонијске?
17. Нацртај график пригушеног осциловања.
18. О чему говори фактор добротe ( $Q$ -фактор)?
19. Шта су слободне, а шта принудне осцилације?
20. Када ће принудне осцилације бити хармонијске?
21. Чиме је одређена фреквенција којом осцилатор принудно осцилује?

22. Шта је резонанција?

23. Да ли амплитуда принудне силе утиче на амплитуду осцилатора при резонанцији?

24. Нацртај зависност амплитуде осциловања од принудне фреквенције.

25. Шта је електрични осцилатор?

26. Од чега зависи сопствена фреквенција електричног осцилатора?

27. Када су електричне осцилације пригушене? Од чега зависи колико брзо се пригушују?

28. У идеалном електричном осцилатору амплитуда напона на кондензатору капацитета  $C$  је  $U_0$ . Чему је једнака амплитуда јачине струје која протиче кроз калем индуктивности  $L$ ?

### 3. НАИЗМЕНИЧНА СТРУЈА

Савремена цивилизација је одавно постала незамислива без коришћења наизменичне струје. Електричне инсталације у станovima, фабрикама итд. наглађају се наизменичном струјом због тога што су њена произвођња и пренос много једноставнији и исплативији него што је то случај са једносмерном струјом. Наизменична струја игра врло важну улогу и у електронским системима. На пример, помоћу микрофона се звук претвара у наизменичну струју, када се она доведе до звучника долази до претварања наизменичне струје у осциловање мембране која тада представља извор звучних таласа; радиоталаси који се преносе кроз простор се добијају помоћу наизменичне струје у предајнику, електромагнетни талас се у пријемнику претвара у наизменичну струју; брзина којом комјутер извршава наредбе је одређена фреквенцијом наизменичне струје произведене осциловањем ситног кварцног кристала.

#### 3.1. Синусна наизменична струја

При прогипању једносмерне струје кроз потрошач (нпр. свијалцу) електрони увек имају један смер кретања. Ако је струја у таквом проводнику наизменична, онда се електрони у њему крећу час у једном, час у супротном смеру (час се убрзавају, час се успоравају), при чему су те промене периодичне.

Струја која периодично мења свој смер и јачину назива се **наизменична струја**.

Наизменична струја која је у свакодневной употреби је простопериодична, што значи да може да се представи синусним (косинусним) законом

$$i = I_0 \sin 2\pi \nu t = I_0 \sin \omega t,$$

где је  $i$  тренутна вредност наизменичне струје (по договору се тренутне вредности обележавају малим словима),  $I_0$  амплитудна (максимална) вредност наизменичне струје,  $\nu$  фреквенција наизменичне струје, а  $\omega$  њена кружна фреквенција.

Фреквенција наизменичне струје која се користи код нас (и у Европи) је 50 Hz. То значи да струја промени смер 100 пута у једној секунди, а период струје који ми користимо је 0,02 s. На сл. 1 су приказани графици једносмерне (а) и наизменичне струје (б).

Да би у неком колу (проводнику) постојао усмерени проток наелектрисања (електрона), на крајевима кола мора да постоји разлика потенцијала. Ту разлику потенцијала обезбеђује електрични извор. Ако је електромоторна сила извора

константна, у колу ће постојати једносмерна струја (а). Ако желимо да кроз коло прогиче наизменична струја, на крајевима кола треба разлика потенцијала да се мења периодично. То се постиже помоћу извора чија се ЕМС периодично мења по закону

$$e = \mathcal{E}_0 \sin \omega t.$$

Овде је  $e$  тренутна вредност ЕМС,  $\mathcal{E}_0$  њена максимална вредност. Извори наизменичне струје раде на принципу електромагнетне индукције – проводни рам се обрће у магнетном пољу, па фреквенција оваког извора  $\nu = \omega/2\pi$  зависи од угаоне брзине проводног рама. Ови уређаји се зову генератори и биће описани у посебном одељку.

Коло наизменичне струје може да се посматра и као принудно осциловање електро-на под утицајем „принудне силе“ (ЕМС)  $e = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \nu t$ . Јачина струје у колу хармонијски се мења са фреквенцијом „принудне силе“, тј.  $i = I_0 \sin 2\pi \nu t$ .

У електричном колу могу бити присутни, поред отпорника (резистора), и кондензатори и индуктивни калемови, па може да се појави фазна разлика струје у колу и напона на крајевима кола. Присутност оваквих елемената у колу утиче на максималну вредност струје, али не и на њену фреквенцију.

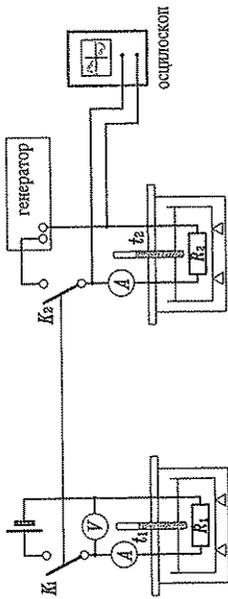
### ■ Ефективне вредности струје и напона

Средња вредност наизменичне струје (напона, ЕМС) у току једног периода једнака је нули. Међутим, из искуства знамо да ако сијалицу прикључимо на наизменични напон, она светли. То значи да средњу вредност наизменичне струје (напона, ЕМС) не можемо користити као меру за њена различита деловања у електричном колу. Једна друга физичка величина карактеристична је за наизменичну струју. То је **ефективна вредност струје** (напона, ЕМС) – објаснићемо је разматрањем следећег огледа.

У два једнака калориметра потопљени су једнаки отпорници ( $R_1 = R_2$ ), сл. 2. У калориметрима су једнаке масе воде. Прекидачи  $K_1$  и  $K_2$  се укључују истовремено. Пре укључивања прекидача температура воде у оба калориметра је имала исту вредност.

1. Укључимо прекидач  $K_1$  и измеримо јачину струје  $I$  (ово може да се уради пре сипања воде у калориметар).

2. Укључимо прекидач  $K_2$  и подешавањем генератора постигнемо да амперметар показује исту вредност струје као у првом колу.



Слика 2

3. Сипамо једнаке количине воде у калориметре и прочитамо температуру ( $t_{10} = t_{20}$ ) у оба калориметра (ради мање грешке сачекамо да се устали температура).

4. Истовремено укључимо прекидаче (у првом колу волтметар мери напон на крајевима отпорника а у другом на осцилоскопу може да се посматра наизменични напон на крајевима отпорника).

5. После неког времена очитамо температуру. Термометри ће показивати нове температуре, при чему је  $t_1 = t_2$ .

6. Очитамо показивање волтметра ( $U$ ) у колу 1 и максималну вредност напона на осцилоскопу  $U_0$ . Упоредимо ли ове две вредности, добијамо

$$\frac{U}{U_0} \approx 0,707, \quad \text{тј.} \quad U \approx U_0 \cdot 0,707.$$

Ако бисмо у другом колу амперметар заменили осцилоскопом и упоредили струју коју показује амперметар у првом колу са амплитудом струје на осцилоскопу, добили бисмо

$$\frac{I}{I_0} \approx 0,707, \quad \text{тј.} \quad I \approx I_0 \cdot 0,707.$$

На основу измерене промене температуре у оба калориметра можемо закључити да су једносмерна и наизменична струја произвеле исти ефекат у отпорницима (једнаке су ослобођене количине топлоте за исто време).

Вредност јачине једносмерне струје (или напона) која у истом отпорнику производи исти ефекат (ослободи исту количину топлоте) као наизменична струја амплитуде  $I_0$  (напона амплитуде  $U_0$ ) назива се **ефективна вредност јачине наизменичне струје** (напона) и означава  $I_{ef}$  (односно,  $U_{ef}$ ).

Дакле,

$$I_{ef} = 0,707 I_0, \quad U_{ef} = 0,707 U_0.$$

(Ефективне вредности  $I_{ef}$  и  $U_{ef}$  се често обележавају једноставно великим словима  $I$  и  $U$ , без индекса.)

Како електрични мерни инструменти раде на принципу ефеката које производи струја при проласку кроз њих, при мерењу наизменичних струја и напона измерене вредности су управо ефективне вредности наизменичне струје (напона). Другим речима, бројне вредности које читамо на инструментима су ефективне вредности.

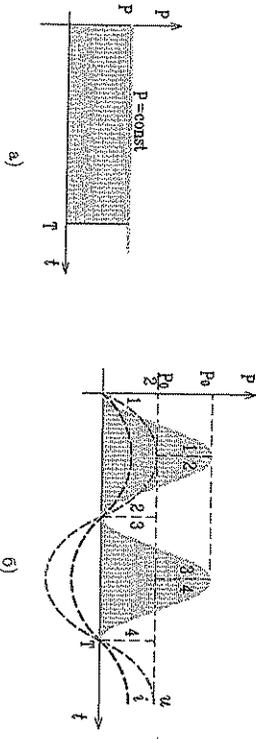
Количина топлоте која се ослобађа у проводнику одређена је Џуловим законом. За једносмерну струју сталне јачине је  $Q = UI t$  ( $t$  је време проласка струје кроз проводник). Снага електричне струје дата је изразом  $P = UI$ , дакле  $Q = Pt$ . Ако кроз проводник протиче наизменична струја, онда се у бесконачно малим временским интервалима мења снага, јер се мењају струја и напон, па говоримо о тренутној снази,

$$p = iu = I_0 \sin 2\pi vt \cdot U_0 \sin 2\pi vt = I_0 U_0 \sin^2 2\pi vt,$$

што може да се напише у облику

$$p = P_0 \sin^2 \omega t.$$

На графикама (сл. 3) су приказане тренутне вредности снаге када кроз проводник протиче једносмерна струја (а) и када кроз проводник протиче наизменична струја (б).



Слика 3

Шрафиране површине на тим графикама бројно су једнаке количинама ослобођене топлоте за време од једног периода  $T$  наизменичне струје. На слици 3а та површина износи, јасно,  $PT$ . Како је  $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t$ , узимајући у обзир особине симетрије графика косинусне функције, закључујемо да је шрафирана површина на слици 3б једнака  $\frac{P_0}{2} T$ . Ако су енергије које се ослободе у проводнику у случајевима (а) и (б) једнаке, онда су поменуте шрафиране површине једнаке, тј. важи

$$PT = \frac{P_0}{2} T.$$

Заменимо ли вредности за  $P$  и  $P_0$ , добијемо да је

$$IUT = \frac{U_0 I_0}{2} T,$$

а ако још применимо Омов закон ( $U = IR$ ,  $U_0 = I_0 R$ ), следи

$$I^2 RT = \frac{I_0^2}{2} RT.$$

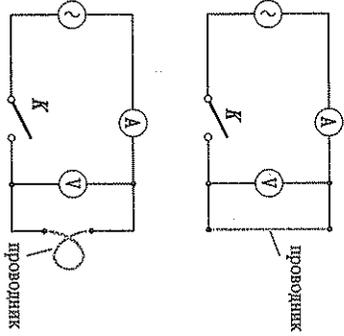
Одавде добијемо да је

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 0,707 I_0 \quad \text{и} \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \approx 0,707 U_0,$$

што се поклапа са резултатом који смо добили у наведеном експерименту. Дакле,  $I_{ef} = I_0/\sqrt{2}$  је ефективна вредност наизменичне струје чија је амплитуда  $I_0$ .

### 3.2. Отпор у колу наизменичне струје (импеданса)

У колу наизменичне струје могу да се нађу разни елементи: отпорници ( $R$ ), кондензатори ( $C$ ) и индуктивни капацитети ( $L$ ). Сви ови елементи учествују на јачину струје у колу, као и на њену фазу. Наиме, од њих зависи укупан отпор кола наизменичне струје који се зове импеданса. На сл. 4 су приказана два електрична кола која се разликују само по облику проводне жиче која се укључује у коло (проводници су од истог материјала, дужина и попречни пресек оба проводника су једнаки). Када су укључени прекидачи, инструменти ће показивати различите вредности у овим електричним колима. Ако би кола била прикључена на осцилоскоп, уочило би се да у случају првог кола нема фазне разлике струје и напона, док би се у случају другог кола она могла приметити.



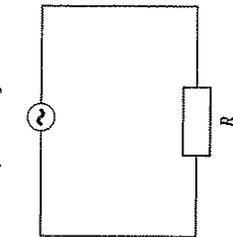
Слика 4

Прочућемо сада како се поједини од наведених елемената ( $R$ ,  $C$  и  $L$ ) понашају у колу са наизменичном струјом.

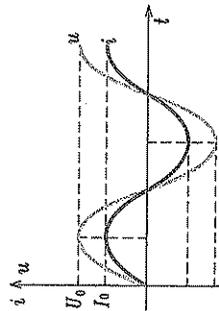
#### ■ Отпорник (резистор) у колу наизменичне струје

Ако на крајеве синусног извора ЕМС вежемо отпорник (проводник чија је индуктивност занемарљива), сл. 5, у проводнику ће постојати променљива електрична струја, која има исту фреквенцију као извор. Под утицајем овог извора ЕМС слободни електрони ће се кретати, при чему ће им се средња брзина

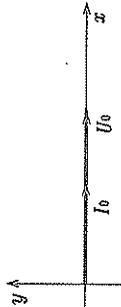
усмереног кретања периодично мењати (и по интензитету и по смеру), односно слободни електрони ће осциловати. Фреквенција ових осцилација је једнака фреквенцији извора.



Слика 5



а)



б)

Слика 6

На сл. 6а су дали графици зависности напона и струје од времена – струја и напон су у фази. На сл. 6б су приказани одговарајући фазори (ролирајући вектори). Дакле,

фазна разлика струје и напона на отпорнику једнака је нули.

У овом случају важи Омов закон за део струјног кола у сваком тренутку, па је тренутна вредност струје кроз отпорник

$$i = \frac{u}{R}$$

што важи и за ефективне као и максималне вредности,

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R} \quad \text{и} \quad I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Такође важи да отпор  $R$  отпорника има исту вредност као у колу једносмерне струје ( $R_{\sim} = R_{\rightarrow}$ ).

При прогицању струје кроз овакав елемент енергија електричне струје трансформира се у топлотну енергију. Ови елементи се зато називају и **термогени отпорници**, а њихов отпор **термогени** или **активни отпор**.

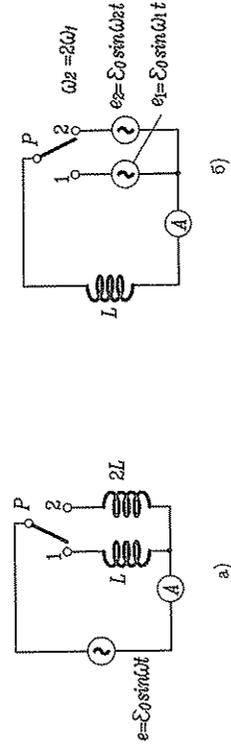
Енергија електричне струје која се трансформира у термометрије отпору у топлотну енергију ( $Q = I^2 R t$ ) може да се користи, јер се проводници загревају (пегла, репо, сјајлица, ...). Ако основна намена проводника није коришћење топлотне енергије струје, онда се та енергија сматра губитком (на пример, при преносу електричне енергије од централе до трансформатора у далеководима и сл.).

### ■ Индуктивни калем (завојница) у колу наизменичне струје

У примеру на сл. 4 смо видели да показивање амперметра није исто иако су у питању једнаки проводници. Ако бисмо наизменичне изворе заменили идентичним једносмерним изворима ( $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ ,  $r_1 = r_2$ ), у оба кола амперметри би показивали једнаке вредности.

Разлика у показивању амперметра у случају правог проводника и оног савијеног у прстен (навојак) може да се објасни на следећи начин. Када проводник савијемо у прстен, онда он обухвата линије магнетног поља које ствара струја у проводнику, тј. постоји магнетни флуks обухваћен прстеном. Како кроз коло проиђе струја променљиве јачине, мења се и магнетни флуks, па долази до појаве самоиндуције. У прстену се индукује ЕМС самоиндуције. Смер индуковане ЕМС је такав да се увек супротставља промени јачине струје у колу (Ленцово правило). С обзиром да наизменична струја стално мења јачину и смер, у проводнику стално постоји самоиндуција која делује као нека врста отпора. Овакав отпор називамо **индуктивни отпор** (у колу једносмерне струје ова врста отпора не постоји ако струја има сталну јачину). Ознака за индуктивни отпор је  $X_L$ .

Шта утиче на величину индуктивног отпора покушајмо да закључимо на основу огледа приказаног на слици 7. На њој су завојнице занемарљивог термогеног отпора, а амплитуде ЕМС генератора су једнаке (и износе  $\mathcal{E}_0$ ).



а)

б)

Слика 7

Поставимо прекидач  $P$  у положај 1 (сл. 7а) и прочитајмо показивање амперметра ( $I_1$ ). Ако прекидач пребацимо у положај 2, амперметар ће показати мању вредност струје ( $I_2$ ). Поређењем бројних вредности видећемо да је  $I_1 = 2I_2$ . На основу тога можемо закључити да је индуктивни отпор тим већи што је

већи коефицијент самоиндукције кадема (већа је индуктована ЕМС самоиндукције  $\mathcal{E}_k = -L \frac{dI}{dt}$ ) и та зависност је линеарна. Дакле,  $X_L$  је сразмерно коефицијенту индуктивности кадема  $L$ .

У случају приказаном на сл. 7б испитујемо зависност индуктивног отпора од фреквенције наизменичне струје. Ставимо прекидач у положај 1 и очитајмо показивање амперметра ( $I_1$ ). Пребацимо, за тим, прекидач у положај 2. Амперметар показује мању вредност ( $I_2$ ). Упоредивањем измерених вредности добијемо да је  $I_1 = 2I_2$ . Ово значи да је индуктивни отпор већи када је већа фреквенција (контро такође линеарна, па је  $X_L$  сразмерно и кружној фреквенцији наизменичне струје. Мерењем вредности струје и електромогорне силе може се закључити да је управо

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L.$$

Видимо да индуктивни отпор не зависи само од особина проводника (индуктивности  $L$ ), него и од фреквенције наизменичне струје. Тако један исти кадем ( $L = \text{const}$ ) пружа различит отпор за струје различитих фреквенција. Јединица индуктивног отпора је ом (као и за термотени отпор):

$$\omega L (=) \frac{1}{s} \cdot \frac{Vs}{A} = \frac{V}{A} = \Omega.$$

Ако је термотени отпор кадема занемарљив ( $X_L \gg R$ ) и ако је ефективна вредност напона на његовим крајевима  $U$ , ефективна вредност јачине струје у кадему може да се израчуна као

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{X_L} = \frac{U_{ef}}{\omega L}.$$

На исти начин може да се одреди и максимална вредност (амплитуда) наизменичне струје,

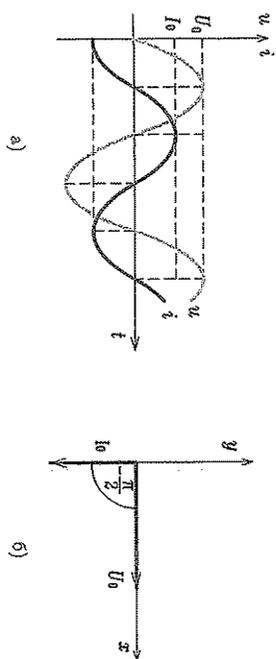
$$I_0 = \frac{U_0}{X_L} = \frac{U_0}{\omega L},$$

где је  $U_0$  максимална вредност (амплитуда) напона на крајевима кадема. При томе се вредности  $U_0$  и  $I_0$  не достижу у истом тренутку.

Због индуквовања контра ЕМС, при промени напона на крајевима кадема, струја кроз кадем касни за напонам на његовим крајевима. За идеални кадем ( $R = 0$ ) фазно кашњење струје за напонам је  $\pi/2$ .

Ако је кадем прикључен на наизменични извор и тренутна вредност напона на његовим крајевима је  $u = U_0 \sin \omega t$ , тренутна вредност струје у кадему је

$$i = I_0 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{U_0}{\omega L} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$



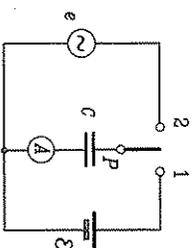
Слика 8

На сл. 8 су приказани графици тренутног напона на крајевима кадема и тренутне вредности струје у кадему (а), као и одговарајући ротирајући вектори (б). Видимо да у овом случају не важи Омов закон за тренутну вредност струје:  $i \neq \frac{u}{X_L}$ , што се види и из формула за тренутне вредности струје и напона.

На крају можемо да кажемо да индуктивни кадем (занемарљивог отпора  $R$ ) у колу једносмерне струје представља кратак спој, а за јако велике фреквенције изузетно велику отпорност (за  $\omega \rightarrow \infty$  настао би прекид кола).

### ■ Кондензатор у колу са наизменичном струјом

На слици 9 је приказана шема огледа са кондензатором. Ако се прекидач постави у положај 1, амперметар ће тренутно показати велики отклон који ће се смањивати са временом и амперметар ће убрзо показати нулту вредност, тј. да кроз коло не тече електрична струја. Пребацимо ли прекидач у положај 2, амперметар ће показивати сталну вредност струје.



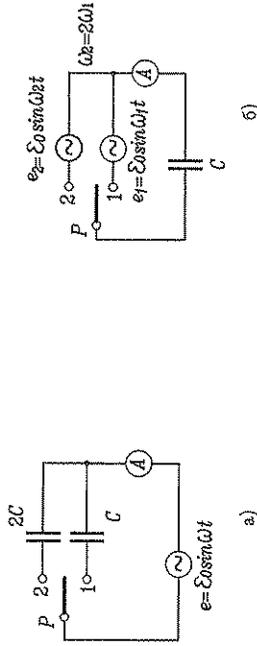
Слика 9

На основу ових резултата можемо закључити да у колу једносмерне струје кондензатор представља прекид (његов отпор је бесконачно велики), док у колу са наизменичном струјом то није случај (отпор који пружа кондензатор је коначан).

У првом случају кондензатор се „пуни“ све док не достигне вредност бројно једнаку ЕМС извора ( $\mathcal{E}$ ). Док се то не постигне, кроз проводнике протиче струја која има највећу вредност у почетном тренутку, а после тога све мању. На крају њена вредност је нула. Како се повећава количина наелектрисања на плочама, смањује се разлика потенцијала између плоча и полова извора, због чега се смањује јачина струје у колу. Истовремено се повећава разлика потенцијала кондензаторских плоча. Максимум разлике потенцијала достигнут је у тренутку када је струја једнака нули.

У другом случају се напон на кондензатору периодично мења, па се кондензатор периодично пуни и празни. Струја у колу се због тога периодично мења фреквенцијом којом се мења ЕМС. Видимо да се у овом случају наелектрисања стално крећу кроз коло. Значи да кондензатор представља елемент чији отпор више није бесконачан иако кроз њега не пролазе наелектрисања. Оваква врста отпорности у колу називају емкалност струје назива се **капацитивни отпор** и обележава са  $X_C$ . Испитајмо од чега зависи ова врста отпора.

На сл. 10 су приказана два експеримента. Мерењем јачине струје у случају (а) када је прекидач у положају 1 ( $I_1$ ) и када је у положају 2 ( $I_2$ ), и њиховим поређењем добијамо да је  $I_2 = 2I_1$ , што значи да кондензатор већег капацитета пружа мањи отпор, при чему је тај капацитивни отпор обрнуто сразмеран капацитету ( $X_C \sim 1/C$ ).



Слика 10

У случају (б) се мења фреквенција наизменичног извора. Мерећи јачину струје при положају прекидача 1 ( $I_1$ ) и положају 2 ( $I_2$ ) и њиховим поређењем добијамо да је  $I_2 = 2I_1$ , што значи да кондензатор представља мањи отпор при већој фреквенцији (кондензатор се брже пуни и празни, тј.  $X_{C1} = 2X_{C2}$ ) при чему је  $X_C$  обрнуто сразмерно и са фреквенцијом,  $X_C \sim 1/\omega$ .

Мерењем вредности струје и електромоторне силе закључујемо да је капацитивни отпор

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

те да он не зависи само од особина кондензатора, већи и од фреквенције наизменичне струје. Јединица капацитивног отпора је такође ом јер је

$$\frac{1}{\omega C} (=) \frac{1}{\frac{1}{s} \cdot \frac{C}{s}} = \Omega$$

Ако је ефективна вредност напона на кондензатору  $U$ , онда је ефективна вредност струје

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{X_C} = U_{ef} \cdot \omega C$$

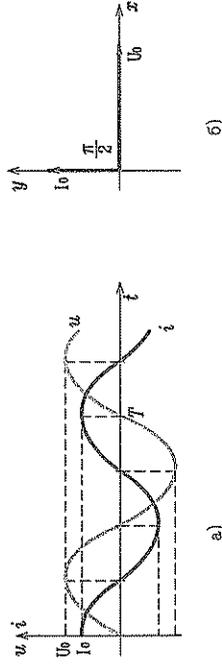
Амплитудна вредност струје у колу са кондензатором се одређује као

$$I_0 = \frac{U_0}{X_C} = U_0 \cdot \omega C,$$

где је  $U_0$  амплитуда напона на кондензатору.

Осим тога, максимална вредност струје се постиже кад је вредност напона на кондензатору нула, а нulte вредности струје када су вредности напона амплитудне. Значи да напон и струја нису у фази.

Струја се успоставља пре напона на кондензатору, тј. напон фазно касни за јачином струје. Ако је термомгени отпор кола занемарљив, та фазна разлика износи  $\pi/2$ .



Слика 11

На сл. 11а приказана је (црвеном линијом) зависност струје у колу од времена; зелена линија приказује напон на кондензатору. На сл. 11б даги су одговарајући ротирајући вектори.

Закључујемо да се изрази за тренутне вредности струје у колу и напона на кондензатору могу написати у облику

$$\begin{aligned} i &= I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \\ u &= U_0 \sin \omega t. \end{aligned}$$

Као у случају калема, ни овде не можемо применити Омов закон за налажене тренутне вредности струје у колу ( $i \neq \frac{u}{X_C}$ ). Ово може да се провери и на графикау (сл. 11а).

Индуктивни отпор  $X_L$  и капацитивни отпор  $X_C$  су пасивни отпори у колу и називамо их **реактивним отпорима**. У њима нема претварања електричне енергије у топлоту (под условом да је термомгени отпор  $R$  занемарљив).

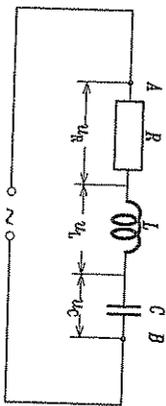
### ■ Редно RLC-коло

Многа електрична кола у свом саставу имају и активне и реактивне отпоре. На слици 1.2 је приказано једно такво коло.

Како су сви елементи редно везани, тренутна вредност струје је иста у свим деловима кола. Тренутна вредност напона на крајевима везе (између тачака А и В) је

$$u = u_R + u_L + u_C.$$

Уочили смо да се максималне вредности напона на појединим елементима не постижу истовремено, постоји фазна разлика међу њима. Због тога струја у колу неће бити у фази са напonom на крајевима кола.



Слика 12

Нека је напон  $u$  дат са  $u = U_0 \sin \omega t$ , а струја у колу је

$$i = I_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

тј. нека је  $\varphi$  фазна разлика струје и напона. Као што је речено, напон  $u_R$  је тада у фази са струјом, напон  $u_L$  јој пређајчи за  $\pi/2$ , а напон  $u_C$  касни за  $\pi/2$ . Зато је

$$U_0 \sin \omega t = U_{0R} \sin(\omega t - \varphi) + U_{0L} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + U_{0C} \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right),$$

где су  $U_{0R}$ ,  $U_{0L}$ ,  $U_{0C}$ , редом, максималне вредности напона на отпорнику, калему и на плочама кондензатора.

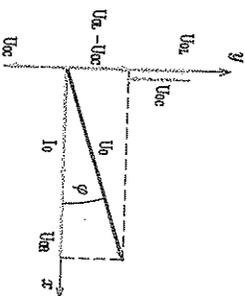
Узимајући у обзир Омов закон за амплитуде напона и струје и користећи тригонометријске трансформације, могуће је одредити импедансу ( $Z$ ) кола и фазну разлику ( $\varphi$ ) струје и напона.

До ових величина може се доћи и коришћењем фазора, сл. 13. Са слике се види да је

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2}.$$

Како је  $U_{0R} = I_0 R$ ,  $U_{0L} = I_0 X_L$  и  $U_{0C} = I_0 X_C$ , може се написати

$$I_0 Z = \sqrt{(I_0 R)^2 + (I_0 X_L - I_0 X_C)^2},$$



Слика 13

па је импеданса

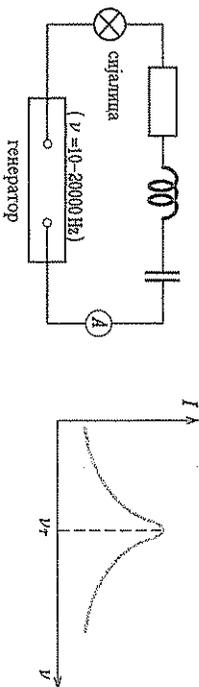
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Написано да наведени израз важи само за редно  $RLC$ -коло. Такође, јасно је да импеданса  $Z$  кола састављеног од истих елемената  $R$ ,  $L$  и  $C$  није увек иста, већ зависи од фреквенције струје која протиче кроз те елементе.

Фазна разлика ( $\varphi$ ) струје и напона добија се из једнакости

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}.$$

Ако на крајеве редне  $RLC$ -везе прикључимо напон одређене амплитуде  $U_0$  чија фреквенција може да се мења (сл. 14а), видећемо да ефективна (као и амплитудна) вредност струје такође мења вредност.



Слика 14

Повећавањем фреквенције извора сигнала ће да светли све јаче до неке фреквенције  $\nu_r$ . Далим повећавањем фреквенције она ће светлети све слабије. Посматрајући показивање амперметра и бележећи вредности струје и фреквенције можемо нацртати одговарајући график  $I = f(\nu)$  (сл. 14б).

Примећујемо да постоји фреквенција ( $\nu_r$ ) при којој је јачина ефективне струје максимална, што значи да је тада отпор у колу најмањи. Из израза за импедансу видимо да је могуће да њена вредност буде једнака термометном отпору ако је реактивни отпор  $X = X_L - X_C$  једнак нули. Како  $X_L$  и  $X_C$  зависе од фреквенције, могуће је наћи фреквенцију за коју ће то бити испуњено. Одредимо ту фреквенцију.

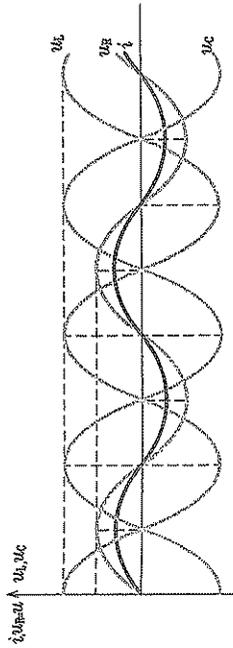
Из  $X = X_L - X_C = 0$  добијамо  $X_L = X_C$  (индуктивни и капацитивни отпор су једнаки), односно  $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$ . Одавде је  $\omega_r^2 = 4\pi^2 \nu_r^2 = \frac{1}{LC}$ , па је

$$\nu_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Фреквенцију  $\nu_r$  зваћемо резонантна фреквенција. Због чега се користи тај назив?

Посетимо се да смо при проучавању принудних осцилација видели да је амплитуда резултујуће осцилације максимална кад се изједначе сопствена фреквенција осцилатора и фреквенција принудне силе. Сопствена фреквенција

нашег  $RLC$ -кола одређена је капацитетом кондензатора  $C$  и индуктивношћу калема  $L$ . Ако подесимо да фреквенција извора одговара сопственој фреквенцији кола  $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \nu_r$ , ефективна струја у колу је највећа. Колика је тада фазна разлика  $\varphi$  између струје и напона на крајевима кола? Из  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$  следи да је  $\varphi = 0$  ( $\operatorname{tg} \varphi = 0$ ). У том случају јачина струје у колу има јачину  $I_0 = \frac{U_0}{R}$ , напон на отпорнику једнак је улазном напону (на крајевима везе) и не зависи од вредности напона  $U_L$  и  $U_C$ , ма колики они били (наиме, ти напони имају једнаке вредности, али су у противфазу), сл. 15. Кажемо да је наступила „напонска“ резонанција.



Слика 15

### 3.3. Снага наизменичне струје

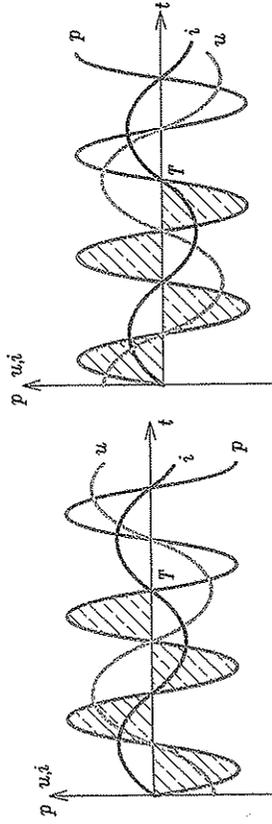
У колу наизменичне струје мењају се периодично и струја и напон, па се и електрична снага мења током времена. Ако је у колу везан само термогени отпор, струја и напон су у фази, па се снага мења по закону  $p = U_0 I_0 \sin^2 \omega t$  и увек је ненегативна, што значи да се енергија доведена из извора претвара у унутрашњу (топлотну) енергију. Средња снага у овом случају је

$$P = U_{ef} I_{ef} = I_{ef}^2 R = \frac{U_{ef}^2}{R}.$$

У случају да је у колу укључен само кондензатор, тренутна снага је

$$p = U_0 I_0 \sin \omega t \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

На графику на сл. 16 приказана је зависност тренутне снаге од времена. Када је снага негативна, кондензатор се празни (враћа енергију извору) а када је позитивна, при енергију од извора (пуни се кондензатор). Средња вредност ове снаге током једног периода једнака је нули (кондензатор је пасивни елемент у колу наизменичне струје).



Слика 16

Слика 17

Ако је у колу само индуктивни калем, при чему је  $X_L \gg R$ , график тренутне снаге у зависности од времена дат је на сл. 17. Овде је снага позитивна док се у калему успоставља магнетно поље (енергија се прили из извора), а негативна док оно ишчезава (енергија се враћа извору). И овде је средња снага једнака нули. Раније смо видели да је и калем пасивни отпор у колу наизменичне струје.

У општем случају кад имамо  $RLC$ -коло, тада су тренутне вредности струје и напона дате формулама  $i = I_0 \sin \omega t$ ,  $u = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , па је тренутна снага

$$p = ui = U_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) = U_0 I_0 \sin \omega t (\sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi),$$

тј.

$$p = U_0 I_0 (\sin^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi)$$

( $U_0 I_0 = P_0$  је максимална снага). Ако заменимо

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) \quad \text{и} \quad \sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t,$$

следи

$$p = \frac{U_0 I_0}{2} (1 - \cos 2\omega t) \cos \varphi + \frac{U_0 I_0}{2} \sin 2\omega t \sin \varphi.$$

Први сабирак последњег израза,  $\frac{1}{2} U_0 I_0 (1 - \cos 2\omega t) \cos \varphi$ , увек је ненегативан и мења се од 0 до  $U_0 I_0 \cos \varphi$ . Он представља процес довођења енергије у колу, при чему се она троши у колу (претвара се у топлоту). Средња вредност овог члана једнака је  $\frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi$ , што представља средњу или активну снагу кола  $P_a$ .

Дакле,

$$P_a = U_{ef} I_{ef} \cos \varphi,$$

где је  $\cos \varphi$  величина која се назива фактор снаге. Ако је, на пример, редно  $RLC$ -коло у резонанцији, онда је  $\cos \varphi = 1$ , па је активна снага  $P_a = U_{ef} I_{ef} = I_{ef}^2 R$ .

Што се тиче члана  $\frac{1}{2} U_0 I_0 \sin 2\omega t \sin \varphi$ , он периодично мења знак и вредност и описује размену енергије између кола и извора. Максимална вредност овог

члана назива се реактивна снага и означава са  $P_r$ ,

$$P_r = \frac{U_0 I_0}{2} \sin \varphi = U_e I_e \sin \varphi$$

Збир квадрата активне ( $P_a$ ) и реактивне ( $P_r$ ) снаге је  $P_a^2 + P_r^2 = U_e^2 I_e^2 = P^2$ . Величина  $P = U_e I_e$  се назива **привидна снага**. Видљиво да су активна, реактивна и привидна снага повезане релацијом

$$P = \sqrt{P_a^2 + P_r^2}$$

Да би се разликовао о којој снази наизменичне струје се говори, привидна снага се изражава у волтамперима (VA), активна у ватиима (W) а реактивна у вариима (Var). Инструменти којима може да се мери активна снага зову се **ватметри**.

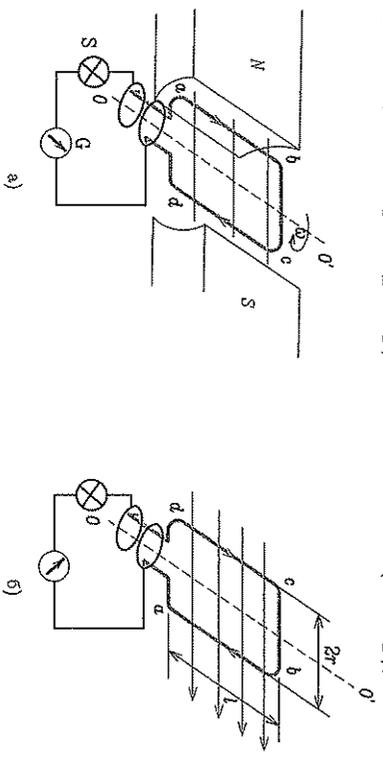
### 3.4. Производња и пренос наизменичне струје

#### ■ Генератори наизменичне струје

Померањем проводника у магнетном пољу на крајевима проводника долази до појаве различите потенцијала (односно до променања струје ако су крајеви спојени проводником). Дакле, механички рад се, посредством електромагнетне индукције, трансформише у електричну енергију. Да би трансформисање било дуготрајно може се користити правоугаони рам који равномерно ротира у хомогеном магнетном пољу. На тај начин се добија струја која периодично мења смер и јачину – наизменична струја, али се специјалним додацима (коллекторима) може добити и једносмерна струја.

Ово је најраспрострањенији начин производње електричне енергије. Видљиво касније које су предности овако добијене струје.

Објаснимо принцип рада генератора наизменичне струје. Систем се састоји од покретног проводног рама (ротор) и сталног магнета (статор), сл. 18.



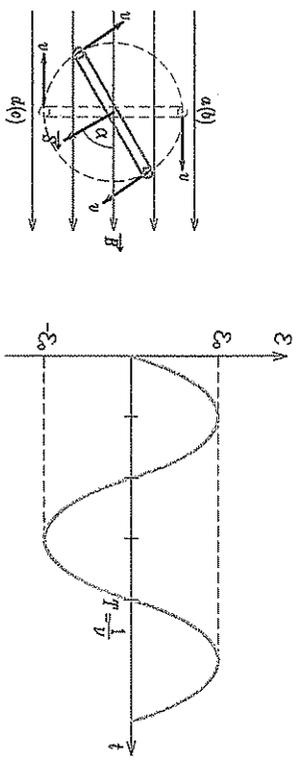
Слика 18

На слици 18а је приказан правоугаони рам који ротира сталном угаоном брзином ( $\omega$ ) у хомогеном магнетном пољу. Странице  $ab$  и  $cd$  крећу се једнаким брзинама, али у супротним смеровима, те се у њима индукују ЕМС супротних смерова, што омогућава проток струје у назначеном смеру (галаванометар показује отклон удесно). Када се рам обрне за пола круга (сл. 18б), странице  $ab$  и  $cd$  су замениле места. Сада ће и смерови брзина страница бити супротни, па ће и смер индуковане ЕМС да се промени. Тада ће смер струје бити као што показују стрелице (галаванометар показује отклон улево). Када се рам обрне за следећу половину круга, проводници ће бити у истом положају као на сл. 18а. После целог круга процес се понавља. Струја се одводи у струјно коло помоћу прстенова и угљених четкица. Један прстен је све време у контакту са једним крајем проводника а други са другим крајем.

До закона по коме се мењају ЕМС и струја у правоугаоном раму током времена можемо доћи следећим разматрањем. Нека је  $\alpha$  угао између вектора површине рама  $\vec{S}$  и линија магнетног поља индукције  $\vec{B}$ , а  $v$  интезитет вектора брзине којом се креће страница  $ab$ , односно  $cd$ , сл. 19. Ако је дужина странице  $ab = cd = l$ , у свакој од ове две странице индукује се ЕМС

$$\mathcal{E} = Blv \cos(90^\circ - \alpha) = Blv \sin \alpha$$

Угао  $\alpha$  је променљив и зависи од угаоне брзине којом ротира рам, као и од времена ( $\alpha = \omega t$ ), а веза између угаоне брзине рама ( $\omega$ ) и брзине проводника  $ab$ , односно  $cd$  ( $v$ ) је  $v = r\omega$ , где је  $r = \frac{1}{2}bc$ .



Слика 19

Слика 20

Узимајући у обзир да се ЕМС индуковане у проводницима сабирају, индукована ЕМС у раму је

$$\mathcal{E} = 2Blv \sin \omega t = BS\omega \sin \omega t$$

где је  $S$  површина обухваћена рамом. Знајући да је  $\omega = 2\pi\nu$  и да је  $BS\omega$  највећа вредност индуковане ЕМС, коју ћемо означити са  $\mathcal{E}_0$ , можемо написати

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi\nu t$$

Видимо да је добијена ЕМС наизменична, тј. периодично променљива. График зависности ЕМС ( $\mathcal{E}$ ) од времена приказан је на сл. 20.

Струја која у овом случају протиче кроз свијалицу  $S$  (сл. 18) мења се током времена, па је њена тренутна вредност

$$i = I_0 \sin 2\pi\nu t,$$

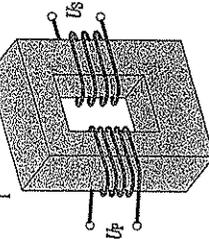
где је  $I_0$  максимална вредност (амплитуда) струје у колу.

Електромоторна сила која се индукује у једном правоугаоном раму је мала. У електранама се ротор окреће одређеном фреквенцијом, док се велике ЕМС постижу великим бројем намотаја на ротору.

### Трансформатори

Трансформатор је уређај помоћу кога се повећава или смањује напон наизменичне струје. Најважнија примена трансформатора је у смањивању губитака при преносу електричне енергије на даљину. Наиме, повећањем напона смањује се јачина струје у водовима, што чини да се топлотни губитци смањују.

Трансформатор је систем који се састоји од гвозденог језгра око којег су намотана два калема бакарне жице, сл. 21. Калемови су међусобно електрично изоловани.



Слика 21

У реалном трансформатору увек постоје губитци: све магнетне линије се не затварају кроз језгро (расипни флуks примара и секундара), постоје губитци због загревања намотаја, индукују се вртложне струје у гвозденом језгру, итд. Због тога је и снага која се преноси у секундарно коло увек мања од снаге у примарном колу. Правим избором гвожђа и прављењем језгра слагањем танких лимова (због спречавања појаве вртложних струја) ти се губитци своде на минималну меру.

Када се примар идеалног трансформатора прикључи на наизменични извор, кроз примарни калем протиче променљива струја, због чега се у калему појављује флуks магнетног поља  $\Phi = Li$  који је, такође, променљив. Како је флуks сразмеран јачини струје, то је брзина промене магнетног флуksа у једном навоју  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$ . По Фарадејевом закону, у примарном колу се индукује електромоторна сила  $\mathcal{E}_p = -N_p L \frac{\Delta i}{\Delta t}$ , где је  $N_p$  број навојака примарног калема.

Гвоздено језгро је феромагнетик. Скоро све линије магнетног поља затварају се кроз језгро, те тако и кроз сваки навојак у секундарном калему долази до промене флуksа, па се у њему индукује електромоторна сила  $\mathcal{E}_s = -N_s L \frac{\Delta i}{\Delta t}$ , где је  $N_s$  број намотаја секундарног калема. Ако на крајевима секундара није прикључен потрошач (коло је отворено), напон секундара је једнак индукованом ЕМС,  $U_s = \mathcal{E}_s$ . Напон на примару је приближно једнак индукованом ЕМС, тј.  $U_p = \mathcal{E}_p$ . Закључујемо да за однос индукованих ЕМС важи

$$\frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_s} = \frac{U_p}{U_s} = \frac{N_p}{N_s}.$$

Добијена релација се често зове **једначина трансформатора**.

Напон на примару и напон на секундару односе се као број навојака примара  $N_p$  и број навојака секундара  $N_s$ . Овај однос назива се **коэффициент трансформације**. Дакле, подешавањем односа броја навојака примара и секундара веома лако се може постићи одговарајуће повећавање или смањивање напона.

Шта се дешава када се затвори секундарно коло (тј. када се веже неки потрошач)? Пре него што затворимо коло секундара, флуks у језгру је зависио само од струје у примарном калему ( $I_p$ ). Затварањем секундарног кола у њему тече струја  $I_s$  која тежи да смањи флуks (Ленцово правило) у језгру, а самим тим и индуковану ЕМС у примару. Како ова ЕМС мора да буде једнака напону на примару (ако занемаримо губитке), струја примара се повећава све док се флуks у језгру не повећа на првобитну вредност коју је имао пре затварања кола секундара. Ако кроз секундарно коло протиче струја, електрична енергија која се на термометном отпору претвара у топлоту (тротши се) надокнађује се повећањем струје у примарном колу, тј. трошењем енергије извора.

Снага која се преко језгра преноси из примарног кола у секундарно једнака је снази секундарног кола, тј.

$$I_p U_p = I_s U_s.$$

Знајући да је  $U_p/U_s = N_p/N_s$ , добијамо да је

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p},$$

тј.

однос јачина струја примара и секундара једнак је односу броја навојака секундарног и примарног калема трансформатора (обрнута пропорционалност).

У реалном трансформатору су губитци увек присутни, односно увек је  $U_p I_p > U_s I_s$ . Квалитет трансформатора може да се процени на основу степена корисног дејства који се дефинише као однос снаге секундарног и примарног кола,

$$\eta = \frac{U_s I_s}{U_p I_p}.$$

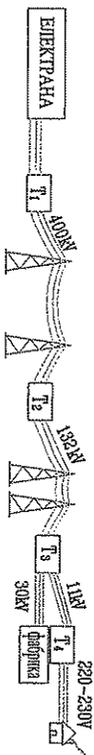
Степен корисног дејства трансформатора може да достигне вредност 99%, што је у поређењу са другим уређајима веома добро.

### ■ Пренос електричне енергије на даљину

Електричне централе се граде на рекама (хидроцентрале – код нас Бердац, Вајина Вагша, Зворник, ...) у близини рудника угља (термоелектране – код нас „Н. Тесла“ Обреновац, Костојад, ...) и далеко од насељених места (нуклеарне централе). Енергија која се у њима производи треба да се пренесе на велика растојања, при чему је електрична мрежа проводника веома разграната. У електричним водовима долази до губитака снаге који су сразмерни квадрату јачине струје у водовима ( $I^2R$ ). На пример, нека снага коју производи електрана износи 100 kW. Растојање на које треба пренети електричну енергију (на пример, у насеље) велико је, па је отпор проводника који повезује централу и потрошача, ретимо, 0,4Ω. Ако би се енергија преносила при напону 220 V, можемо израчунати колики је при томе губитак:  $I = P/U = 455 \text{ A}$ , губитак снаге је око 82645 W, што је више од 80%. Међутим, ако би се пренос вршио при напону од 22 kV, тада би струја била 4,5 A, па би губици били 8,3 W, односно 0,0083%.

Ради безбедности и изолације неопходно је да се у генераторима, моторима и уређајима у домаћинству употребљавају релативно ниски напони. У домаћинствима је напон који се користи код нас углавном 220 V, што је, као што смо видели, напон при коме су губици у транспорту сувише велики. Зато је неопходно да се пренос електричне енергије на велике удаљености врши при високом напону, а да се он затим у близини потрошача снижава.

Знамо да је још Фарадеј у својим експериментима користио примарно и секундарно коло да би променама струје у једном колу добио струју у другом колу. Као што смо видели, на истом принципу раде трансформатори. Помоћу њих је управо могуће повећавање или смањивање напона. На тај начин се напон у електранама повећава чак и до реда 100 kV, на тако висок напон се прикључују даљеноводи, а затим се врши снижавање напона мрежом нових трансформатора, сл. 22.

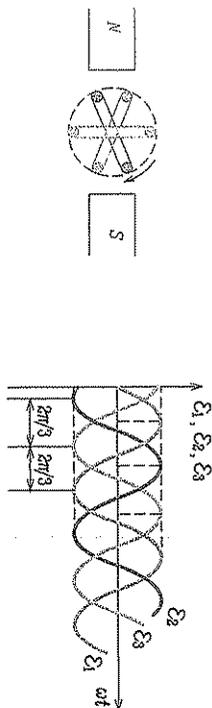


Слика 22

Како је много лакше мењати ефективну вредност наизменичног него једносмерног напона, јасно је онда зашто је тако велика промена и коришћење наизменичне струје. Једносмерна струја која је потребна за функционисање многих апарата заглим се добија помоћу испарљача.

### 3.5. Трофазна струја

Струја која настаје равномерно обрћаном једног рама у хомогеном магнетном пољу и одводи се у колу преко пара прстенова је монофазна електрична струја. Када би се око исте осе у хомогеном магнетном пољу обрћала два проводна рама чије се равни налазе под углом од  $\pi/2$ , у сваком раму би се индуковала ЕМС, на пример,  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$  и  $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t - \pi/2)$ ; сваки од ових рамова може да има свој пар прстенова преко којих се налаја неко струјно коло. Оваква струја зове се двофазна. Она пружа могућност прикључивања већег броја потрошача.



Слика 23

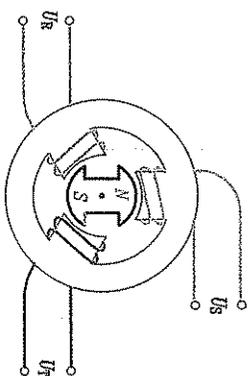
Данас се највише користи трофазна струја која се производи у трофазним генераторима. Ови генератори се састоје од три једнака проводна рама који могу да ротирају (равномерно) око исте осе у хомогеном магнетном пољу. Равни ова три рама су постављене тако да су померене једна у односу на другу за  $2\pi/3$ , сл. 23а). Сваки рам има по пар проводних прстенова помоћу којих се одводи струја у колу. Индуковане електромоторне силе мењају се по законима

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 \sin \omega t, \quad \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \quad \text{и} \quad \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_0 \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right),$$

а њихови графици приказани су на сл. 23б).

Проводни рамови зову се фазе и означавају се са R, S и T.

Прикључимо ли на сваки пар прстенова индуктивне потрошаче, кроз сваки ће проћи исте наизменична струја исте амплитудне вредности, али ће оне бити фазно померене, и то  $i_1$  и  $i_2$  за  $2\pi/3$ , а  $i_2$  и  $i_3$  такође за  $2\pi/3$ . Ово омогућава прикључивање већег броја потрошача него у случају монофазне или двофазне струје.



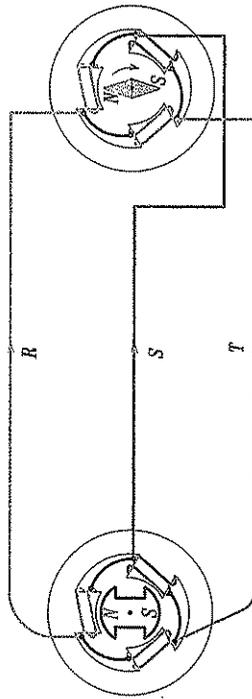
Слика 24

У електранама се производе велике количине електричне енергије (индукују се велике ЕМС), за шта су потребни ротори са великим бројем намотаја. То за последицу има велику масу ротора који треба да ротира фреквенцијом од 50 Hz. Све то може да се избегне ако се намотаји (проводни рамови – калемови) сместе на статор, а магнет ротира (сл. 24). Када магнет равномерно ротира, у калемовима на статору долази до индуковања наизменичне ЕМС. Напони  $U_S$ ,  $U_T$  и  $U_R$  су фазно померени, и то  $U_S$  и  $U_T$  за  $2\pi/3$ , а  $U_T$  и  $U_R$  такође за  $2\pi/3$  (толики је угао између оса калемова на статору).

Да би индукована ЕМС била што већа, генератори у електранама се конструишу тако да је ротор електромагнет који се нањаја из извора једносмерне ЕМС (јачина магнетног поља је тада већа него код сталног магнета).

За преношење трофазне струје од електране до потрошача потребно је користити трофазне трансформаторе.

#### • Обртно магнетно поље



Слика 25

Када трофазни генератор спојимо са трофазним мотором, сл. 25, кроз калемове мотора протичу наизменичне струје које су фазно померене, као што је речено. У калемовима долази до појаве променљивог магнетног поља. На овакав начин се у средишту статора формира обртно магнетно поље. Ако се у средиште статора постави магнетна игла, она ће се равномерно обртати.

Никола Тесла је 1887. године конструисао мотор – асинхрони мотор – који ради на принципу обртног магнетног поља. На слици 25 је дат принцип рада тог мотора. Магнетна игла (ротор) почиње да ротира под утицајем обртног магнетног поља добијеног помоћу три калема постављена као на слици. Код овог мотора није потребно синхронизовати брзину ротора са брзином промене магнетног поља статора. Када се укључи мотор, он се постепено убрзава док његова брзина не достигне брзину промене магнетног поља.

Овај Теслин проналазак омогућио је преузимање водеће улоге наизменичне струје коју је до тада имала једносмерна струја.

#### Питања

1. Када ће кроз коло проћи наизменична струја?
2. Коју вредност струје (напона) зовемо ефективном?
3. Напиши формулу која повезује амплитуду наизменичне струје са њеном ефективном вредношћу.
4. Напиши формулу за импедансу редног  $RLC$ -кола.
5. Од чега зависи колика је фазна разлика струје и напона у редном  $RLC$ -колу?
6. Колики је отпор редне  $RLC$ -везе када је коло у резонанцији?
7. Прикажи временску зависност напона на кондензатору и калему редне  $RLC$ -везе у случају резонанције кола.
8. Чему је једнака привидна снага у колу наизменичне струје?
9. Од чега зависи активна снага редног  $RLC$ -кола са наизменичном струјом?
10. На ком принципу ради генератор наизменичне струје?
11. На ком принципу ради трансформатор? Зашто степен искоришћења трансформатора није једнак 1?
12. Примар трансформатора има два пута више намотаја него секундар. Ако кроз примар протиче струја ефективне вредности  $I_p$ , колика ће бити ефективна вредност струје у секундару?
13. Каква је улога трансформатора у „пуњачу“ за мобилни телефон?
14. Зашто се електрична енергија преноси на даљину под високим напонам?

## 4. ТАЛАСИ У МЕХАНИЦИ

Под појмом талас (таласно кретање) подразумевамо процес преносења осцилација кроз простор (у току времена).

Место где осциловање започиње је извор таласа.

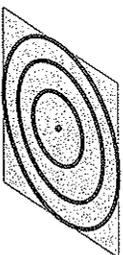
Ако се преносе механичке осцилације, говоримо о **механичким таласима**, а уколико се преносе електричне (електромагнетне) осцилације — о **електромагнетним таласима**.

Да би настао механички талас потребно је да постоји извор таласа и супституционална, еластична средина. Ови таласи не могу се простирати кроз вакуум. Пример механичких таласа су звучни таласи.

За настајак електромагнетних таласа довољно је да постоји извор таласа, што значи да се они могу простирати и кроз вакуум (на пример, такви су светлосни таласи).

### 4.1. Механички таласи

Анализа и опис механичких таласа може се аналогно применили и на остале облике таласног кретања. Погодност је што се могу и непосредно посматрати. Ако, на пример, бацимо камен на мирну површину воде, на месту удара камена настаће поремећај (осциловање), који ће се преносити на суседне дегиће кроз средину. То преносење осциловања представља талас (сл. 1). При томе дегићи воде осцилују око равнотежног положаја и не померају се дуж правца кретања таласа. Само се осциловање, тј. енергија осциловања преноси даље од извора.



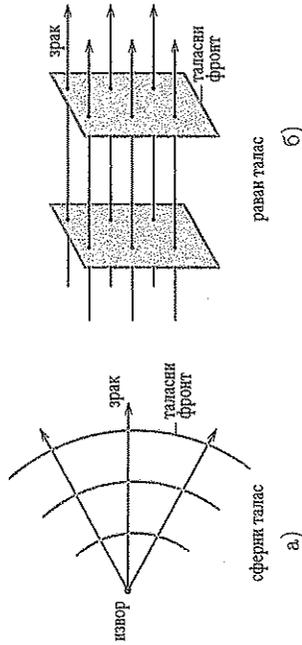
Слика 1

Ако се талас простире дуж једног правца, то је **линијски талас**. Уколико се шири по некој површи, говоримо о **површинском таласу**. Просторни талас настаје у хомогеним срединама и шири се у свим правцима.

**Таласни фронт** је површ нормална на правца кретања (просирирања) таласа чије све тачке осцилују у истој фази. Таласни зрак представља правац просирирања таласа и нормалан је на таласни фронт.

Према облику таласног фронта таласе делимо на **сферне** (сл. 2а) и **равне** (сл. 2б).

Сферни таласи настају у хомогеним и изотропним срединама. У њима талас од извора напредује на исти начин у свим правцима.



Слика 2

Равни таласи потичу од извора који су на великим растојањима од места где посматрамо талас, тако да се таласни зраци који полазе од извора могу сматрати паралелним.

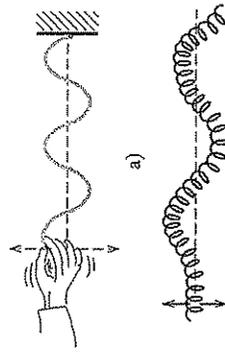
**Трансверзални и лонгитудинални таласи**

Трансверзалним (попечним) таласом називамо талас чији је правац простирања нормалан на правац осциловања честица. Шематски то приказујемо као на слици 3.



Слика 3

Ови таласи могу настати у чврстим еластичним срединама, што се може демонстрирати помоћу канала (или опруге) учвршћеног на једном крају, док други крај принудимо да осцилује (сл. 4а, б).

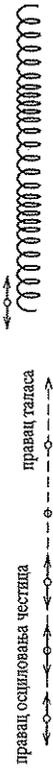


а)



б)

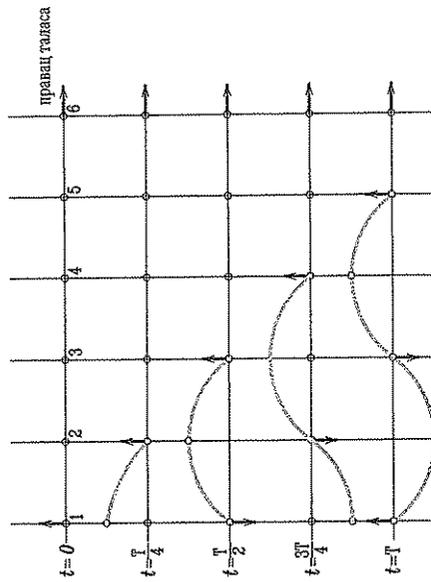
Слика 4



Слика 5

На слици 7 је приказан настанак трансверзалног таласа и његово простирање за време у току којег се изврши једна пуна осцилација почетне честице (извора таласа).

Слика 6



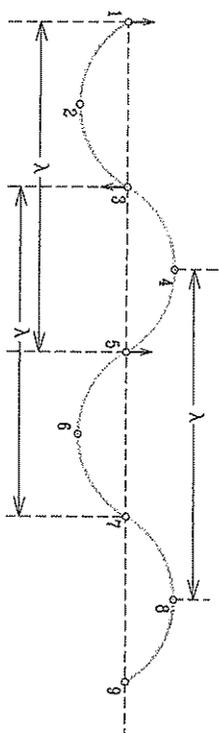
Слика 7

У тренутку  $t = 0$  све честице средине у првом реду су у равнотежном положају. Прва честица (извор таласа) добија импулс навише. У тренутку  $t = T/4$  (други ред) прва честица достиже амплитудни положај, а друга добија импулс навише. У трећем реду (тренутак  $t = T/2$ ) честица 1 пролази кроз равнотежни положај нанисе, честица 2 је у амплитудном, а честица 3 добија импулс навише. У четвртном реду је положај честица у низу после времена  $t = 3T/4$ . Прва честица је у доњем амплитудном положају, друга пролази кроз равнотежни положај нанисе, трећа је у горњем амплитудном положају, а четврта добија импулс навише. Последњи, пети ред приказује стање честица после времена  $t = T$ . Прва честица је у пролазу кроз равнотежни положај навише, друга је у доњем амплитудном положају, трећа у пролазу кроз равнотежни положај надолу; четврта честица је у горњем амплитудном положају, а пета добија импулс навише. После времена  $t = T$  прва честица је извршила једну пуну осцилацију а талас је прешао растојање до честице 5. Честица 5 ће осциловати на исти начин као честица 1, тј. биће у фази са њом.

**Таласна дужина. Брзина таласа**

Физичким величинама као што су елонгација ( $x$ ), амплитуда ( $x_0$ ), период ( $T$ ), фреквенција ( $\nu$ ), фаза ( $\omega t + \varphi$ ), брзина честице ( $v$ ), којима смо описивали осцилације, описујемо и таласно кретање, али уводимо и појмове таласне дужине и брзине таласа.

Таласна дужина ( $\lambda$ ) је најкраће растојање, дуж таласа, између две честице које осцилују у фази, тј. то је растојање које пређе талас за време од једног периода (време за које извор таласа направи једну пуну осцилацију).



Слика 8

На слици 8 приказан је талас. Парови најближњих честица које осцилују у фази су 1 и 5, 2 и 6, 3 и 7, као и 4 и 8, и оне су на растојању једнаком таласној дужини  $\lambda$ . При томе се честице 2 и 6 налазе у дољњој таласа, а честице 4 и 8 на његовом брегу.

Таласном дужином је одређена просторна периодичност.

Брзина таласа ( $u$ ), тј. брзина преношења осцилација (енергије осциловања), разликује се од брзине осциловања честица ( $v$ ). Брзина таласа зависи од физичких особина средине и од врсте таласа (да ли је он трансверзални или донгитудинални).

Брзина трансверзалног таласа дуж затегнуте жице или конопа је

$$u = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

Овде је  $\sigma$  нормални напон а  $\rho$  густина жице. Ако узмемо у обзир да је  $\sigma = \frac{F}{S}$  ( $F$  је сила затезања жице,  $S$  њен попречни пресек), брзина ће бити

$$u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

где је  $\mu = \frac{m}{l}$  маса јединичне дужине жице.

У чврстим и течним срединама брзина донгитудиналног таласа износи

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

где је  $E$  Јангов модул еластичности за чврста тела, односно запремински модул еластичности за течности, а  $\rho$  је густина средине.

Кроз идеалне гасовите средине брзина донгитудиналног таласа је

$$u = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$$

при чему је  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  Пасонова константа,  $p$  притисак гаса а  $\rho$  његова густина. Узимајући у обзир једначину стања идеалног гаса  $pV = \frac{m}{M} RT$ , тј.  $p = \frac{\rho RT}{M}$  ( $R$  је универзална гасна константа,  $M$  је моларна маса), за брзину добијамо

$$u = \sqrt{\gamma \frac{R}{M} T}$$

тј. брзина таласа у идеалном гасу сразмерна је квадратном корену абсолютне температуре. За ваздух (смагран идеалним гасом) при собној температури  $T = 290 \text{ K}$  ( $\gamma = 1,4$ ,  $R = 8,3 \text{ J/molK}$ ) добијамо

$$u \approx 340 \text{ m/s.}$$

Дакле, брзина механичких таласа зависи од физичких особина средине (и од врсте таласа). Но, она се може изразити и преко величина које описују сам талас на следећи начин.

Ако је средина хомогена, брзина је константна и износи  $u = \frac{s}{t}$ . Пут ( $s$ ) једнак таласној дужини  $\lambda$  талас прелази за време једнако периоду осциловања,  $t = T$ . За брзину таласа тада добијамо

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$$

Брзина кретања таласа једнака је производу таласне дужине и фреквенције таласа.

При преласку таласа из једне у другу средину мењају се његова брзина и таласна дужина, док фреквенција остаје иста (она зависи само од карактеристика извора).

### Енергија и интензитет таласа

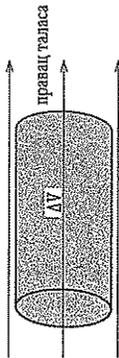
Таласом (таласним процесом) долази до преношења неког облика енергије од једне до друге тачке средине кроз коју се талас простире. Механичким таласом се преноси механичка енергија. Она је једнака збиру кинетичке и потенцијалне енергије честица које осцилују и износи (по једној честици масе  $m_0$ )

$$E_1 = E_k + E_p = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 x_0^2$$

У делу средине запремине  $\Delta V$  (сл. 9) који садржи  $N$  честица, енергија таласа је

$$E = N \cdot E_1 = N \cdot \frac{1}{2} m_0 \omega^2 x_0^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x_0^2,$$

где је  $m = N m_0$  укупна маса честица у запремини  $\Delta V$ . Како је  $m = \rho \cdot \Delta V$ , добија се



Слика 9

$$E = \frac{1}{2} \rho \omega^2 x_0^2 \cdot \Delta V.$$

Енергија дела таласа у некој средини пропорционална је квадрату фреквенције и квадрату амплитуде осциловања.

Густина енергије  $\epsilon$  једнака је количнику енергије коју има елемент запремине  $\Delta V$  и те запремине и износи

$$\epsilon = \frac{E}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 x_0^2.$$

Интензитет (јачина) таласа је величина бројно једнака енергији коју талас пренесе у јединици времена кроз јединичну површину нормалну на правац простирања таласа (тј. снага таласа по јединици површине),

$$I = \frac{E}{S \Delta t} = \frac{P}{S} \left[ \frac{W}{m^2} \right].$$

Користећи претходно изведени израз за енергију, за интензитет добијамо

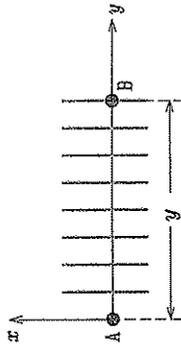
$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 x_0^2.$$

Интензитет таласа у некој средини сразмеран је квадрату амплитуде и квадрату фреквенције таласа.

### ■ Једначина таласа

У општем случају једначина таласа даје закон осциловања било које тачке средине у коју доспе талас. Да бисмо ову једначину извели, морамо поћи од закона осциловања извора таласа.

Посматрајмо равни талас уз претпоставку да је средина кроз коју се простира идеална, тј. да честице средине хармонијски осцилују (да нема претварања механичке енергије у друге облике). Ако је осциловање извора таласа (тачка  $A$  на слици 10) описано једначином



Слика 10

$$x = x_0 \cos \omega t,$$

нека честица средине (тачка  $B$  на слици), на растојању  $y$  од извора, осциловаће по закону

$$x = x_0 \cos \omega \left( t - \tau \right) = x_0 \cos \omega \left( t - \frac{y}{u} \right),$$

где је  $\tau = \frac{y}{u}$  време потребно да талас стигне од  $A$  до  $B$ .

Ово је најједноставнији облик једначине равнот таласа и може се трансформисати (користећи да је  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  и  $\lambda = uT$ ) у једначину

$$x = x_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y \right),$$

тј.

$$x = x_0 \cos(\omega t - ky).$$

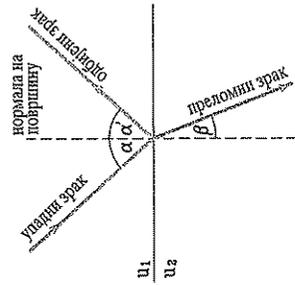
Овде је  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  **угаони таласни број** и он показује колико се таласних дужина садржи у  $2\pi$  метара.

Уколико се талас креће у супротном смеру дуж  $y$ -осе, једначина ће имати облик

$$x = x_0 \cos(\omega t + ky).$$

## 4.2. Одбијање и преламање таласа

Када талас наиђе на граничну површ две средине у којима се простира различитим брзинама, он се делимично одбија (враћа у исту средину), а делимично прелама (прелази у другу средину). На слици 11 су упадни, одбијени и преломљени талас представљени зрацима. Углови  $\alpha$ ,  $\alpha'$  и  $\beta$  су, редом, **упадни, одбојни и преломни угао** (уочити да су то углови одговарајућих зрака у односу на нормалу на граничну површ).

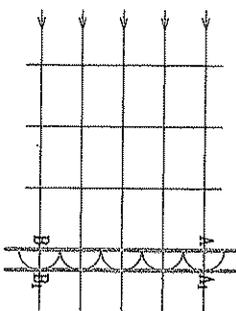


Слика 11

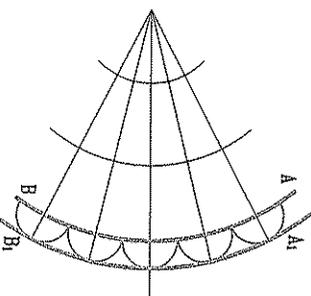
Овакво понашање таласа, као и многе друге појаве везане за таласно кретање, могу се објаснити на основу Хајгенсовог принципа (Сл. Нугенсу). По Хајгенсу,

свака тачка у коју доспе талас постаје и сама извор нових сферних таласа.

Уколико је средина изотропна (има иста физичка својства у свим правцима), особине таласа, као и облик таласног фронта остају непроменени (слике 12 и 13).



Слика 12



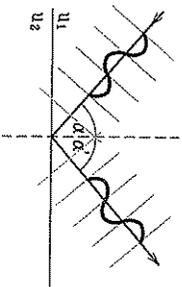
Слика 13

Свака тачка таласног фронта АВ (равног или сферног таласа) извор је новог сферног таласа, а обвојница свих тих таласа чини нови таласни фронт А1В1 резултујућег таласа и има исти облик као АВ.

### ■ Одбијање таласа

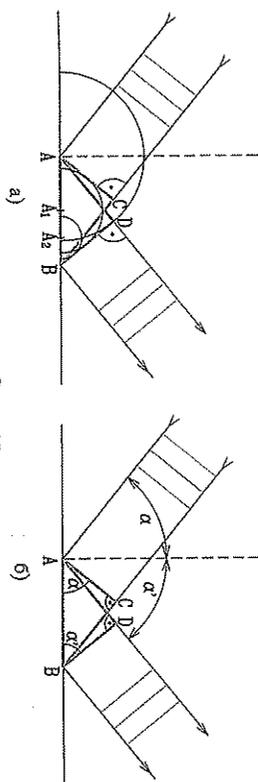
Уколико равни талас долази до граничне површи две средине, и одбијени талас ће бити раван (сл. 14). При одбијању таласа важи:

- 1) упадни зрак, нормала и одбијени зрак припадају истој равни;
- 2) одбојни угао једнак је упадном углу,  $\alpha = \alpha'$ .



Слика 14

Прва законитост је експериментално утврђена, а другу доказујемо на основу Хајгенсовог принципа. Посматрајмо равни талас ограничен са два упадна зрака који долази до граничне површи двеју средина под углом  $\alpha$  (упадни угао, сл. 15а).



Слика 15

Таласни фронт је представљен помоћу дужи која је нормална на ове зраке. Крајњи зраци стижу до граничне површи у тачкама А и В у различито време (временски интервали пристизања зрака до граничне површи све је дужи идући од А ка В по граничној површи). По Хајгенсу, свака тачка граничне површи постаје извор нових сферних таласа исте брзине као и упадни талас (иста је средина). Када први гранични зрак стигне у тачку А, други је у тачки С (АС је таласни фронт). Други зрак пређе растојање СВ, први зрак пређе растојање АД. Сферни таласи чији су извори тачке А, А1, А2 имају различите полупречнике јер прелазе различита растојања за различито време истом брзином. Обвојница ових сферних таласа даје таласни фронт ВД.

На слици 15б се могу уочити два правоугла троугла АВС и ВАД. Дуж АВ је заједничка хипотенуза ових троуглова, а одговарајуће катете ВС и АД су једнаке (пређени путеви таласа за исто време у истој средини). Углови код С и Д су прави. Из овог sledи подударност ових троуглова, што омогућава закључак да је  $\alpha = \alpha'$  (математички облик закона одбијања).

### ■ Преламање таласа

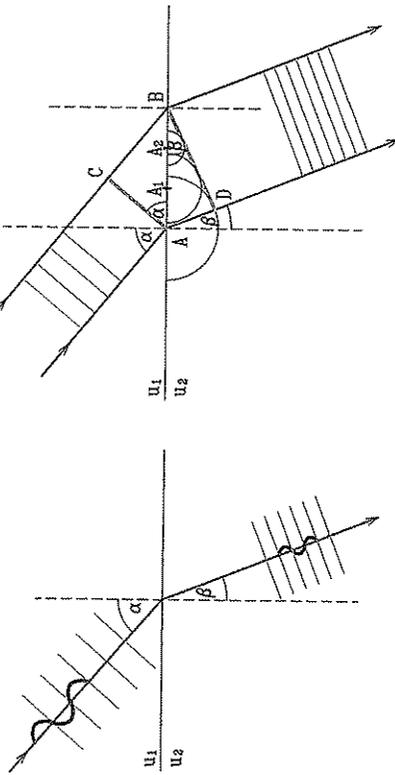
При преламању равног таласа на граничној површи двеју средина и преломљени талас је такође раван (сл. 16). При преламању таласа важи:

- 1) упадни зрак, нормала и преломањени зрак леже у истој равни;
- 2) синуси упадног и преломног угла односе се као брзине таласа у тим срединама,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{u_1}{u_2}.$$

Као и код одбијања таласа, прва законитост је експериментално утврђена, а друга проистиче из Хајгенсовог принципа.

Нека се раван талас при доласку на граничну површ прелама као на слици 17. Уколико је  $u_2 < u_1$ , пређени путеви сферних таласа насталих по Хајгенсу у свакој тачки граничне површи од А до В су мањи у другој средини него што би били у првој. Обвојница ових таласа формира таласни фронт ДВ. Правоугли троуглови



Слика 16

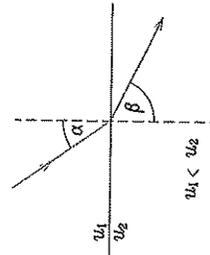
$ABC$  и  $BAD$  нису полударни јер катете  $BC = u_1 t$  и  $AD = u_2 t$  нису једнаке. За ове тругоугве важи

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{u_1 t}{AB}, \quad \sin \beta = \frac{AD}{AB} = \frac{u_2 t}{AB}.$$

Дељењем ових једнакости добијамо

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{u_1}{u_2},$$

што представља математички облик закона прелампања.



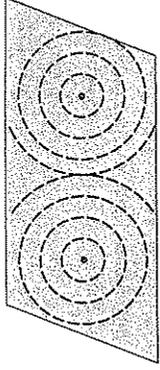
Слика 18

Приметимо да ако је, као у наведеном случају, брзина у другој средини мања него у првој, тада се талас прелама „ка нормали“ (преломни угао је мањи од унадног). Ако је, пак, брзина у другој средини већа, онда је прелампање „од нормале“, тј. преломни угао је већи од унадног, сл. 18.

### 4.3. Суперпозиција таласа

До сада је разматрано простирање појединачних таласа кроз еластичну средину. Поставља се питање шта се дешава када два или више таласа који долазе из различитих извора пролазе истовремено кроз неку област.

Ако, на пример, бацимо два (или више) каменчића на површину воде (сл. 19), од места упада каменчића у воду шириће се кружни таласи. Ови таласи ће при сусрету пролазити једни кроз друге, а после разилажења ће опет имати исти, кружни облик са центрима у месту упада.

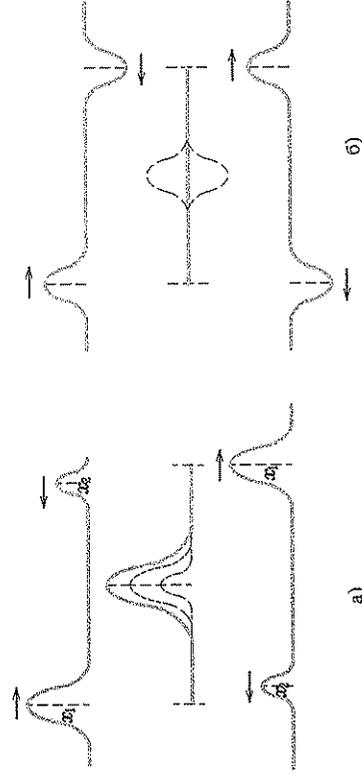


Слика 19

На исти начин се понашају и звучни таласи. Када свира оркестар, звучни таласи од сваког инструмента долазе до нашег уха са istim особинама као кад би појединачно свирао сваки инструмент.

У области сусрета (преклапања) таласа долази до **суперпозиције**, при чему честоте средине осцилују резултујућим померањем које је једнако збиру померања која потичу од појединачних таласа.

Суперпозицију можемо демонстрирати ако на затегнутом užету (коноцу) произведемо два таласна импулса (поремећаја), који се крећу један ка другом (сл. 20а, б).



Слика 20

На слици а) таласни импулси имају исти смер (на горе). У моменту прелампања резултујућа амплитуда је појачана, тј. једнака је збиру амплитуда појединачних импулса.

Слика б) приказује сусрет таласних импулса супротног смера. У моменту прелампања резултујућа амплитуда је једнака нули (ако претпоставимо да је  $x_1 = x_2$ ) али појединачни импулси после тога настављају да се простиру као да до сусрета није ни дошло.

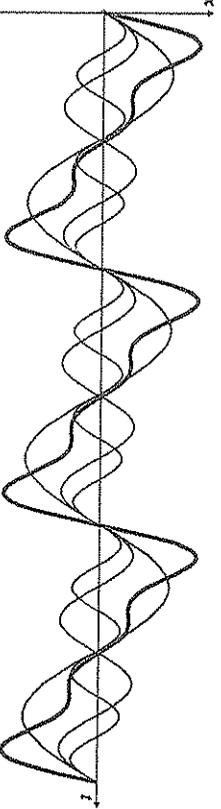
На основу изложеног закључујемо следеће.

Суперпозиција је слагање два или више таласа при чему важи:

- резултујуће осциловање сваке честичке у области сусрета једнако је збиру осциловања насталог од сваког појединачног таласа;
- након међусобног сусрета таласи пролазе један кроз другог неизмењени, тј. задржавају исти облик, интензитет и правац кретања.

Принцип суперпозиције важи и за континуидалне и за трансверзалне таласе, без обзира на њихову природу (механички, електромагнетни). Принцип није применљив за таласе великих кинетичитета (тј. амплитуда), на пример, код ударних таласа и светлосних таласа из ласера.

Полазећи од принципа суперпозиције може се претпоставити и да је сваки сложенји талас (несинусоидални) добијен слагањем једноставнијих синусоидалних таласа (сл. 21). Другим речима, сваки сложенји талас се може разложити на више једноставних синусоидалних таласа.



Слика 21

### ■ Прогресивни и стојећи талас

Таласи које смо проучавали у претходним поглављима имају следеће особине:

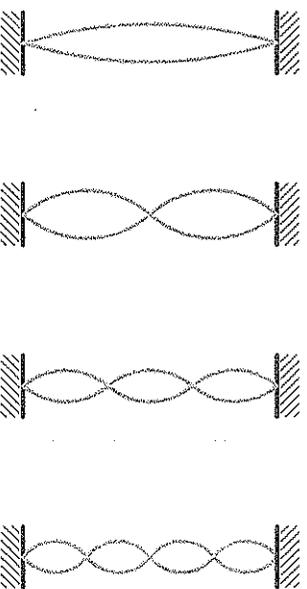
- настају у изворима произвољне фреквенције осциловања;
- настају у неограниченим срединама (димензије таласа су бесконачно велике);
- преносе енергију кроз простор;
- све честичке (тачке) средине до којих доспе талас осцилују са истом амплитудом (ако занемаримо притупење), али се те амплитуде достижу у различитим тренуцима.



Слика 22

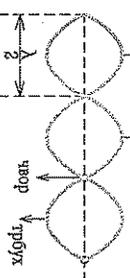
Овакви таласи се називају **прогресивни** (напредујући, путујући). Осим њих постоје и **стојећи таласи**. Они настају на други начин и имају друге особине. Размотримо их на следећем примеру.

Један крај затегнутог ужага побудимо на осциловање (други је учвршћен), сл. 22. Настаје прогресивни талас који ће се ширити до прецреке и одбити уназад. Дуж ужага ће се истовремено простирати два прогресивна таласа истих особина али супротног смера. (Положај сваког деонића ужага у било ком тренутку може се одредити на основу принципа суперпозиције два таласа.) Резултујуће осциловање ће бити неправилно све док фреквенција осциловања слободног краја ужага не буде изагла неку одређену вредност  $v$ . При тој вредности  $v$ , као и вредностима  $2v$ ,  $3v$ ,  $4v$ , ... изглед ужага ће бити као на слици 23. Добијени таласи су стојећи, а фреквенције при којима се формирају зову се **сопствене фреквенције** ужага.



Слика 23

Код стојећих таласа јасно уочавамо места која не осцилују (**чворови**) и места која осцилују са највећом амплитудом (**трбуци**). Трбуци стојећег таласа су места са највећом енергијом, док је у чворовима енергија осциловања једнака нули. Расстојање између два чвора (или два трбуха) једнако је  $\lambda/2$  (сл. 24). На слици 25 приказано је како настаје стојећи талас.

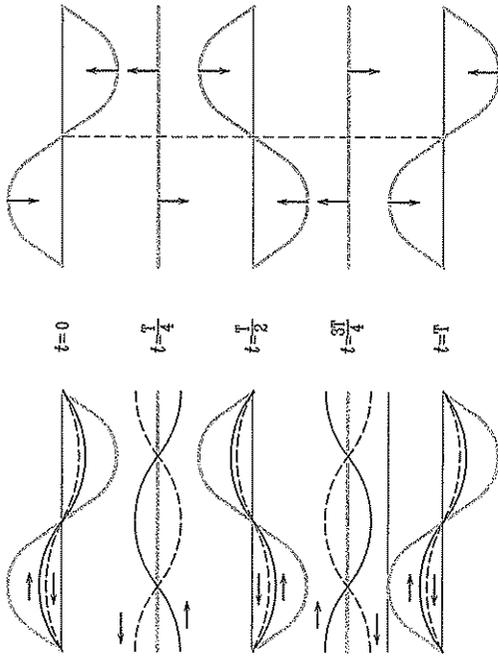


Слика 24

На основу изложеног можемо закључити следеће.

Стојећи талас настаје суперпозицијом два прогресивна таласа истих особина који се крећу дуж истог правца у супротним смеровима, при чему:

- средина у којој настају је ограничених димензија;
- настају при тачно одређеним фреквенцијама извора:  $v$ ,  $2v$ ,  $3v$ , ... (сопствене фреквенције);
- не преносе енергију кроз простор, тј. сваки деонић средине задржава своју енергију која током осциловања прелази из кинетичке у потенцијалну и обратно;
- не осцилују све честичке средине до којих доспе талас (нпр. чворови не осцилују); амплитуде честичка између два чвора су различите, али се достижу истовремено.

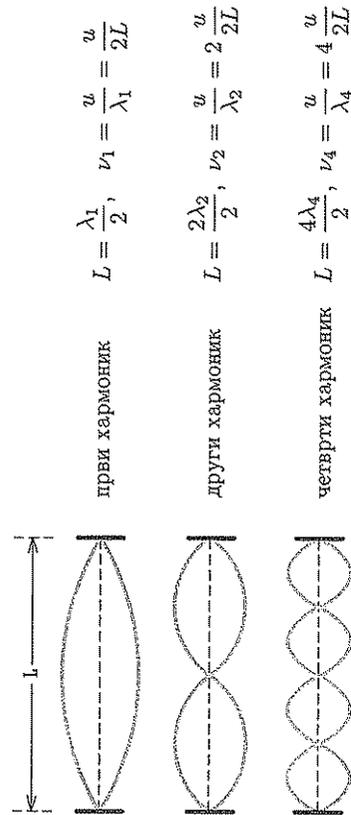


Слика 25

• **Сопствене фреквенције стојећег таласа**

Стојећи таласи настају у средњи ограничених димензија само при тачно одређеним (сопственим) фреквенцијама извора. Најмања таква фреквенција се назива **основна** и њој одговара **први стојећи талас** (**први хармоник**). Остале фреквенције су **целобројни умношци основне** и њима одговарају **виши хармоници**.

Размотримо од чега зависи вредност ових фреквенција на примеру затегнуте жице дужине  $L$  (сл. 26).



Слика 26

У општем случају је

$$\nu_n = n \cdot \frac{v}{2L}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Из израза за скуп могућих фреквенција (спектар) стојећих таласа који настају у затегнутој жици закључујемо да њихове вредности зависе од димензија, средине у којој настаје стојећи талас, као и од брзине таласа у тој средини (дакле, од физичких особина средине).

■ **Интерференција таласа**

Када се кроз неку област истовремено крећу таласи из више извора, долази до суперпозиције. Нарочити случај суперпозиције – **интерференција** – настаје уколико су ти таласи кохерентни, тј. уколико су хармонијски, имају исту фреквенцију, исти правац осциловања и константну фазну разлику.

Стојећи таласи представљају пример интерференције два кохерентна таласа истог правца простирања, а супротног смера. Чворови и трбуси чији се распоред не мења у току времена представљају **интерференциону слику**.

Пошто је интензитет таласа сразмеран квадрату амплитуде ( $I \sim x_0^2$ ), у тачкама где се формирају трбуси интензитет резултујућег таласа је  $I_r \sim (2x_0)^2$ , а је  $I_r = 4I$ . У тачки где је чвор је  $I_r = 0$ .

Закључујемо да при оваквој суперпозицији – интерференцији, интензитет резултујућег таласа није једнак збиру интензитета појединачних таласа ( $I_r \neq 2I$ ), већ се разликује од тачке до тачке (од  $I_r = 0$  у чворовима до  $I_r = 4I$  у трбусима).

При интерференцији долази до временски непроменљиве прерасподеле интензитета (енергије) резултујућег таласа.

Размотримо сада случај два кохерентна таласа који долазе у исту област из различитих правца (сл. 27). Извори  $S_1$  и  $S_2$  су на међусобном растојању  $d$ . Једначине ових таласа су:

$$x_1 = x_0 \cos(\omega t - kr_1),$$

$$x_2 = x_0 \cos(\omega t - kr_2).$$

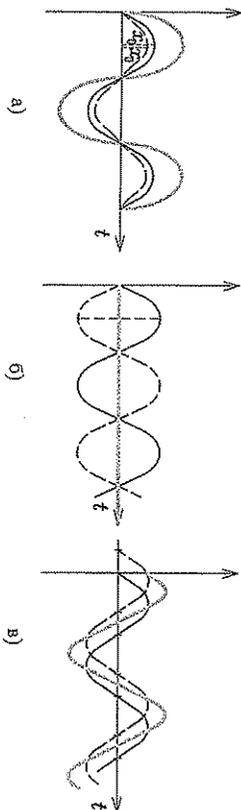
Удаљеност тачке  $A$  од извора таласа  $S_1$  и  $S_2$  је  $r_1$ , односно  $r_2$ .

Слика 27

Ако је путна разлика ових таласа у тачки  $A$  једнака целобројном умношку таласне дужине, тј. ако је

$$\Delta r = r_2 - r_1 = k \cdot \lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

Ови таласи су у фази (или је фазна разлика целобројни умножак броја  $2\pi$ ,  $\Delta\varphi = k \cdot 2\pi$ ), па је амплитуда резултујућег таласа једнака збиру амплитуда појединачних таласа ( $x_{0r} = 2x_0$ ), а интензитет је  $I_r = 4I$ . Кажемо да је у тачки  $A$  дошло до конструктивне интерференције, тј. у тачки  $A$  смо добили интерференциони максимум (сл. 28а).



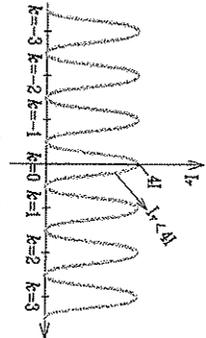
Слика 28

Уколико је путна разлика таласа у тачки  $A$  једнака непарном умношку половине таласне дужине, тј. ако је

$$\Delta r = r_2 - r_1 = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

таласи су у противфази (фазна разлика је непарни умножак броја  $\pi$ ,  $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ ), па је амплитуда резултујућег таласа једнака нули ( $x_{0r} = 0$ ), те је и интензитет  $I_r = 0$ . Кажемо да је у тачки  $A$  дошло до деструктивне интерференције, тј. у тачки  $A$  смо добили интерференциони минимум (сл. 28б).

Уколико у тачки  $A$  нису испуњени ни први ни други услови, добиће се амплитуда чија је вредност између 0 и  $2x_0$ , а за интензитет ће важити  $0 < I_r < 4I$  (сл. 28в).



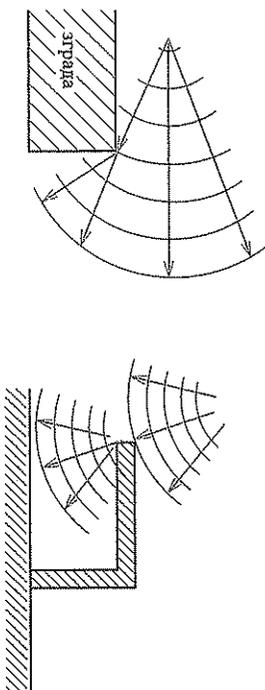
Слика 29

### Дифракција таласа

Кроз хомогену и изотропну средину талас се простире несметано и задржава свој праволинијски правац кретања. Ако се на пут таласа постави препрека

или препрека са отвором, талас одступа од праволинијског кретања. Долази до савијања таласа, тј. талас залази у област „геометријске сенке“.

Овако се, на пример, понашају звучни таласи које можемо регистровати иза угла усамљене зграде (искључујемо ефекат одбијања), таласи на мору који „залазе“ иза лукобрана (сл. 30) итд.



Слика 30

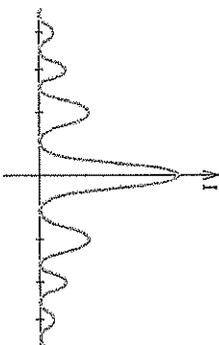
Појава одступања таласа од праволинијског простирања при пролазу поред оштрих ивица или кроз отворе назива се **дифракција**.

Дифракција је карактеристична и за механичке и за електромагнетне таласе. Појава је израженија (лакше ју је запазити) уколико су димензије препреке (отвора) реда величине таласне дужине таласа ( $d \approx \lambda$ ).

Дифракција се објашњава помоћу Хајгеновог принципа. По Хајгенсу, свака тачка у коју доспе талас постаје и сама извор нових сферних таласа, па и тачке на ивицама препреке или на отвору постају нови извори. Ти сферни таласи међусобно интерферују. Последица овога је да при одступању таласа од праволинијског простирања (када талас зађе у област геометријске сенке), не добијемо у свим тачкама исти интензитет. Постоји расподела по интензитетима (енергијама), односно разликујемо максимуме и минимуме. Њих називамо **дифракционим максимумима и минимумима**.

Дифракциона слика се разликује од интерференционе по томе што немају сви максимуми исти интензитет. Најинтензивнији је tzv. **централни максимум**, а удаљавајући се од њега максимуми имају све мањи и мањи интензитет (сл. 31).

Ова појава ће детаљније бити изучена на примеру електромагнетних таласа (светлост) јер је можемо и непосредно регистровати чулом вида.



Слика 31

## Питања

1. Шта се подразумева под појмом таласно кретање?
2. Шта је таласни фронт, а шта таласни зрак?
3. Како настају сферни таласи?
4. По чему се разликују лонгитудинални и трансверзални таласи?
5. У којим срединама могу да настану лонгитудинални, а у којим трансверзални таласи?
6. Дефиниши таласну дужину.
7. Од чега зависи брзина таласа?
8. Дефиниши угаони таласни број.
9. Како гласи Хајгенсов принцип?
10. Како се понашају таласи након међусобног сусрета?
11. Наведи особине прогресивних таласа.
12. Наведи особине стојећих таласа.
13. Од чега зависе вредности сопствених фреквенција стојећих таласа у некој средини?
14. Каква је разлика између интерференције и обичне суперпозиције?
15. Које таласе називамо кохерентним?
16. Шта је дифракција таласа и како се објашњава?
17. По чему се разликује изглед интерференционе од дифракционе слике?

## 5. АКУСТИКА

Механички таласи чије су фреквенције у интервалу од 20 Hz до 20 kHz у нашем уху изазивају посебан осећај који називамо звуком. Овај интервал није строго одређен, већ је индивидуалан, а приметно се разликује код млађих и старијих особа. Осетљивост уха је највећа при фреквенцијама 1–3 kHz.

Механичке таласе чије су фреквенције испод 20 Hz називамо **инфразвуком**, а уколико су фреквенције изнад 20 kHz – **ултразвуком**. Звук се простире кроз средине у сва три агрегатна стања.

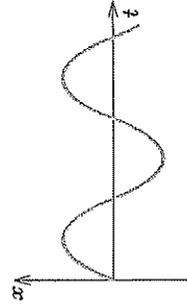
### • Брзина звука

За брзину простирања звука важе законитости и формуле наведене у глави о брзини простирања механичких таласа.

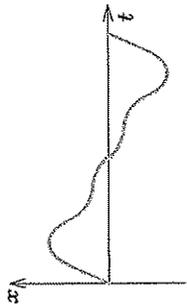
Кроз чврсте средине брзина звука је неколико хиљада метара у секунди (на пример, кроз стакло је 5500 m/s, кроз алуминијум 5000 m/s итд). Кроз воду се звук креће брзином од 1450–1550 m/s, а кроз ваздух (у зависности од температуре) 330–400 m/s (брзина звука у ваздуху је пропорционална квадратном корену из апсолутне температуре).

### • Тоновни и шумови

Звучне таласе које региструје људско ухо делимо на музичке тонове и шумове. **Музички тон** настаје хармонијским осциловањем извора звука. Прост (чист) музички тон има тачно одређену фреквенцију и представља се синусном функцијом (сл. 1). Приближно такав тон даје звучна виљушка када се преко ње лагано превуче гудалом виолине.



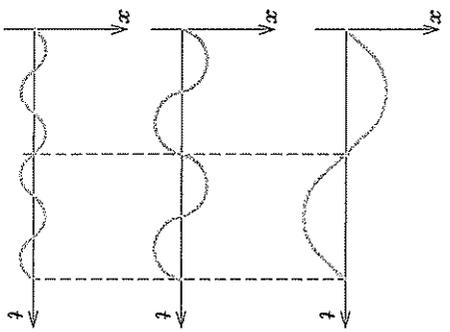
Слика 1



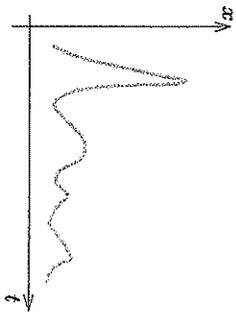
Слика 2

Већина звучних извора производи сложене музичке тонове које можемо графички представити као на слици 2. Сложени музички тон се може разложити на низ простих (сл. 3), при чему тон најниже фреквенције називамо **основни тон** или **први хармоник**. Остали тонови у том разлагању су **виши хармоници**.

**Шум** настаје сложеним, непериодичним осциловањем извора звука (сл. 4).



Слика 3

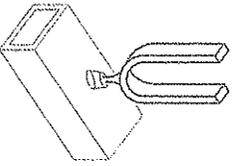


Слика 4

■ **Извори звука**

Свако тело које осцилује фреквенцијом између 20 Hz и 20 kHz је извор звука. Једноставнији извори звука су затегнуте жице, ваздушни стубови и штапови.

Добар извор звука је онај који енергију сопственог осциловања успешно преноси на околину средину. Ефикасност преносења се побољшава додавањем резонаторских шупљина (корпус, тј. тело гитаре или виолине, бубњева, дувачких инструмената).

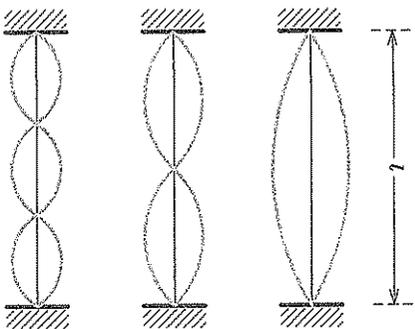


Слика 5

Утицај резонантних шупљина се може демонстрирати помоћу звучне виљушке која није добар извор звука, све док је не поставимо на дрвену кутију отворену на једном крају (резонантна шупљина), сл. 5. Тада се добија много јаснији и интензивнији звук.

• **Затегнута жица као извор звука**

У затегнутој жици настају трансверзални стојећи таласи са чворовима на учвршћеним крајевима (сл. 6). Вредности сопствених фреквенција (хармоника), на основу изведеног у одељку о стојећим таласима, су:



Слика 6

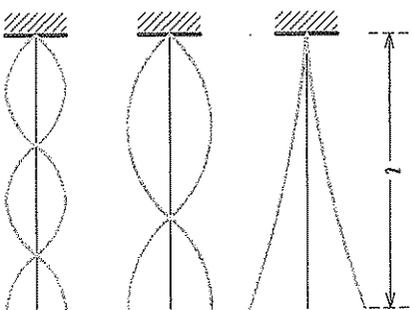
У општем случају спектар или скуп фреквенција стојећих таласа у затегнутој жици дат је изразом

$$\nu_n = n \cdot \frac{u}{2l}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

• **Штап учвршћен на једном крају**

Посматрајмо осцилације у штапу који је на једном крају учвршћен, док је други крај слободан. Трансверзални стојећи таласи који се образују у штапу приказани су на слици 7.



Слика 7

први хармоник  $l = \frac{\lambda_1}{4}$   $\nu_1 = \frac{u}{\lambda_1} = \frac{u}{4l}$   
(основни тон)

други хармоник  $l = \frac{3\lambda_2}{4}$   $\nu_2 = \frac{u}{\lambda_2} = \frac{3}{4l} u$

трећи хармоник  $l = \frac{5\lambda_3}{4}$   $\nu_3 = \frac{u}{\lambda_3} = \frac{5}{4l} u$

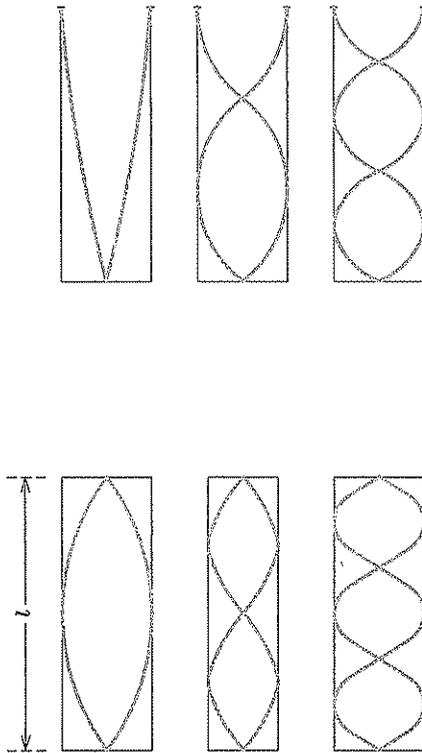
Спектар фреквенција овог извора звука дат је изразом

$$\nu_n = (2n - 1) \cdot \frac{u}{4l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

#### • Ваздушни стуб затворен на оба краја

У овом случају формирају се лонгитудинални стојећи таласи приказани на слици 8. Спектар фреквенција дат је истим изразом као код затегнуте жице,

$$\nu_n = n \cdot \frac{u}{2l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



Слика 8

Слика 9

#### • Ваздушни стуб отворен на једном крају

На затвореном крају стуба формирају се чворови, а на отвореном грбуси насталих стојећих лонгитудиналних таласа (сл. 9). Спектар фреквенција дат је формулом

$$\nu_n = (2n - 1) \cdot \frac{u}{4l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

тј. исти је као код штапа учвршћеног на једном крају.

#### ■ Карактеристике звука

Објективне карактеристике сваког звучног таласа су интензитет (објективна јачина) и спектар фреквенција. Субјективни осећај звука разликује три његове особине: субјективну јачину, висину и боју.

Интензитет звука (објективна јачина звука) бројно је једнак енергији коју звучни талас пренесе у јединици времена кроз јединичну површ нормалну на правац његовог простирања, тј. бројно је једнак снази звучног таласа по јединици површине,

$$I = \frac{E}{tS} = \frac{P}{S}.$$

Јединица за интензитет звука је  $\frac{W}{m^2}$ .

Објективна јачина звука пропорционална је квадрату амплитуде и квадрату фреквенције звучног таласа,  $I = \frac{1}{2} \rho u a^2 \omega^2$  (видети поглавље о енергији код механичких таласа).

Субјективна јачина (гласност) последица је „несавршености“ људског уха које на звуке исте објективне јачине а различите фреквенције реагује различито. Једноставније речено, звуке више фреквенције доживљавамо као јаче, мада то они објективно не морају да буду.

Субјективна јачина звука зависи од објективне и изражава се формулом

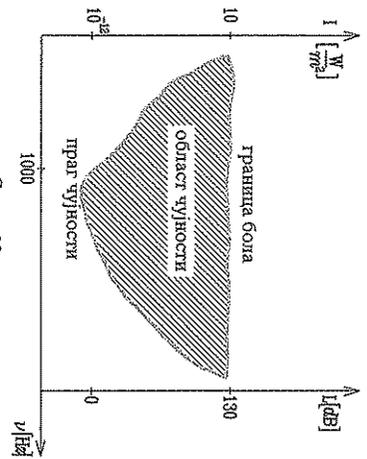
$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}.$$

Овде је  $I$  објективна јачина звука,  $I_0$  праг чујности, а  $\log$  декадни логаритам. Праг чујности представља најмањи интензитет звука које људско ухо може да региструје. Он зависи од фреквенције (најмањи је на приближно 1000 Hz) и узима се да је  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ .

Јединица за субјективну јачину звука је децибел (dB).

Пример. У наредној табели дати су неки примери објективних и субјективних јачина звука.

	$I \left[ \frac{W}{m^2} \right]$	$L \text{ [dB]}$
праг чујности	$10^{-12}$	0
муштање лишћа шапат	$10^{-11}$ $10^{-9}$	10 30
гласни говор	$10^{-5}$	60
саобраћајна бука	$10^{-3}$	90
рок концерт	1	120
блиска грмљавина	10	130
граница бола	10	130



Слика 10

**Висина сложеног звука се одређује према фреквенцији основног тона (првот хармоника). Уколико је тон чист (прост), доживљавамо га као виши уколико је његова фреквенција већа. На пример, највиши тонови које певају оперске певачице (сопрани) могу да имају фреквенцију око 2300 Hz, док најнижи тонови које певају баритони имају око 45 Hz.**

**Боја звука је одређена вишим хармоникама. Различити музички инструменти могу да производе звуке исте основне фреквенције (иста нота); међутим, ова нота не звучи исто код клавира, гитаре, трубе итд. Различитост једне те исте ноте (боја звука) последица је разлике у амплитудама виших хармоника код ових инструмената.**

### ■ Пријемници звука

Системи помоћу којих може да се региструје звук зову се пријемници звука. Они механичке осцилације честота средине претварају у електричне импулсе.

**Ухо је орган који омогућава да се звук из спољашње средине непосредно региструје. О саставу уха учићете у предмету Биологија, док ће овде бити само укратко објашњен принцип његовог функционисања.**

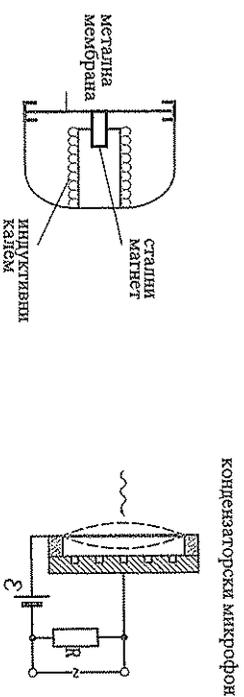
Спољашњи таласи изазивају осциловање бубне опне које се кроз ушну течност преноси до ушних нерва. Тиме се нерви стимулишу да могу пренети електричне импулсе које мозак затим претвара у информацију. Амплитуда осциловања бубне опне при томе даје податак о јачини звука, док брзина осциловања мембрране даје податак о фреквенцији звука.

То што имамо два уха омогућава да одредимо правац одакле долази звук. Ако извор није подједнако удаљен од оба уха, постојаће фазна разлика примљених таласа, што омогућава да се одреди из ког правца звук стиге.

За ухо можемо рећи да је **субјективни пријемник** јер нам не омогућава да одредимо стварну (објективну) јачину звука.

**У објективне пријемнике звука спадају микрофони.**

**Електродинамички микрофон (сл. 11) ради на принципу претварања механичких осцилација посредством електромагнетне индукције у електричну струју. Талас који стиге до мембрране изазива њено осциловање. За мембрану је прикључен стални магнет који се због померања мембрране креће у индуктивном колању (улази и излази из њега). Због промене магнетног флукса у колању долази до индуковања струје (претворене су механичке осцилације у променљиву електричну струју). Довољном струјом на осцилоскоп могуће је анализирати звук.**



Слика 11

Слика 12

**Кондензаторски микрофон ради на принципу промене капацитета кондензатора под утицајем механичких таласа (сл. 12). Мембрана микрофона је покретна плоча кондензатора, док је друга плоча скелет микрофона. Таласи који највише на мембрану мењају растојање међу плочама, што доводи до промене капацитета, а тиме и количине наелектрисања на плочама (плоче су везане за стални електрични извор), због чега се појављује електрична струја. И кондензаторски микрофон можемо повезати на осцилоскоп и вршити анализу звука.**

### ■ Доплеров ефекат у акустици

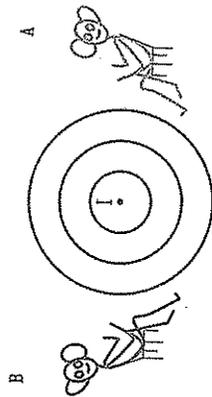
Када поред нас пролази аутомобил са укљученом сиреном, залагамо напалу промену фреквенције звука. Када се аутомобил приближава, региструјемо звук више фреквенције (и чујемо га као јачи), а при удаљавању је обрнуто. Ова појава се назива **Доплеров ефекат** (К. Ј. Doplet).

Код звучних таласа, Доплеров ефекат се састоји у томе да пријемник региструје звуке различите фреквенције од оне коју емитује извор у случају да постоји релативно кретање извора и пријемника.

Доплеров ефекат се јавља и код електромагнетних таласа, о чему ће бити речи у одељку о светлости.

Размотримо неколико случајева релативног кретања звучног извора и пријемника.

Ако мирују и извор и пријемник, број таласа које емитује извор у јединици времена једнак је броју таласа који у јединици времена стижу до пријемника, односно фреквенција звука коју региструје пријемник једнака је фреквенцији извора. На слици 13 приказани су брегови звучног таласа – растојање између два суседна брега исто је и за пријемник *A* и за пријемник *B*; то значи да су исте и таласне дужине које региструју ови пријемници. Како се звук шири кроз исту средину и ка једном и ка другом пријемнику, исте су и фреквенције звука који они региструју.



Слика 13

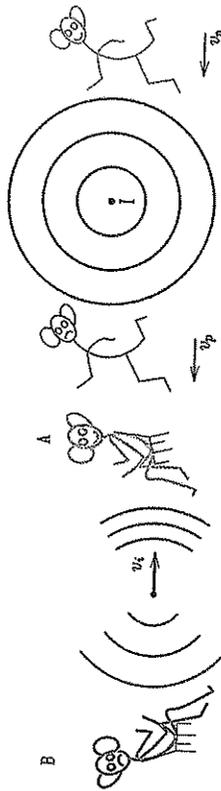
Када пријемник мирује, а извор се креће, таласна дужина звука који стиже у пријемник другачија је него када извор мирује. У примеру на слици 14 извор се приближава пријемнику *A*, па се згушњавају брегови звучног таласа који стижу до овог пријемника. Дакле, пријемник *A* региструје мању таласну дужину звука од оне коју емитује извор, односно (према формули  $\nu = \frac{u}{\lambda}$ ) пријемник региструје већу фреквенцију звука него што је фреквенција извора.

Ако је  $v_0$  фреквенција звука коју емитује извор,  $u$  брзина звука у ваздуху, а  $v_i$  брзина којом се извор приближава пријемнику, тада за фреквенцију  $\nu$  коју региструје пријемник важи

$$\nu = v_0 \frac{u}{u - v_i}$$

Од пријемника *B* извор се удаљава, па је за овај пријемник већа таласна дужина, односно мања фреквенција звука од оне коју емитује извор. Ако је  $v_i$  брзина којом се извор удаљава, важи

$$\nu = v_0 \frac{u}{u + v_i}$$



Слика 14

Када извор звука мирује, а пријемник се креће, мења се релативна брзина којом звучни талас стиже до пријемника, па се зато мења и фреквенција (сл. 15).

Наиме, ако се пријемник креће брзином  $v_p$  према извору, брегови таласа стижу до пријемника већом брзином ( $u' = u + v_p$ ), па зато пријемник региструје већу фреквенцију звука ( $\nu$ ) од оне коју емитује извор ( $\nu_0$ ). Вредност те фреквенције је

$$\nu = \nu_0 \frac{u + v_p}{u}$$

Ако се пријемник удаљава од извора, брегови до њега стижу мањом брзином ( $u' = u - v_p$ ), па пријемник региструје мању фреквенцију звука од оне коју емитује извор. Сада је

$$\nu = \nu_0 \frac{u - v_p}{u}$$

Уколико се извор и пријемник крећу по паралелним правим, узимају се пројекције њихових брзина на правац који их спаја.

### ■ Инфразвук и ултразвук

Механички таласи чија је фреквенција мања од 20 Hz називају се **инфразвук**. Због велике таласне дужине ови таласи заобилазе препреке на које налазе, па могу да се простиру до јако великих растојања. Неке животиње могу да региструју инфразвучне таласе, што им омогућава да предвиде неке опасности (на пример, рибе осећају приближавање буре). Инфразвук има примену у медицини и за војна извиђања.

Механички таласи чија је фреквенција већа од 20 kHz називају се **ултразвук**. Због мале таласне дужине ови таласи се одбијају од препреке на коју налазе што омогућава њихову велику примену при одређивању дубине мора или за одређивање положаја објеката који се налазе под водом. Када ултразвук наиђе на границу две средине, он се делимично одбија, а делимично пролази у другу средину. Ова особина омогућава његову велику примену у медицини: снимање унутрашњих органа, праћење труднице, терапијске сврхе, и сл. Доплеров ефекат се користи у ултразвучној дијагностици срца и крвних судова.

Слепи мишеви користе ултразвук при кретању. Они емитују ултразвук који се одбија од препреке и враћа се назад. На основу рефлектованог таласа они могу да одреде удаљеност и брзину објекта којем се приближавају.

### Питања

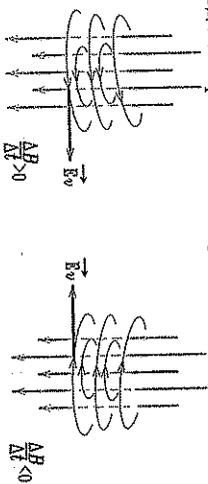
1. Шта је звук?
2. Како настаје тон, а како шум?
3. Да ли брзина звука зависи од његове фреквенције?
4. Да ли се кроз посмаграну средину брже простире инфразвук или ултразвук?
5. Кроз које средине се брже преноси звук: чврсте или гасовите? Зашто?

6. Важи ли принцици суперпозиције за звучне таласе?
7. Шта се подразумева под добрим извором звука?
8. Наведи објективне и субјективне карактеристике звука.
9. Шта се подразумева под границом боја?
10. Како се одређује висина сложеног звука, а како његова боја?
11. У чему се састоји Доплеров ефекат за звук?

## 6. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИ ТАЛАСИ

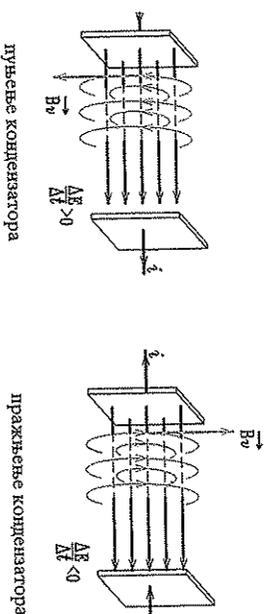
Показећи од претпоставке о потпуној симетричности електричних и магнетних пољава, П. К. Мексвел (J. C. Maxwell) закључио је да ако већ променљиво магнетно поље ствара електрично поље (видети главу 1 о електромагнетној индукцији и Фарадејев закон), онда и променљиво електрично поље може да индукује магнетно поље.

Већ смо имали пример да променљиво магнетно поље индукује електрично поље чије линије сила обухватају линије сила магнетног поља. Прикажимо ово на слици 1. Ово поље је врло једно и има другачије особине од електроstatsичког поља које потиче од непокретног наелектрисања.



Слика 1

На сличан начин ће променљиво електрично поље индуковати магнетно поље чије ће линије сила обухватати линије сила електричног поља (сл. 2). Настало магнетно поље се разликује од „обичног“ магнетног поља насталог због равномерно мерног правoliniјског кретања наелектрисања.



Слика 2

Из овога се може закључити да променљива електрична и магнетна поља иду једно друго, да је то ланчани процес који се шири на све стране и постаје независан од извора (места настанка).

Оваква међусобно спрегнута променљива електрична и магнетна поља која се шире кроз простор чине електромагнетни талас.

При томе у свакој тачки простора у коју доспе талас истовремено постоји и једно и друго променљиво поље. Њихови вектори ( $\vec{E}_0$  и  $\vec{B}_0$ ) међусобно су нормални и нормални су на правац кретања таласа, што значи да су електромагнетни таласи трансверзални. Они могу да се преносе кроз супстанцијалне средине, али и кроз вакуум.

Максвелову теорију о електромагнетним таласима експериментално је доказао Х. Р. Херц (H. R. Hertz) који је први произвео и проучио електромагнетне таласе.

### ■ Брзина електромагнетних таласа; индекс преламања средине

Брзина електромагнетних таласа зависи од електричних и магнетних особина средине кроз коју се простиру. Изражава се формулом

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$$

Величине  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  су диелектрична и магнетна пропустљивост вакуума, а  $\epsilon_r$ ,  $\mu_r$  су релативна диелектрична и магнетна пропустљивост средине. У вакууму је  $\epsilon_r = 1$  и  $\mu_r = 1$ , па брзина електромагнетних таласа кроз вакуум има вредност

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Брзина ЕМ таласа је и највећа у вакууму, док је у било којој другој средини мања  $\sqrt{\epsilon_r \mu_r}$  пута,

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

Однос брзина електромагнетних таласа у вакууму и некој средини назива се **апсолутни индекс преламања средине**.

Он се означава са  $n$  и износи

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

У случају да талас прелази из средине апсолутног индекса преламања  $n_1$  у средину апсолутног индекса преламања  $n_2$ , говоримо о **релативном индексу преламања тих средина**. Дефинишемо га као однос брзина електромагнетних таласа у првој и другој средини,

$$n_{21} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Приметимо да се брзина електромагнетних таласа може изразити и преко величина које описују сам талас (на исти начин као и брзина механичких таласа),

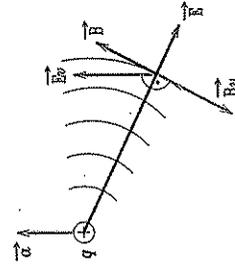
$$c = \lambda \cdot \nu,$$

где је  $\lambda$  таласна дужина, а  $\nu$  фреквенција таласа.

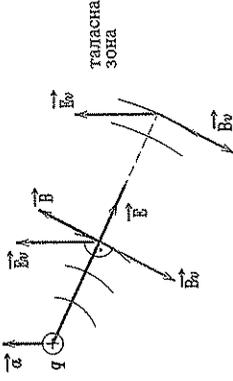
### ■ Электромагнетно зрачење при убрзаном кретању наелектрисаних честица

На основу Максвелове теорије електромагнетизма и бројних експеримената са електричним и магнетним појавама може се закључити:

- наелектрисања која мирују стварају **електрично** (електростатичко) поље;
- наелектрисања која се крећу константном брзином ( $\vec{v} = \text{const}$ ) стварају, осим електричног, и **магнетно** поље;
- наелектрисања која се крећу убрзано индукую и **электромагнетно поље** (осим електричног и магнетног) које описујемо јачином вртложног електричног поља  $E_0$  и индукцијом вртложног магнетног поља  $B_0$ .



Слика 3



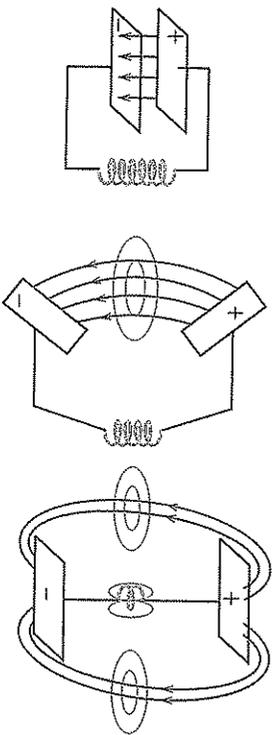
Слика 4

Вртложно електрично и магнетно поље опадају са растојањем као  $E_0 \sim \frac{1}{r}$  и  $B_0 \sim \frac{1}{r}$ , за разлику од „обичног“ електричног и магнетног поља која опадају са квадратом растојања, тј.  $E \sim \frac{1}{r^2}$  и  $B \sim \frac{1}{r^2}$ . Услед овога на великим растојањима од извора се може сматрати да је  $E \approx 0$  и  $B \approx 0$ , па постоји само поље електромагнетног таласа (сл. 3). Област у којој ово важи називамо таласна зона (сл. 4).

### ■ Извори електромагнетних таласа

Када наелектрисање које се креће убрзано ствара периодично променљиво електромагнетно поље, оно се сукцесивно преноси у свим правцима, што називамо **электромагнетним таласом**. Место где је започео овај процес називамо **извором таласа**.

Основни уређај за добијање електромагнетних таласа је **отворено електрично осцилаторно коло** (дипол, антена). Оно настаје од затвореног електричног осцилаторног кола размињањем плоча кондензатора (при чему се смањује његов капацитет) и смањењем броја навоја кагема (при чему се смањује његова индуктивност), док се не добије облик као на слици 5.

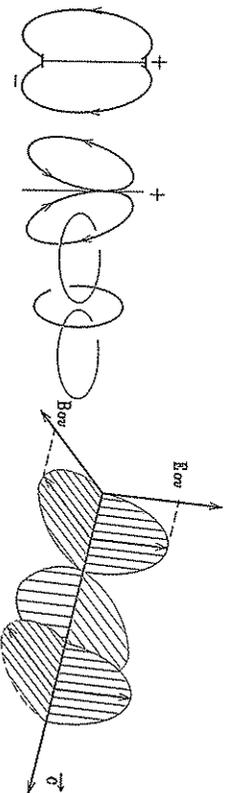


Слика 5

Овим се постиже повећање сопствене фреквенције осцилатора,

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

што омогућава ширење поља у простор (сл. 6).



Слика 6

Слика 7

Када наелектрисање у антени хармонијски осцилује, електромагнетни талас који се шири у околну средину можемо приказати као на слици 7.

На великим растојањима  $r$  од извора овај талас смањемо равним и описујемо једначинама за равни електромагнетни талас

$$E_v = E_{0v} \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right),$$

$$B_v = B_{0v} \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right),$$

где су  $E_{0v}$  и  $B_{0v}$  амплитудне јачина врложног електричног и магнетног поља.

#### • Интензитет електромагнетних таласа

Врложно електрично и врложно магнетно поље преносе енергију од извора у правцу у коме се прошире електромагнетни талас.

Енергија коју електромагнетни талас пренесе у јединици времена кроз јединичну површ нормалну на правец његовог проширања, представља његов интензитет ( $I$ )

(видети поглавље 4.1 – енергија и интензитет механичких таласа),

$$I = \frac{E}{SA\Delta t}$$

Теоријски прорачун (који овде нећемо наводити) показује да просечна вредност интензитета синусоидалног електромагнетног таласа у току једног периода износи

$$I = \frac{E_{0v} B_{0v}}{2\mu_0},$$

тј. сразмерна је производу амплитудних вредности јачина врложног електричног и магнетног поља.

#### • Притисак електромагнетних таласа

Осим тога што преносе енергију, електромагнетни таласи имају и **импулс**. Ово следи из Мексвелове теорије, а последица тога је да они врше притисак на површ која их апсорбује или одбија. Овај притисак је врло мали, али се ипак може експериментално одредити. Још 1900. године руски физичар П. Н. Лебедев је успео да измери притисак светлости на површ чврстог тела, и тако доказао исправност Мексвелових претпоставки.

Притисак врше и апсорбовани и рефлектовани електромагнетни таласи. Уколико површ потпуно апсорбује ЕМ зрачење, вредност притиска је

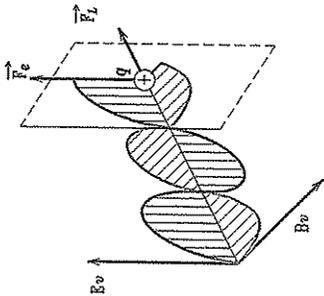
$$p = \frac{I}{c} = \frac{E_{0v} B_{0v}}{2\mu_0 c},$$

а уколико га потпуно рефлектује, притисак је двоструко већи,

$$p = 2 \frac{I}{c} = \frac{E_{0v} B_{0v}}{\mu_0 c}.$$

Овде је  $c$  брзина светлости; остале ознаке су даге раније.

Притисак ЕМ таласа може се објаснити на следећи начин. Нека на површ неког тела наилази електромагнетни талас, сл. 8. Позитивно наелектрисање  $q$  које мирује, под дејством силе електричног поља ( $\vec{F}_e = q\vec{E}_v$ ) добија брзину  $\vec{v}$  у правцу и смеру електричног поља  $\vec{E}_v$ . Тада на њега почиње да делује магнетно поље Лоренцовом силом  $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$  у смеру назначеном на слици. У току следећег полупериода електрично и магнетно поље промене смер, али Лоренцова сила опет има исти правац и смер деловања. Укупна сила која делује на све честице на одређеном делу површи тела подељена површином тог дела представљаће притисак ЕМ таласа.



Слика 8

Када се талас потпуно рефлектује, притисак врше и унадни и рефлектовани талас (иа је притисак два пута већи него при тоталној апсорпцији) јер смер Лоренцове силе не зависи од смера кретања таласа.

### ■ Спектар електромагнетних таласа

Укупно електромагнетно зрачење, таласних дужина од  $10^{-17}$  m до  $10^8$  m (опсег фреквенција је од 1 Hz до  $10^{25}$  Hz), подељено на области одређених назива, називамо спектром (скалом) електромагнетних таласа. Називи појединих делова су настали према начину настанка и детекције, као и према области примене. Природа зрачења из свих области је иста и иста су им основна својства (брзина, преношење енергије итд.).

Таласне дужине електромагнетног зрачења ( $\lambda$ ) зависе од димензија ( $d$ ) извора (антене), при чему је увек

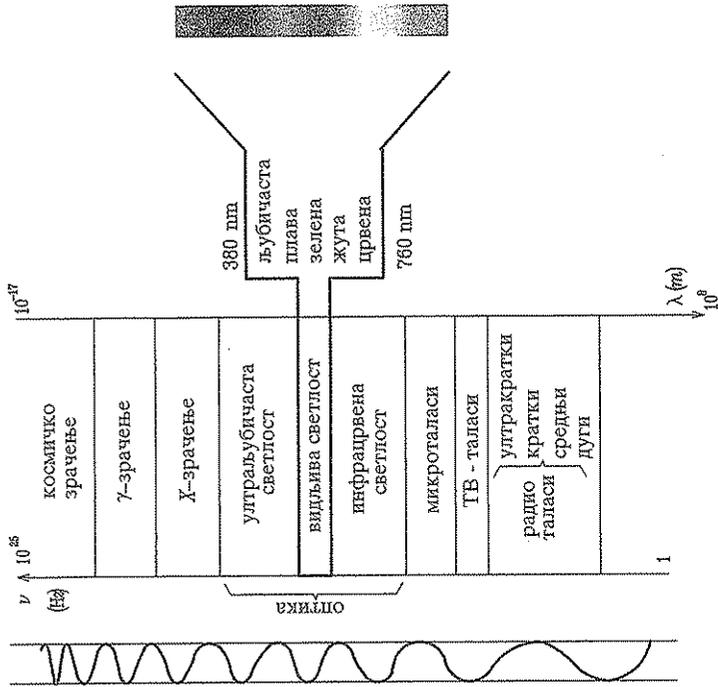
$$\lambda \geq d.$$

Услед тога, на пример, радиоантена не може емитовати светлост нити X-зрачење.

Спектар електромагнетних таласа је приказан на слици 9.

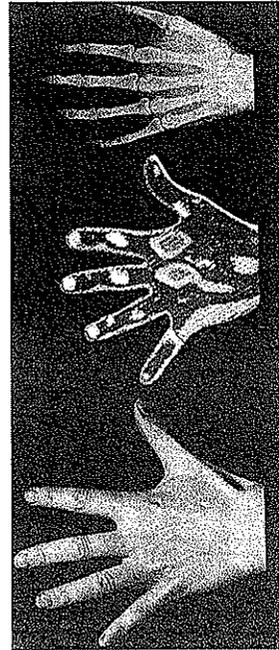
Електромагнетни таласи чије фреквенције не прелазе  $10^{12}$  Hz (закључно са микроталасима) добијају се помоћу посебних електронских уређаја. Њихов назив указује и на област могуће примене.

Оптички део спектра обухвата инфрацрвено, видљиво и ултраљубичасто зрачење. Настаје као последица процеса у орбиталима атома и молекула. Видљива светлост је део оптичког спектра који се може детектовати оком. Представља само мали део електромагнетног зрачења у опсегу таласних дужина од 760 nm (црвена светлост) до 380 nm (љубичаста светлост).



Слика 9

Област видљиве светлости може се поделити на боје (једна од подела је на слици 9). Зелена боја заузима средишњи део, па због тога кажемо да „одмара“ око јер се око најмање напреже при њеном регистровању.



Слика 10

Рендгенско (X) зрачење, гама ( $\gamma$ ) зрачење и космички зраци су високоенергетски зраци и њихово деловање на људски организам изазива низ штетних

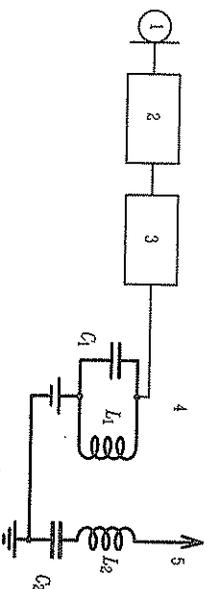
последња, укључујући и оне најтеже. О овим зрачењима биће више речи у IV разреду.

На слици 10 је приказан изглед лудске шаке осветљен видљивом светлошћу, инфрацрвеном светлошћу (топлогним зрачењем) и рендгенским зрачењем. Са слике се види да од те три врсте зрачења рендгенско има највећу продорност.

### ■ Елементи радио-технике

#### • Радио предајник

Звук се може преносити на велика растојања посредством електромагнетних таласа високе фреквенције. У том циљу је потребно звук трансформисати у електрични сигнал који се помоћу радио предајника шаље у простор. На слици 11 је приказана шема једноставног предајника.



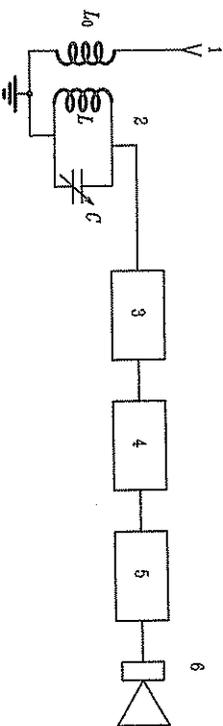
Слика 11

Помоћу микрофона (1) се звук претвара у електрични сигнал који се слаже (суперонира) са електричним осцилацијама високе фреквенције у уређају који се зове модулятор (2). Овако сложени сигнал се појачава у појачавачу (3), а затим се помоћу њега побуђују принудне осцилације у електричном осцилатору (4), при чему се подеси да соопствена фреквенција овог осцилатора буде једнака принудној фреквенцији (фреквенција је друкчија за сваку радио станицу). Тада су осцилације у осцилаторном колу најјаче – највећа је енергија у колу. При осциловању, у кадему  $L_1$  постоји променљиво магнетно поље које у кадему  $L_2$  индукује струју. Кадем  $L_2$  је део отвореног осцилаторног кола антене (5) које поред кадема чине антена, кондензатор  $C_2$  и земља. Антенско осцилаторно коло се помоћу подешавања индуктивности кадема  $L_2$  и кондензатора  $C_2$  доведе у резонанцију са осцилаторним колом (4) (које има фреквенцију даје станице). На тај начин се у антенском осцилаторном колу појављују модулисане осцилације велике снаге, које верно прате промене у осцилатору ( $L_1, C_1$ ). С обзиром да је антенско осцилаторно коло отворено, оно у простор одашће моделе осцилације велике снаге. Амплитуда ових таласа се мења по „диктају“ звучних таласа који стижу до микрофона (АМ – амплитудна модулација). Осим овог система постоји и FM – фреквентна модулација, која је квалитетнија, али компликованија.

Брзином светлости ови таласи путују кроз простор. За њихово „хватање“ служи пријемник радио таласа.

#### ◆ Радио пријемник

Сваки радио пријемник има антену (1) која је преко кадема  $L_0$  спојена са земљом, сл. 12. Электромагнетни таласи који путују кроз простор наилазе на антену и у антенском кадему изазивају електричне осцилације мале јачине. Ступицу ли до антенског кадема изазивају електромагнетни таласи, у антени ће се јављати модулисане осцилације. Кроз простор истовремено путује велики број модулисаних ЕМТ, одласаних од разних предајника (радио станица), тако да у антену стиже велики број ових таласа, што изазива осцилације разних (високих) фреквенција у кадему антене.



Слика 12

Поред антенског кадема постављен је кадем  $L$  који је део осцилаторног кола (2) чија фреквенција може да се мења променом капацитета кондензатора  $C$ . Менаџа капацитета мењамо сопствену фреквенцију осцилаторног кола (2) и тиме га доводимо у резонанцију са неким од осцилација у антенском кадему. Осцилације осталих радио станица у овом осцилаторном колу су занемарљиво мале. Окретањем точића за бирање станица мењамо капацитет кондензатора и доводимо осцилаторно коло нашег пријемника у резонанцију са осцилацијама (фреквенцијом) које емитује станица коју желимо да слушамо. Понекад се може мењати и индуктивност кадема  $L$ .

Осцилације које су „примљене“ осцилаторним колом (2) повезаним са антенским кадемом су високофреквентне модулисане осцилације. Ако бисмо њих претворили у механичке, наше уво не би могло да их региструје. Због тога се ове осцилације прво појачају помоћу појачавача (3), а затим се помоћу електронског уређаја – демодулатора (4) добија једномерна променљива струја. После поновног појачавања (5) струја променљиве јачине долази до звучника (6), пролази кроз ветров индуктивни кадем (вегаз са мембраном звучника) који се налази у пољу стањог магнета. Овај кадем има велики коефицијент самониндукције, па му је индуктивни отпор превелик за високе фреквенције и кроз њега пролази струја чија фреквенција одговара звучним фреквенцијама. Ова струја променљиве јачине изазива променљиву силу којом стањни магнет делује на кадем, па померање кадема изазива осциловање мембране звучника ниским, звучним фреквенцијама. Мембрана делује на честине ваздуха које осцилују. Настаје механички, звучни талас који стиже до нас и ми га региструјемо нашим „пријемником звука“ – ухом.

### Питања

1. Шта је електромагнетни талас?
2. Како настаје електромагнетни талас?
3. Какав је међусобни положај вектора променљивог електричног и променљивог магнетног поља који чине електромагнетни талас?
4. Од чега зависи брзина електромагнетног таласа?
5. Шта представља апсолутни индекс преламања средине?
6. Шта описује релативни индекс преламања двеју средина (ниједна није вакуум)?
7. Зависи ли брзина електромагнетних таласа од њихове фреквенције?
8. У којој средини је брзина електромагнетних таласа највећа?
9. Да ли су електромагнетни таласи лонгитудинални или трансверзални? За што?
10. Шта је таласна зона?
11. Шта је основни извор електромагнетних таласа?
12. Од чега зависи интензитет електромагнетних таласа?
13. Како се објашњава притисак електромагнетних таласа?
14. Ко врши већи притисак на неку површ – потпуно апсорбовани или потпуно рефлектовани електромагнетни талас?
15. У каквој су вези таласна дужина електромагнетног таласа и димензије антене која га емитује?
16. Да ли се кроз неку средину (која није вакуум) брже простире видљива светлост од радио таласа?
17. Који електромагнетни таласи имају већу брзину у вакууму – микро-таласи или  $\gamma$ -зрачење?
18. Наброј основне делове предајника и пријемника.

## 7. ТАЛАСНА ОПТИКА

Наука о светлости, **оптика**, проучава појаве везане за инфраирвени, видљиви и ултраљубичасти део спектра електромагнетног зрачења.

Извори видљиве светлости (у даљем тексту – светлости) најчешће су ужарена чврста тела или гасови. Ови извори се састоје из великог броја атома или молекула, који при преласку из побуђеног (вишег енергетског) у основно (ниже енергетско) стање емитују енергију у виду електромагнетног (светлосног) таласа. Слагањем ових појединачних таласа формира се резултујући светлосни талас датог извора. (Атоме/молекуле можемо посматрати и као микро диполе, тј. антене који, сваки за себе, независно емитују светлосне таласе, чимим слагањем се добија резултујући светлосни талас извора.)

Природа светлости је сложена. Савремена теорија говори о дуалној природи светлости – таласној и корпускуларној (честиčnoј). Више о честиčnoј природи светлости учиће се у IV разреду.

Таласна **оптика** разматра и тумачи светлосне појаве на основу претпоставке о њиховој таласној природи. Објашњење интерференције, дифракције, поларизације, као и одбијања и преламања светлости и примене које следе из њих, потврђују њену исправност.

### ■ Монохроматичност и кохерентност светлости

Светлост која садржи само једну фреквенцију (таласку дужину) је **монохроматска** (једнобојна). Уколико садржи више фреквенција, говоримо о **полихроматској** (вишебојној) светлости.

Фреквенција је основна особина светлости. Она зависи само од стања атома/молекула који је емитују. При преласку светлости из једне средине у другу фреквенција остаје иста, а мења се таласна дужина (као и брзина светлости, обзиром да је  $c = \lambda \cdot \nu$ ).

Природни извори светлости емитују полихроматску светлост. Ласери емитују светлост коју можемо сматрати монохроматском.

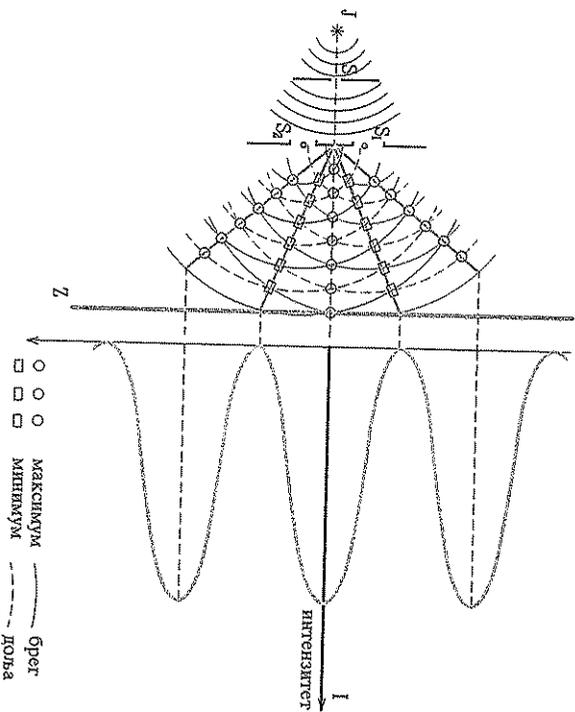
**Кохерентни** светлосни таласи имају исте особине – хармонијски су, имају исту фреквенцију, исти правац осциловања и константну фазну разлику. Извори који дају овакве таласе морали би бити потпуно идентични. Како овакви извори не постоје у природи, кохерентне таласе добијамо тако што се талас из једног извора разликује на два или више таласа. Раздвојени таласи задржавају своју кохерентност уколико се особине средине кроз коју се простире не мењају у току времена.

### 7.1. Интерференција светлости

Интерференција светлости настаје када се кроз неку област истовремено крећу кохерентни светлосни таласи који потичу из више извора. У тој области добијају се светла и тамна места наизменично распоређена. Просторна расподела ових светлих и тамних места не мења се у току времена уколико се не мењају почетни услови.

Кохерентне светлосне таласе можемо добити на више начина.

• Јангов експеримент

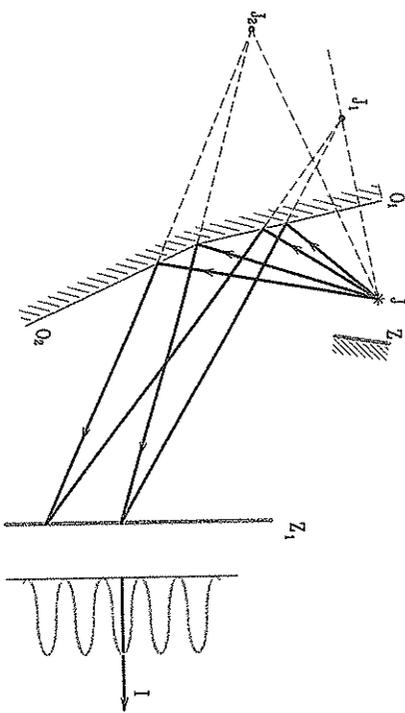


Слика 1

Јанг (Th. Young) је испред извора светлости  $J$  поставио закон са узанимим прорезом  $S$  (сл. 1). Светлост из овог прореза стиже до другог законца са отворама  $S_1$  и  $S_2$ . Ови отвори, на основу Хајлнсовог принципа, постају извори нових светлосних таласа истих особина као и талас који их је побудио — они су кохерентни. На закону  $Z$  где се таласи из  $S_1$  и  $S_2$  преклопају добија се интерференциона слика — низ светлих и тамних пруга, тј. низ интерференционих максимума и минимума.

• Френелов експеримент

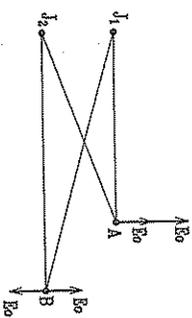
Светлост из извора  $J$  пада на два равна огледала постављена под углом од скоро  $180^\circ$  (Френелова огледала (А. J. Fresnel), сл. 2).



Слика 2

Закон  $Z$  спречава да светлост директно пада на застор (екран) на коме настаје интерференциона слика. Таласи одбијени од огледала као да долазе из имагинарних извора  $J_1$  и  $J_2$  (линови извора  $J$  у огледалима  $O_1$  и  $O_2$ ). Они имају исте особине, тј. кохерентни су. На застору  $Z_1$  где се сусрећу, долази до њиховог преклопања и добија се интерференциона слика.

И у Јанговом и у Френеловом експерименту светла и тамна места интерференционе слике последица су прerasподеле енергије, односно интензитета светлосних таласа. На местима где настаје конструктивна интерференција, тј. интерференциони максимум (тачка  $A$ , сл. 3), интензитет светлости је  $I \sim (2E_0)^2$ , а на местима где је деструктивна интерференција (тачка  $B$ ), тј. интерференциони минимум, интензитет је  $I = 0$ . (Овде је  $E_0$  амплитуда јачине вртложног електричног поља светлосног таласа.)



Слика 3

У тачки  $A$  (и осталим тачкама у којима настаје конструктивна интерференција) фаза разлика светлосних таласа који долазе из извора  $J_1$  и  $J_2$  једнака је целим бројном умношку броја  $2\pi$ ,  $\Delta\varphi = k \cdot 2\pi$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  (таласи су у фази). То одговара путној разлици једнакој целом броју таласних дужина,

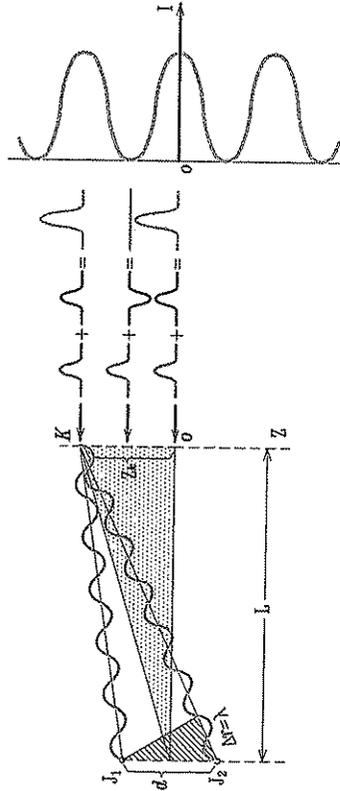
$$\Delta r = r_2 - r_1 = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

У тачкама у којима наступа деструктивна интерференција, фаза разлика износи непаран умножак броја  $\pi$ ,  $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  (таласи су у прогифази). При томе, путна разлика је једнака непарном умношку половине таласне дужине,

$$\Delta r = r_2 - r_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

### Растојање између интерференционих максимума

Интерференциони максимуми и минимуми су правилно распоређени. Растојање између два суседна максимума или минимума можемо одредити на основу слике 4.



Слика 4

Растојање између извора је  $d$ , а удаљеност закљона  $Z$  од извора је  $L$ . У тачки  $O$  налази се тзв. централни максимум. Растојање  $k$ -тог максимума од централног износи  $z_k$ , а путна разлика светлосних таласа који пристижу у  $K$  из извора  $J_1$  и  $J_2$  је

$$\Delta r = k \cdot \lambda.$$

Уколико је  $L \gg d$ , шрафрани триаголници на слици су слични, па следи

$$\frac{z_k}{L} = \frac{\Delta r}{d}.$$

Заменом  $\Delta r = k \cdot \lambda$  добијамо

$$z_k = \frac{k\lambda L}{d},$$

што представља израз за растојање  $k$ -тог максимума од централног ( $k$  је редни број максимума).

Растојање два суседна максимума је

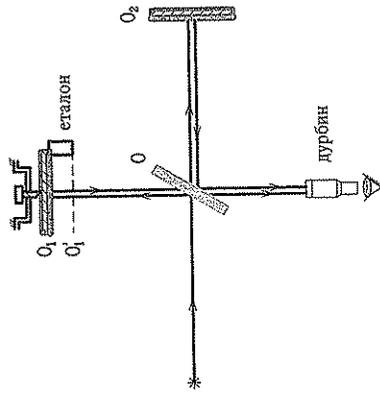
$$\Delta z = z_{k+1} - z_k = \frac{(k+1)\lambda L}{d} - \frac{k\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d}.$$

Оно не зависи од редног броја максимума (израз не зависи од  $k$ ), и уколико је веће уколико је удаљеност  $L$  закљона већа, а растојање  $d$  између извора мање. Ако  $L$  и  $d$  оставимо константним, кохерентним таласима веће таласне дужине одговараће веће растојање између интерференционих максимума (на пример, при истим условима интерференциони максимуми црвене светлости на већем су растојању од интерференционих максимума плаве светлости).

### Мајкелсонов интерферометар

Мајкелсонов (A. Michelson) интерферометар је један од многих уређаја чији се рад заснива на појави интерференције светлости. Користи се за прецизно одређивање дужина (еталонских мера) и за одређивање таласне дужине светлости.

Принципијелна шема уређаја дата је на сл. 5. Монокроматска светлост из извора (представљена је зраком) пада на полупропустивно огледало (прозрачна плочина, благо посребрена са доње стране) под углом од  $45^\circ$ . Део светлосног таласа (око 50%) одбија се према огледалу  $O_1$  а део се пропушта према огледалу  $O_2$ . После одбијања од огледала  $O_1$  и  $O_2$ , светлосни зраци се стичу на огледалу  $O$  где настаје интерференциона слика која се може посматрати помоћу дурбина. Интерференциону слику чини низ светлих и тамних поља (пруга или прстенова, што зависи од облика извора). Пошто локвај огледала  $O_2$  је сталан, док се огледало  $O_1$  може померати помоћу финог завртља. Ако се мери дужина неког предмета, огледало  $O_1$  се помера од једног његовог краја до другог.



Слика 5

Претпоставимо да је у почетном положају огледала  $O_1$  и  $O_2$  њихово одстојање од огледала  $O$  (прозирне плочине) исто. Тада је у центру видног поља дурбина светло поље (пруга или прстен). На том месту дошло је до конструктивне интерференције. Померањем огледала  $O_1$ , помоћу финог завртља, за дужину која одговара  $\lambda/4$  монокроматске светлости из извора (путна разлика се мења за  $\lambda/2$ , тј. за двоструко растојање  $O_1O_1'$ ), на место светлог поља доћи ће тамно.

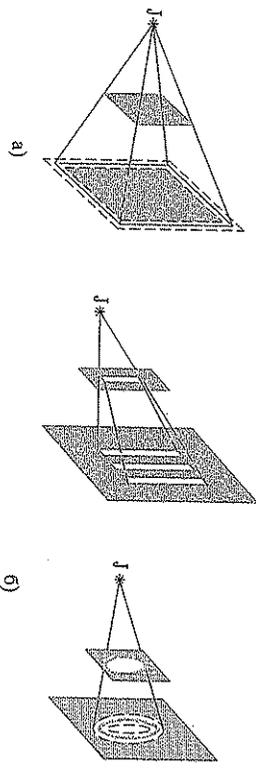
Када се огледало  $O_1$  помери до другог краја предмета, изброји се колико је тамних поља дошло до централног места, па се одатле лако израчуна његова дужина. Напоменимо да се помоћу Мајкелсоновог интерферометра могу регистровати растојања која одговарају једној десетини растојања између интерференционих максимума, што одговара приближно дужини од око 25 nm.

Помоћу Мајкелсоновог интерферометра је одређена дужина међународног еталона метра и то представља једно од најпрецизнијих мерења које је икад извршено.

Поменимо и да се помоћу овог интерферометра може прецизно одређивати таласна дужина монокроматске светлости уколико нам је познато растојање за које се помери огледало.

## 7.2. Дифракција СВЕТЛОСТИ

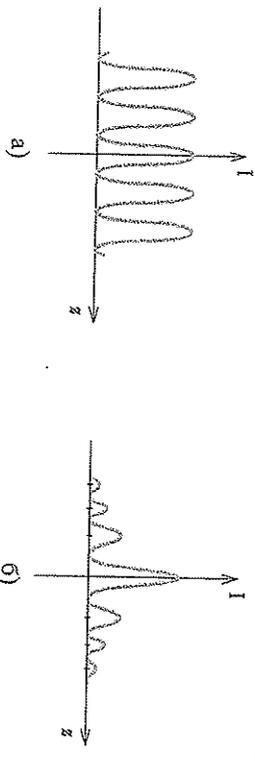
Када на пут светлости, која се простире кроз неку хомогену и изотропну средину, поставимо неправилну препреку или препреку са отвором, доћи ће до одступања светлости од праволинијског простирања, тј. светлост ће заћи и у област „геометријске сенке“. При овом „савајану“ светлосног зрака нису све тачке у околним граничне линије „геометријске сенке“ једнако осветљене (немају исти интензитет осветљености). Расподела светлијих места (дифракциони максимуми) и тамнијих места (дифракциони минимуми) је правилна.



Слика 6

На сликама 6а и 6б приказана је ова расподела у случајевима проласка светлости поред оштрих ивица неправилног предмета и кроз отворе кружног облика или у облику прореза (димензије ових препрека и отвора су реда величине таласне дужине светлости – тада се дифракција најбоље уочава).

Дифракција светлости се објашњава помоћу Хајгенс-Френеловог принципа (видети одељак о дифракцији таласа уопште). Свака тачка ивице препреке или отвора, по Хајгенсу, постаје извор нових сферних таласа који, по Френелу, међусобно интерферују.

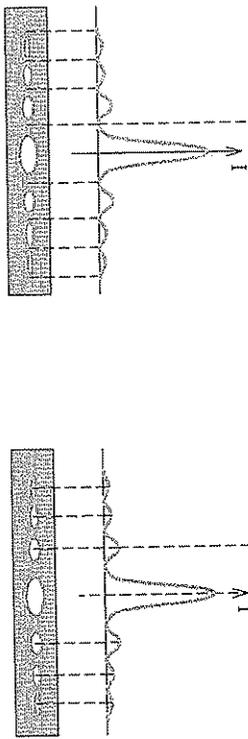
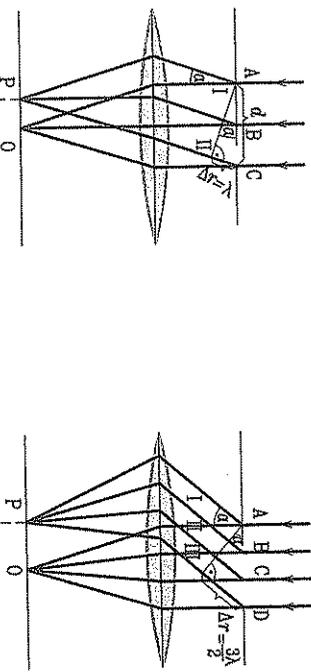


Слика 7

Дифракциона слика се разликује од интерференционе по томе што немају сви максимуми исти интензитет. На сликама 7а и 7б дат је упоредни приказ интерференције и дифракције.

### ■ Дифракција на једном отвору

Посматрајмо отвор  $AC$ , ширине  $d$ , на који пада сноп паралелних светлосних зрака под углом од  $90^\circ$  (сл. 8). Иза отвора је постављено сабирно сочиво које скупила зраке у жижиној равни у којој се налази закљон на којем добијемо дифракциону слику. Зраци који се од површине отвора простире под произвољним углом  $\alpha$  у односу на првобитни правац, скупиће се у жижиној равни сочива у тачки  $P$ . Ако је путна разлика зракова који полазе из  $A$  и  $C$  једнака таласној дужини светлости, тада је разлика путева зракова из  $A$  и  $B$  (тачка  $B$  је на средини између  $A$  и  $C$ ) једнака половини таласне дужине, па њиховом интерференцијом добијамо минимум.



Слика 8

Слика 9

Такође, сваки зрак из области II има „свој пар“ у области I, тако да тачка  $P$  при овим условима представља дифракциони минимум. Исто се дешава и ако је путна разлика зракова из  $A$  и  $C$  једнака  $2\lambda, 3\lambda$ , итд. Из овог следи да тачка  $P$  представља место у којем се добија дифракциони минимум уколико је путна разлика крајњих зракова који полазе са отвора  $AC$  једнака негом броју таласних дужина, што изражавамо формулом

$$\Delta r = d \sin \alpha = k\lambda, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Уколико је путна разлика крајњих зракова једнака  $\frac{3\lambda}{2}$ , сноп светлости делимо на три дела (ако је  $\Delta r = \frac{5\lambda}{2}$ , на 5 делова, итд), сл. 9. Пређени путеви

светлости из  $A$  и  $C$  разликују се за  $\lambda$ , а из тачака  $A$  и  $B$  за  $\lambda/2$ . На основу претходно реченог закључујемо да при интерференцији светлости из  $I$  и  $II$  добијамо интерференциони минимум, али светлост из области  $III$  тачку  $P$  чини осветљеном, па она представља дифракциони максимум.

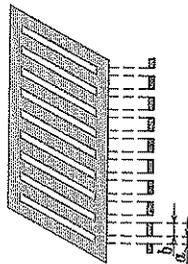
Следи да дифракциони максимум добијамо у тачкама у којима је путна разлика крајњих зрака светлосног снопа који пролази кроз отвор једнака непарном броју половине таласних дужина, што изражавамо формулом

$$\Delta r = d \sin \alpha = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Главни максимум добијен у тачки  $O$  ( $\alpha = 0$ ) има највећи интензитет и дво-струко већу ширину у односу на остале максимуме. Интензитет таласа опада са углом скрећања, па сходно томе онада и интензитет максимума што су удаљенији од централног.

### ■ Дифракциона решетка

Дифракциона слика настала на једном отвору (прорезу) има слабу осветљеност. За добијање интензивније осветљености (дифракционе слике) користимо дифракциону решетку. Најчешће је то стаклена или пластична плочница на којој је оптрим предметом направљен велики број зареза исте ширине и на истом растојању (и до више стотина зареза по 1 mm). Делови између зареза пропуштају светлост (отвори малих димензија), а сами зарези представљају непровидни део (сл. 10).



Слика 10

Решетке се међусобно разликују по броју отвора  $N$  по јединици дужине (густина отвора) и по константи решетке  $d$ . Вредност константе је  $d = a + b$ , где су  $a$  и  $b$  ширине непровидног и провидног дела, редом (сл. 10). Константа  $d$  је такође једнака растојању између центара двају суседних отвора. Густина отвора  $N = \frac{N_u}{l}$  ( $N_u$  је укупан број отвора, а  $l$  дужина решетке) повезана је са константом решетке релацијом

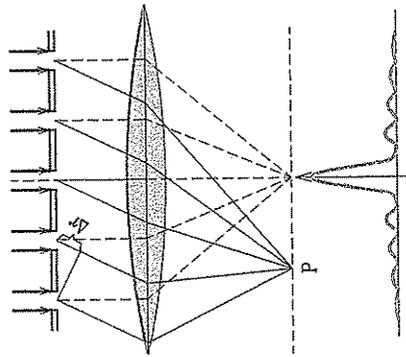
$$N = \frac{1}{d}$$

Ако на дифракциону решетку усмеримо сноп светлости нормално на раван решетке (сл. 11), на закљону који лежи у жижној равни сочива добијамо дифракциону слику. Интензитет осветљености централног максимума је  $I_{max} = N_u^2 I$ , где је  $I$  интензитет упадне светлости.

Положај максимума је последица интерференције, не само светлости из једног отвора, већ снопова светлости из више отвора. Светлосни сноп који се од решетке простире под произвољним углом  $\alpha$  у односу на првобитни правац имаће максимум у тачки  $P$  ако је испуњен услов

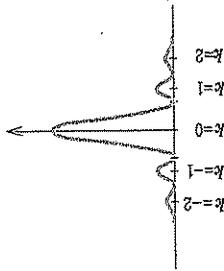
$$\Delta r = d \sin \alpha = k \cdot \lambda \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Вредности  $k = 0$  одговара максимум нултог реда (централни максимум), вредностима  $k = \pm 1$  максимум првог реда, итд. (сл. 12). Са порастом редног броја осветљеност максимума се смањује.



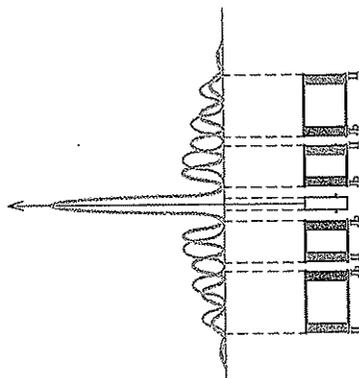
Слика 11

Када кроз решетку пропуштамо светлост одређене боје (фреквенције), максимуми ће бити исте боје. Ако на решетку усмеримо белу светлост, доћи ће до разлагања светлости на компоненте – добићемо дифракциони спектар.



Слика 12

Централни максимум ће бити бео, а максимуми виших редова ће се разложити у спектар. Распоред боја у спектру добија се из услова за дифракционе максимуме,  $d \sin \alpha = k \lambda$ . Првена светлост (има највећу таласну дужину) скреће највише, а љубичаста најмање. Вредностима  $k = 1, 2, 3, \dots$  одговарају, респективно, спектри I, II, III, ... реда, распоређени симетрично у односу на централни део (сл. 13).



Слика 13

- Моћ разлагања дифракционе решетке и углаона ширина главног максимума
- Дифракциона слика добијена помоћу решетке нешто је сложенија него што је претходно изложено.

Код решетке, сваки прорез даје по један дифрактовани сноп светлости. Дифрактовани снопови из свих отвора међусобно интерферију дајући тако коначну расподелу максимума и минимума. На слици 14 је приказан изглед дифракционе слике (централни део) за решетке која имају 3, 4, односно 5 отвора (прореза).

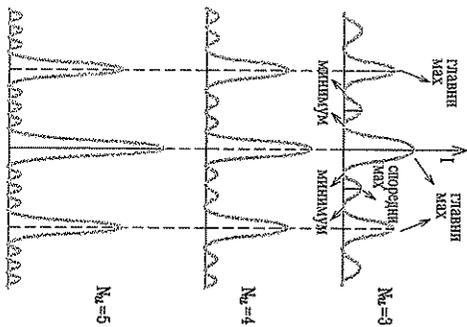
Положај главних максимума на слици одређен је условом

$$d \sin \alpha = k \cdot \lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

(ознаке су познате). Између главних максимума налази се  $N_u - 2$  споредних (секундарних) максимума занемарљивог интензитета, и  $N_u - 1$  минимума. Положај минимума дат је условом

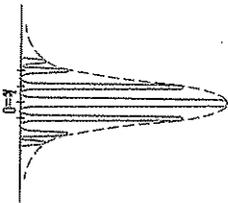
$$d \sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{N_u},$$

$k = \pm 1, \pm 2, \dots$ , изузимајући вредности  $k = N_u, 2N_u, \dots$  (јер се за те вредности добија услов за максимум).

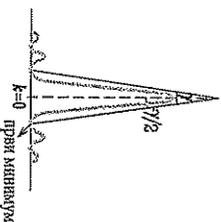


Слика 14

Са слике 14 се може закључити да са порастом броја отвора  $N_u$  не долази до промене положаја главних максимума, већ само до другачије расподеле светлости међу њима. Главни максимуми постају све ужи и све интензивнији. Како решетке које се обично користе имају од 40 до 120 прореза по 1 mm дужине, код њих је ова појава још израженија. Интензитет споредних максимума је практично занемарљив, тако да решетке са великим бројем прореза имају веома оштре дифракционе слике (сл. 15).



Слика 15



Слика 16

Угаона ширина главног максимума је угао који одређују његова два суседна минимума, сл. 16.

Први минимум је одређен условом

$$d \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\lambda}{N_u}, \quad \text{тј.} \quad \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\lambda}{N_u d}.$$

Како је  $N_u d \gg \lambda$ , следи да је угао  $\frac{\gamma}{2}$  мали, па је  $\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$ . Користећи ово, за угаону ширину главног максимума добијамо

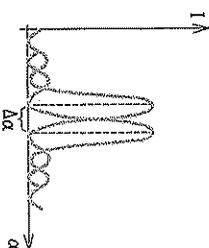
$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\lambda}{N_u d}, \quad \text{тј.} \quad \boxed{\gamma = \frac{2\lambda}{N_u d}}.$$

Моћ раздвајања дифракционе решетке одређена је њеном способношћу да раздвоји две линије блиских таласних дужина, тако да у спектру буду видљиве као раздвојене.

Свака спектрална линија у спектру решетке даје своје дифракционе максимуме (минимуме). Линије које одговарају максимумима биће видљиве као раздвојене уколико је угаоно растојање између њих веће од полуширине максимума,

$$\alpha_2 - \alpha_1 > \frac{\gamma}{2}.$$

Уколико је  $\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\gamma}{2}$ , максимум једне криве пада на први минимум друге и обрнуто (сл. 17).



Слика 17

Углови под којима се виде максимуми ових линија су

$$d \sin \alpha_1 = k \cdot \lambda_1, \quad d \sin \alpha_2 = k \cdot \lambda_2.$$

За мале углове важи  $\sin \alpha_1 \approx \alpha_1$ ,  $\sin \alpha_2 \approx \alpha_2$ , тако да је

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{k}{d} (\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{k}{d} \cdot \Delta \lambda.$$

Како је  $\frac{\gamma}{2} = \frac{\lambda_s}{N_u d}$  ( $\lambda_s$  је средња таласна дужина линија које су раздвојене), добијамо

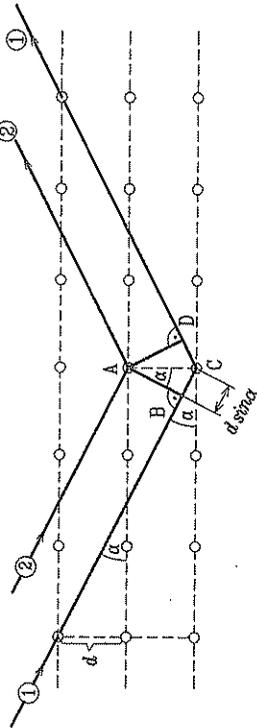
$$\frac{k \cdot \Delta \lambda}{d} = \frac{\lambda_s}{N_u d}, \quad \text{тј.} \quad \boxed{\frac{\lambda_s}{\Delta \lambda} = k N_u = R},$$

где је са  $R$  означена моћ раздвајања дифракционе решетке.

На основу последњег израза можемо закључити: уколико решетка има већи број отвора (не и густину отвора), и уколико је већи редни број максимума, већа је и могућност раздвајања линија са малом разликом таласних дужина.

### ■ Дифракција X зрачења

Рендгенско или X-зрачење представља део спектра електромагнетног зрачења у опсегу таласних дужина од  $10^{-9}$  m до  $10^{-12}$  m. При пролазак овог зрачења кроз уобичајене дифракционе решетке не добија се дифракциона слика јер је њихова таласна дужина хиљаду и више пута мања од константе решетке. Да би се добила дифракциона слика потребна је решетка чија ће константа бити реда величине таласне дужине X-зрака. Оваква решетка не може да се направи, али постоји у природи. Њу чине кристали чији су атоми правилно распоређени и налазе се на растојањима реда величине  $10^{-10}$  m. Атоми кристала представљају „непровидна“ места, а међуатомско растојање „провидна“, тј. мале отворе (прорезе). Дифракција X-зрака на овој кристалној решетки може се описати као резултат рефлексије X-зрака на кристалним равнинама.



Слика 18

Посматрајмо X-зраке који падају на кристал под малим углом  $\alpha$  у односу на кристалне равни које садрже чворове кристалне решетке (сл. 18). Део ових X-зрака ће проћи, а део ће се одбити. Одбијени зраци 1 и 2 од суседних кристалних равни су кохерентни и на заклону ће дати дифракциону слику, при чему се максимуми добијају на местима где задовољавају услов да је њихова путна разлика једнака целом броју таласних дужина,

$$\Delta r = 2d \sin \alpha = k \cdot \lambda.$$

Овде је  $d$  растојање суседних кристалних равни а  $k$  је цео број,  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Релација који представља услов за добијање дифракционих максимума X-зрачења помоћу кристала назива се **Брагова формула** (Bragg).

### ■ Холографија

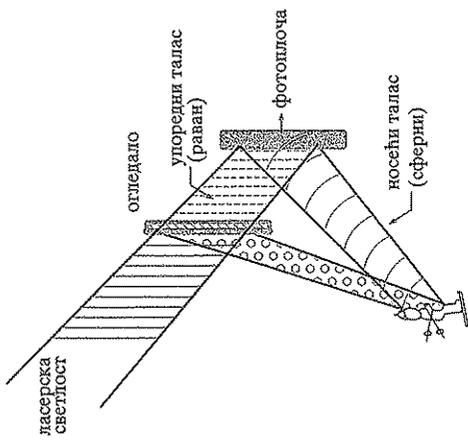
Холографија је метод добијања просторних (стерео) ликова предмета. Састоји се од два процеса:

- снимање холограма – заснива се на интерференцији светлости;
- успостављање (реконструкција) холограма – заснива се на дифракцији светлости.

Да би се добио холограмски снимак неког предмета, потребни су:

1. извор кохерентне светлости (најпогоднији извори овакве светлости су ласери);
2. фотоплоча – на њој долази до интерференције, а касније (после обраде) она се користи као својерсна дифракциона решетка;
3. полупропусљиво огледало (плочица) и, наравно,
4. предмет чији холограм снимамо.

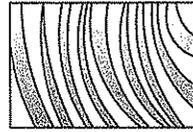
Снимање холограма шематски је приказано на слици 19.



Слика 19

Помоћу полупропусљивог огледала ласерски сноп светлости се подели на два таласа. Пропуштени талас (назива се још и **упоредни**) пада директно на фотоплочу. Талас одбијен од огледала осветљава предмет и после одбијања од њега (назива се и **носећи** јер „носи информације“ о предмету) доспева такође на фотоплочу.

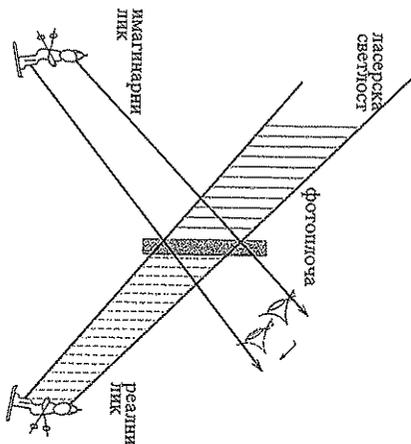
На фотоплочи долази до интерференције носећег (сферног) и опоредног (равног) таласа. Плоча се потом развија и фиксира (поступак скоро идентичан поступку при изради стандардне фотографије). Тиме је процес снимања холограма завршен. Кад се холограм погледа голим оком, на њему се види много концентричних прстенова или делова прстенова различите ширине (интерференциони максимуми и минимуми), што никако не упућује на изглед предмета који је сниман (сл. 20).



Слика 20

Успостављање холограма врши се на следећи начин. На фотоплочу се усмери светлосни сноп из ласера под истим углом као и када је холограм сниман (сл. 21). Фотоплоча се сада понаша као дифракциона решетка. На интерференционим максимумима и минимумима долази до расејавања светлости из ласера, при чему се формирају два снопа – дивергентни, у чијем се продужетку налази имагинарни лик, и конвергентни, који даје реални лик предмета.

Имагинарни лик се налази на истом месту где је био предмет при снимању, тродимензионалан је и померањем положаја посматрача (в. слику 21) може се видети из различитих перспектива. Реални лик предмета је „огледалски“ у односу на имагинарни лик и видљив је на заклону који се ту постави.



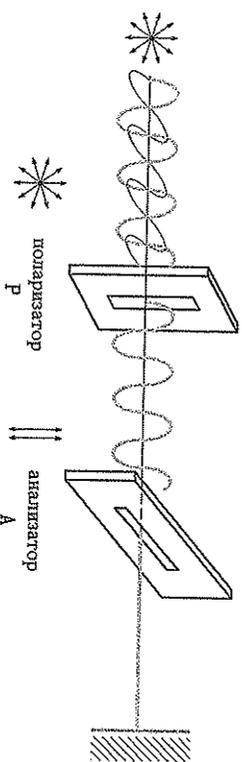
Слика 21

Детаљније о холографији, предностима у односу на фотографију и могућностима примене, учиће се у IV разреду.

### 7.3. Поларизација светлости

#### ■ Поларизација таласа

Појам поларизације таласа најједноставније је објаснити на примеру механичког трансверзалног таласа који настаје дуж ужаца чији је један крај учвршћен, а други побуђујемо да осцилује у свим правцима (сл. 22).



Слика 22

Од места побуђивања (извора таласа) простору се трансверзални таласи чији се правци осциловања међусобно разликују. Ово су неполаризовани таласи. Ако на пут таласа поставимо препреку са узаним прорезом као на слици, иза

препреке ће се простирати само они таласи чији се правци осциловања поклапа са правцем прореза. Ове таласе називамо **поларизованима**.

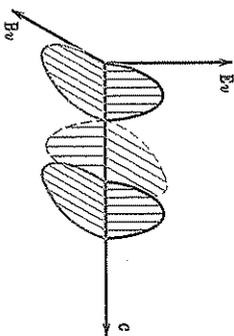
Поларизовани таласи су они трансверзални таласи чије се осциловање одвија у једној равни или у паралелним равнинама дуж правца кретања.

Ако иза преје поставимо и другу препреку, и то под углом од  $90^\circ$  у односу на прву, иза те друге препреке таласа више неће бити. Прва препрека се у овом случају назива **поларизатор**, јер помоћу ње добијамо поларизоване таласе, а друга је **анализатор**.

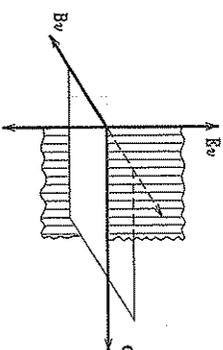
Појава поларизације карактеристична је за све врсте трансверзалних таласа без обзира на њихову природу (механички или електромагнетни). За континуалне таласе појам поларизације нема смисла.

#### ■ Поларизација светлости

Већ је речено (видети главу 6) да електромагнетни таласи (на самим тим и светлост) настају спрезањем променљивог електричног и променљивог магнетног поља. На слици 23 је приказан дијаграм најједноставнијег, равнот светлосног таласа. Вектори јачине електричног и магнетног поља осцилују у равнинама које су међусобно нормалне (правци осциловања  $E_v$  и  $B_v$  су нормални на правцу простирања таласа), сл. 24. Ради једноставнијег разматрања, равни осциловања јачине електричног поља смагтраћемо за равни осциловања светлости.

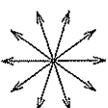


Слика 23



Слика 24

Извори светлости емитују таласе чије равни осциловања имају произвољан праван у простору, што можемо приказати помоћу правца осциловања електричног поља, сл. 25.



Слика 25



Слика 26



Слика 27

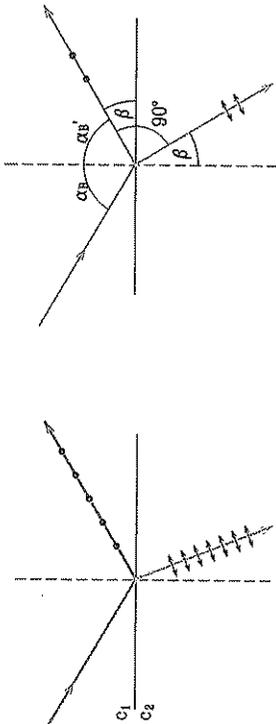
Оваква светлост (скуп светлосних таласа) коју емитује неки извор је непо-  
ларизована или природна светлост. Уколико се из неполаризоване светлости  
извође таласи чији правци осциловања припадају истој равни или паралелним  
равнима, добиће се поларизована светлост, сл. 26. Светлост може бити и  
делумично поларизована, када су правци осциловања таласа претежно у  
једној равни, као што је приказано на сл. 27.

Процес претварања неполаризоване светлости у поларизовану назива се по-  
ларизација.

До поларизације светлости долази при преламању и одбијању, као и про-  
ласком кроз прозрачне оптички анизотропне средине (средине које немају иста  
оптичка својства – брзину светлости или индекс преламања – у свим правцима).

• Поларизација светлости при одбијању и преламању

На граничној површини две прозирне средине светлосни талас се делимично  
одбија, а делимично прелама (видети поглавље 4.2 о одбијању и преламању  
механичких таласа – исто важи и за светлост). И одбијена и преломљена светлост  
делумично су поларизоване у међусобно нормалним равнима, што је приказано  
тачкама и цртицама на сл. 28. При томе је одбијена светлост поларизована више  
од преломљене.



Слика 28

Степен поларизације зависи од угла под којим светлост пада на граничну  
површину.

Упадни угао при којем долази до максималне (попуне) поларизације одбијеног  
таласа назива се **Брустеров угао** (Brewster). У том случају одбијени и  
преломљени талас заклањају угао од 90°, сл. 29.

Вредност Брустеровог угла може се одредити из закона преламања таласа  
(примењеног на светлост). Из

$$\frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{и} \quad \beta = 90^\circ - \alpha_B$$

(видети сл. 29) следи

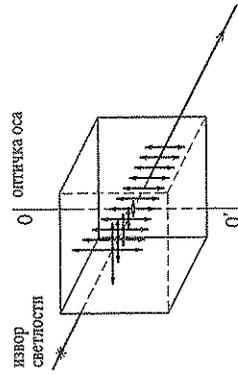
$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \operatorname{tg} \alpha_B.$$

Обзиром да је  $\frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ , коначно добијамо да је

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}.$$

Ово је **Брустеров закон поларизације**. Он даје везу угадног угла светлости  
и релативног индекса преламања две средине при максималној поларизацији.

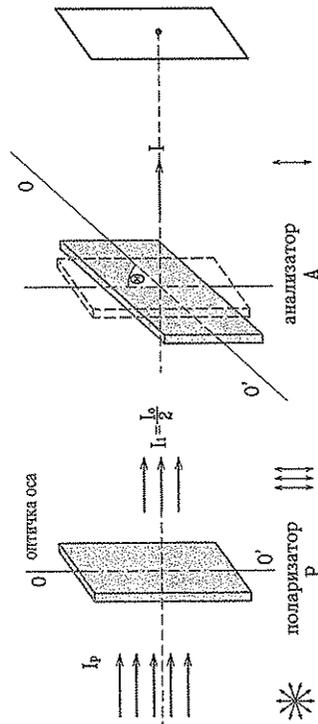
• Поларизација светлости при проласку кроз анизотропне средине



Слика 30

Типична анизотропна средина је  
кристал турмалина. Он има својство  
да дуж једног свог правца јако апсор-  
бује светлост, а у другом, нормалном  
на тај правец, светлост се апсорбује  
знатно мање, сл. 30.

Турмалин се исече у плочице паралелно својој оптичкој оси. Једна од  
плочица се користи као поларизатор (помоћу ње добијамо поларизовану светлост)  
а друга као анализатор (њом проверавамо да ли је светлост поларизована).  
Плочице поставимо као на сл. 31.



Слика 31

Неполаризована светлост из извора после проласка кроз поларизатор пот-  
пуно се поларизује. Уколико је анализатор постављен тако да му је оптичка  
оса паралелна са оптичком осом поларизатора, на закљону се добија осветљена  
површина (лик извора). Окретањем анализатора око правца дуж којег се простира  
светлост, осветљена површина на закљону је све тамнија. Када се анализатор

постави у положај да му је оптичка оса нормална на оптичку осу поларизатора, закон више неће бити осветљен. (Ако се једна плоча укљони, обртање друге плочине неће довести до промене интензитета осветљености закљона.)

Промена интензитета поларизоване светлости, пропуштене кроз анализатор (светлости која пада на закон), у зависности од угла који закљонају оптичке осе поларизатора и анализатора, одређена је Малусовим законом (Malus):

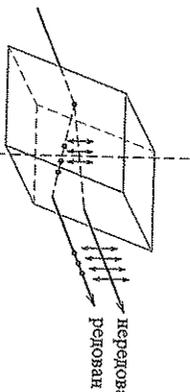
$$I = I_1 \cos^2 \theta,$$

где је  $I$  интензитет поларизоване светлости која је прошла кроз анализатор;  $I_1$  је интензитет поларизоване светлости испред анализатора, при чему је  $I_1 = I_0/2$ , где је  $I_0$  интензитет неполаризоване светлости;  $\theta$  је угао између оптичких осе поларизатора и анализатора.

Приметимо да светлост при кзаласку из поларизатора може бити и делимично поларизована. То се дешава када поларизатор нема довољну дебљину, па кроз њега пролазе таласи (не стигну да буду поларизовани) чије равни осиповања имају и друге правце у односу на оптичку осу кристала. Тада се, постављањем више узастопних поларизатора, постиже потпуна поларизација.

За поларизацију се, уместо природних кристала, све више користе **полароиди** – вештачки поларизатори. Јединици су од природних кристала, и могу се производити у виду танких плоча велике површине. Примена полароида је данас широко распрострањена. Употребљавају се, на пример, у „наочарима од подлоге, односно објеката (па они не бљеште јако). Она светлост је поларизована у хоризонталном правцу (видети поларизацију при одбијању), па се наочари праве тако да је пропуштени правец полароида у њима вертикалан. Како се при поларизацији иначе смањује интензитет поларизоване светлости у односу на неполаризовану ( $I_1 = I_0/2$ ), овакве наочари додаточно смањују и интензитет пропуштене светлости (имају улогу „наочара са тамним стаклом“). Полароиди се користе и код објектива фотографских апарата.

### • Двојно преламанье



Слика 32

Многи кристали имају особину да се светлост при преламану на њима раздваја на два таласа. **редован** (обичан) – понаша се у складу са законима преламанья; и **нередован** (необичан) – понаша се другачије. Оба ова таласа су поларизовани, при чему су им равни поларизације међусобно нормалне, сл. 32.

Двојно преламанье се објашњава распоредом атома у кристалу. Атоми (јони) су поређани тако да образују кристалну решетку. Пошто „густина“ атома није

иста у свим правцима, различите су и оптичке особине у појединим правцима (брзина светлости, индекс преламанья). Кристали се понаша као оптички анизотропна средина.

Оптичка оса ових кристала је правец дуж кристала у којем су брзине редовног и нередовног таласа исте. Главна раван кристала одређена је правцем простирања таласа и оптичком осом. Нередован талас се поларизује у главној равни кристала, а редован у равни нормалној на њу.

Неки кристали имају особину да једну од ових компоненти апсорбују јаче него другу. Тако, на пример, плочина турмалина дебљине неколико милиметара, када на њу падне природна (неполаризована) светлост, нормално на оптичку осу, „пропушта“ нередован талас, док редован потпуно апсорбује (видети слику 30). Ова појава (особина кристала) назива се **дихроизам**.

### • Вештачка оптичка анизотропија

Механичким деловањем, или деловањем електричним и магнетним пољима на нека оптички изотропна тела може се изазвати њихова оптичка анизотропија.

Материјали као што су стакло, плексиглас, целулоид, при напрезању (деформацији) постају двојно преламљиви материјали. Пропуштањем светлости кроз ове материјале у деформисаном (напречном) стану, стичу се дифракције о њиховој унутрашњој структури (распоред и густина атома на појединим деловима или правцима). Ова чињеница се користи при испитивању tzv. „инженерских материјала“ (носачи конструкција у грађевини, зглови парних котлова, зупчани машини итд). Њихови молекули се праве од плексигласа или стакла, па се, изазивањем напрезања која су најјача и најчешћа у пракси, изводе закључци на шта све треба обратити пажњу (ојачали ове материјале).

Вештачка анизотропија код неких течности може да се изазове деловањем јаких електричних пољем (**Керов ефекат**) или јаких магнетних пољем.

Керов (Кер) ефекат се користи за конструкцију tzv. светлосних ветвила. Посуда испуњена течномљу постави се између две проводне плоче. Када се између плоча успостави јако електрично поље, течност ће проупитати светлост која пада на њу. Светлост неће пролазити ако је поље искључено.

### • Обртање равни поларизације

Супстанције које изазивају обртање равни поларизације поларизованог светлосног таласа око његовог правца простирања, називају се **оптички активним**. Ово својство показују, на пример, кварц, раствор шећера у води, терпентин итд.

Обртање равни поларизације може бити у смеру казаљке на сату (**десна** или **позитивна модификација**) или у супротном смеру (**лева** или **негативна модификација**). Угао за који се обрне раван поларизације зависи и од особина супстанције (температура, распоред атома итд) и од особина светлости (таласна дужина).

Обраће равни поларизације последица је асиметрије кристалне структуре (код чврстих тела) или асиметрије унутрашње молекулске структуре (код течности).

На основу угла обртања, може се одредити неко друго својство супстанције, као на пример концентрација оптички активне супстанције у раствору. За растворе је угао обртања даг изразом

$$\varphi = \alpha \cdot c \cdot d,$$

где су:  $\alpha$  – специфична ротација (обртна моћ) – зависи од врсте супстанције, њене температуре и таласне дужине светлости;  $c$  – концентрација оптички активне супстанције;  $d$  – пут који светлост пређе кроз раствор.

Метод одређивања концентрације на овај начин назива се **полариметрија** (сахариметрија).

### Питања

1. Како настаје светлост?
2. Коју светлост називамо монохроматском, а коју полихроматском?
3. Шта су кохерентни светлосни таласи?
4. Како се у пракси могу добити кохерентни светлосни таласи?
5. Напиши изразе за путну и фазну разлику два таласа у тачкама у којима настаје конструктивна интерференција.
6. Који услов (путни и фазни) морају да испуне два таласа у некој тачки да би настала деструктивна интерференција?
7. Од чега зависи растојање два суседна интерференциона максимума? Напиши израз и објасни.
8. Наведи неке могућности примене Мајкелсоновог интерферометра.
9. Дефиниши дифракционе максимуме и минимуме и напиши услов за њихово настајање при пролазу светлости кроз један отвор (прорез).
10. На шта се односи Братова формула и како она гласи?
11. Које таласе називамо поларизованим?
12. Могу ли се поларизовати лонгитудинални таласи?
13. Шта се подразумева под поларизацијом светлости?
14. Да ли је, у принципу, могућа поларизација било ког електромагнетног таласа? Зашто?
15. Шта одређује Брустеров закон? Напиши одговарајућу формулу.
16. Шта одређује Малусов закон?
17. Објасни појам „двојно преламање светлости“.

## 8. ДИСПЕРЗИЈА И АПСОРПЦИЈА СВЕТЛОСТИ

### ■ Узајамно деловање светлости и супстанцијалних средина

При преласку светлости из једне у другу супстанцијалну средину (или из вакуума у неку средину), долази до промене у понашању атома и молекула средине, али и до промена особина светлосног таласа.

Електромагнетно поље инфрацрвене светлости изазива осциловање атома и молекула средине, а електромагнетно поље видљиве и ултраљубичасте светлости (фреквенција им је већа од фреквенције инфрацрвене светлости) утиче на промену стања осциловања електрона у атомима. Због мале масе електрони су мање инертни од атома, па могу да прате промене. Утицај је већи ако је фреквенција упадног таласа блиска или је једнака сопственој фреквенцији честина средине (резонантна фреквенција).

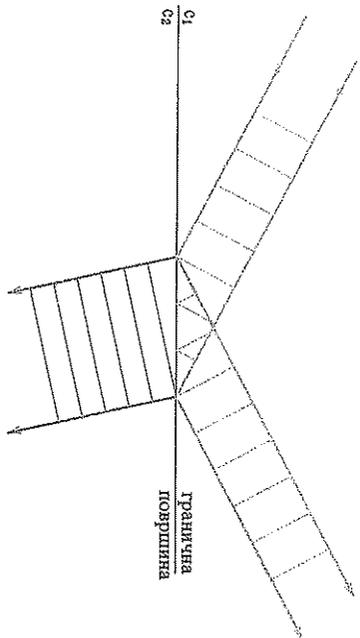
Услед изазваног, принудног осциловања, молекули, атоми и електрони постају извори нових електромагнетних таласа. Суперпозицијом упадних и новонасталих, секундарних таласа добијају се таласи који се враћају у праву средину (одбијени) или настављају кроз другу средину (преломљени таласи).

Светлосни таласи преласком из једне у другу средину мењају своју брзину (и таласну дужину) у складу са електричним и магнетним особинама средине. Фреквенција, као основна карактеристика таласа, остаје иста.

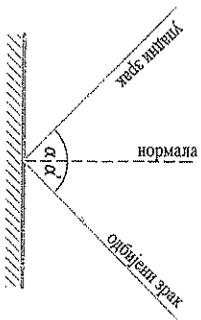
### 8.1. Одбијање и преламање светлости

Објашњење одбијања и преламања механичких таласа, као и одговарајуће законитости, дати су у поглављу 4.2. Исти принципи се могу применити и на понашање светлости. На граничној површи две прозрачне средине, у којима се просторе различитим брзинама, светлост се делимично одбија а делимично прелама (сл. 1).

У даљем разматрању ових појава биће наведене основне законитости уз неке специфичности везане за светлост. Једноставности ради, сматраће се да је посматрана светлост монохроматска.



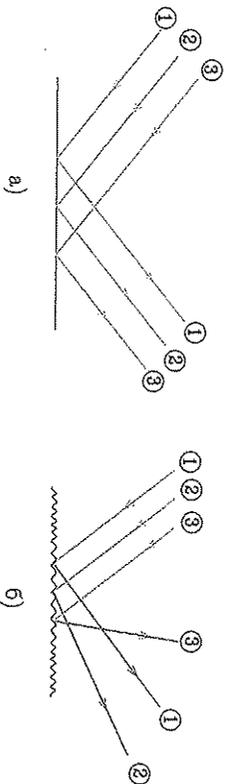
Слика 1



Слика 2

На слици 2 су упадни и одбијени талас представљени зрацима. При томе важи:  
 1) упадни зрак, нормала и одбијени зрак припадају истој равни;  
 2) одбојни угао једнак је упадном углу,  
 $\alpha' = \alpha$ .

Сноп паралелних светлосних зрака биће и после одбијања паралелан уколико је гранична површ идеално равна (сл. 3а). Уколико је површ хршава, доћи ће до tzv. дифузног одбијања, сл. 3б.



Слика 3

■ Преламане светлости

При преласку светлости из једне у другу средину (преламане) мења се брзина простирања. Однос брзина простирања светлости у две средине је индекс преламанја (ангоутични или релативни).

Већем (ангоутичном) индексу преламанја одговара мања брзина простирања светлости и обрнуто

(видети код брзине простирања електромагнетних таласа, глава 6).

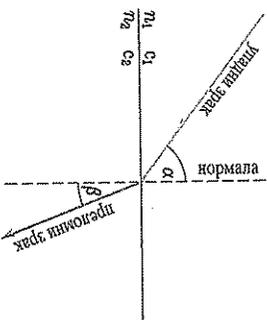
На слици 4 упадни и преломањени талас представљени су зрацима. За преламане светлости важи:

1) упадни зрак, нормала и преломањени зрак леже у једној равни;

2)  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$ . Како је  $c_1 = \frac{c_0}{n_1}$  и

$c_2 = \frac{c_0}{n_2}$ , то је

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$



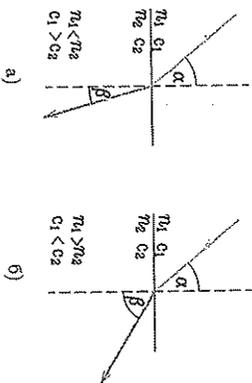
Слика 4

Косинусни синуса упадног и синуса преломног угла једнак је количнику индекса преламанја друге и прве средине, тј. једнак је релативном индексу преламанја друге средине у односу на прву.

• Тотална рефлексија

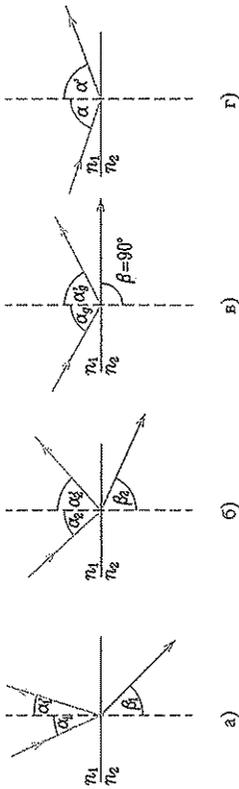
Брзина светлости зависи од електричних и магнетних особина средине. Оптички гушће средине су оне у којима је брзина светлости мања него у другим срединама (оптички ређе средине). Вакуум је оптички најређа средина.

Из закона преламанја следи да се при преласку светлости из оптички ређе средине (са мањим индексом преламанја) у оптички гушћу средину (са већим индексом преламанја) светлост прелама „ка нормали“, сл. 5а. Ако светлост прелази из оптички гушће у оптички ређу средину, прелама се „од нормале“, сл. 5б.



Слика 5

При преласку светлости из оптички гушће у оптички ређу средину ( $n_1 > n_2$ ), може да се деси да светлост и не пређе у другу средину, већ да се потпуно рефлектује. На слици 6 је приказано како се повећавањем упадног угла  $\alpha$ , повећава и преломини угао  $\beta$ . При некој граничној вредности упадног угла ( $\alpha = \alpha_g$ ), преломањени зрак има правал граничне површи ( $\beta = 90^\circ$ ), али још увек имамо одбијени и „преломањени“ зрак.



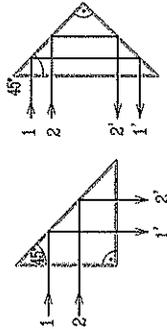
Слика 6

Када је  $\alpha > \alpha_g$ , светлост се потпуно рефлектује (постоје само упадни и одбијени зрак), па кажемо да је дошло до **тоталне рефлексије**.

Вредност граничног упадног угла после којег настаје ова појава одређује се на основу закона преламања светлости. Из

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{следи} \quad \boxed{\sin \alpha_g = n_2/n_1}$$

Појава тоталне рефлексије има примену код оптичких инструмената. Призме које се користе при њиховој конструкцији имају улогу при скрећању правца светлости или за обраћање слика (сл. 7) а да се при томе не губи у интензитету светлости, што би могло да утиче на јасноћу слика.



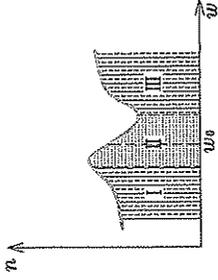
Слика 7

## 8.2. Дисперзија светлости

При напласку полихроматске светлости из вакуума у неку супстанцијалну средину, њене компоненте које су различитих фреквенција изазивају различита закахњења осциловања електрона у тој средини. Због тога су брзине ових компоненти у тој средини различите (у вакууму су биле исте), односно различити су њихови индекси преламања.

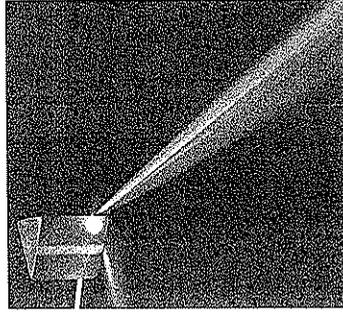
Зависност индекса преламања средине од фреквенције упадне светлости назива се **дисперзија**.

На слици 8 је приказана крива дисперзије  $n = f(\omega)$  ( $n$  је апсолутни индекс преламања средине а  $\omega$  је кружна фреквенција светлости). Области I и II (шрафиране на слици) јесу области нормалне дисперзије, где индекс преламања расте са порастом фреквенције. Област III је скуп вредности фреквенција при којима долази до аномалне дисперзије, где индекс преламања опада са фреквенцијом. Вредности ових фреквенција су блиске сопственој фреквенцији ( $\omega_0$ ) електрона у атомима средине (резонантни ефекти). Тада је интензивна апсорпција зрачења које пролази кроз средину.

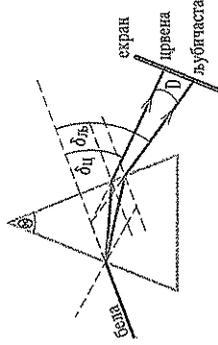


Слика 8

Последина дисперзије је разлагање полихроматске светлости, при проласку кроз неку средину, на спектар.



Слика 9



Ово се може демонстрирати пропуштањем, на пример, беле светлости кроз призму. У смеравањем беле светлости на тросрану призму (сл. 9) може се, на екрану иза ње, добити спектар беле светлости.

Спектар се назива дисперзиони јер настаје као последица дисперзије приликом преламања. Са слике се види да најмање скреће црвена светлост (има најмању фреквенцију, на самим тим и најмањи индекс преламања), а највише скреће љубичаста светлост. У поређењу са дифракционим спектром знаја се да дисперзиони спектар има обрнути распоред боја.

Слика 10

Угао између граничних боја ( $D$ ) назива се дисперзиони угао. Једнак је разлици скретних углова љубичасте ( $\delta_{lj}$ ) и црвене светлости ( $\delta_c$ ),

$$D = \delta_{lj} - \delta_c$$

Помоћу призма може се постићи и обрнути процес – сингеза беле светлости од компоненти њеног спектра, сл. 10 (слика је иста као слика 9, само је супротан смер светлосних зрака).

### 8.3. Расејање и апсорпција светлости

#### ■ Расејање светлости

Под расејањем светлости подразумевамо скретање светлости у свим правцима у односу на праволинијни правец простирања. Појава је последица оптичких нехомогености средине, тј. различитих вредности индекса преломљања у различитим тачкама средине.

Нехомогеност средине може бити последица присуства честица које по свом саставу не припадају дајој средини (нпр. честице прашине или дима, чађи у ваздуху) или последица случајних промена густине хемијски чистих средина услед кретања молекула.

Расејање светлости на нехомогеностима средине чије су димензије много мање од таласне дужине светлости назива се **Тиндалтов ефекат** (Tyndal). Ефекат се може приметити ако у сноп светлости убацимо дим или прашицу. Тада ће светлосни сноп постати видљив.

Плаветњико небо се објашњава расејавањем Сунчеве светлости одбијене од површи Земље на малим честичама које стално лебде у атмосфери. Те честице имају димензије реда величине таласних дужина плаве светлости, па се таква светлост од њих највише расејава и враћа на посматрачу, док их светлост већих таласних дужина обилази. Зато посматрачу са Земље небо изгледа плаво.

Утврђе или вечерње руменило неба објашњава се на сличан начин – када је Сунце ниско изнад хоризонта, његови зраци до нас доспевају кроз слојеве атмосфере напуњене прашином и димом. На тим честичама се расејавају зраци мањих таласних дужина, док до нас доспевају зраци већих таласних дужина, дакле претежно црвени зраци.

#### ■ Апсорпција светлости

Појава смањења интензитета светлости при проласку кроз неку средину назива се **апсорпција** или **ушњавање**. Смањење интензитета је последица „грошења“ енергије светлосног таласа на побуђивање атома и молекула средине. Апсорпција је улошко интензивнија уколико је фреквенција светлости блика по вредности сопствене фреквенцији осциловања електрона у атомима и атома у молекулима средине (видети поглавље о дисперзији). Из овога следи да се компоненте беле светлости не апсорбују подједнако. Више се апсорбују оне чија је фреквенција блика сопственој фреквенцији електрона и атома (резонантна фреквенција).

Према степеној апсорпције средине можемо поделити на **прозрачне** (оне које слабо апсорбују светлост) и **непрозрачне** (одликују се јаким апсорпцијом). Ова подела је условна, јер прозрачност зависи како од врсте супстанције тако и од дебљине слоја кроз који светлост пролази. На пример, вода је прозрачна, али на великим дубинама светлост је потпуно апсорбована (потпуни је мрак).

**Закон апсорпције** даје зависност интензитета пропуштене светлости од врсте апсорбера и од његове ширине (дебљине). Према њему, интензитет светлости олазла експоненцијално са дељином слоја,

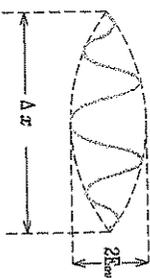
$$I = I_0 e^{-\mu d}$$

Овде су:  $I$  – интензитет пропуштене светлости;  $I_0$  – интензитет улазне светлости;  $\mu$  – линеарни коефицијент апсорпције;  $d$  – дељина слоја (апсорбера).

### 8.4. Брзина светлости

#### ■ Фазна и групна брзина светлости

У досадашњем тумачењу оптичких појава (интерференција, дифракција, поларизација, брзина светлости итд.) показили смо од претпоставке да светлост настаје слагањем великог броја појединачних синусоидалних таласа, који настају при проласку електрона са виших на нижа енергетска стања. У стварности атоми зраче светлост у облику таласних пакета. Таласни пакет настаје у ограниченом временском интервалу од око  $10^{-8}$  s (просечно време налажења атома у побуђеном стању), па је ограничена и његова дужина. Слика 11 приказује таласни пакет дужине  $\Delta x = c \cdot \Delta t = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 10^{-8} \text{ s} = 3 \text{ m}$ , чија је ширина једнака  $2E_0$  ( $E_0$  је максимална вредност интензитета електричног поља).



Слика 11

Брзина којом се креће максимална амплитуда таласног пакета назива се **групна брзина**. Фазна брзина је брзина померања таласног фронта.

Фазна и групна брзина беле светлости у вакууму имају исту вредност ( $c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ). У супстанцијалним срединама фазне брзине компоненти међусобно се разликују, што доводи до распинјавања таласног пакета. Због тога се његова групна брзина разликује од фазних брзина појединачних компоненти. Како је енергија таласа сразмерна квадрату амплитуде, брзина преноса енергије једнака је групној брзини. Мерење брзине светлости у пракси своди се на мерење групне брзине.

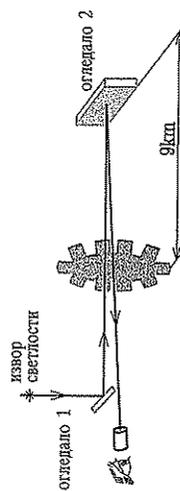
### Мерење брзине светлости

Брзина светлости је једна од њених најважнијих особина, а њена вредност у вакууму је једна од основних физичких константи.

Први покушаји да се она измери датирају из друге половине XVIII века. Године 1667, по замисли Галилеја (G. Galilei), два експериментатора су постављена на узвишења (врхови два брда) на међусобном растојању од око 1,5 km. Обојица су имали светиљке (фењере), пошто се експеримент изводио ноћу. Један од њих би прво послао светлосни сигнал откривањем своје светиљке. У тренутку када би други експериментатор угледао светлост, откривао би своју светиљку (слао светлосни сигнал назад). Брзина светлости је требало да се израчуна на основу растојања између експериментатора и времена које протекне од тренутка када први учесник открије своју светиљку, до тренутка када угледа светлост друге светиљке. Покушај није успео због данас познатих разлога. Брзина светлости има сувише велику вредност да би се време потребно да светлост пређе тако кратко растојање могло успешно измерити тадашњим методама.

Неколико година касније (1675), на основу астрономских посматрања кретања једног од Јупитерових месеца (више о томе у Астрономији за IV разред), данског астронома Олафа Ремера (O. Roemer), дошло се до сазнања да је брзина светлости коначна и да има велику вредност (на основу његових израчунавања брзина светлости има вредност  $2,1 \cdot 10^8$  m/s).

Напредком метода и техника мерења у физици, стицали су се услови за мерење брзине светлости у земаљским условима. Француски физичар Физо (Fizeau) је 1849. године први измерио брзину светлости на тај начин. На слици 12 је дат шематски приказ апаратуре коју је при томе користио.



Слика 12

Светлост се из извора помоћу огледала 1 усмери ка огледалу 2, које је рефлектује истим путем уназад до детектора. На путу од огледала 1 до огледала 2 постављен је точак са зупцима чија брзина обртања може да се мења. При мировању точка светлост стиге до огледала 2 и враћа се уназад кроз исти прорез. Ако се точак обрће, брзина се подеси тако да светлост у повратку прође кроз, на пример, суседни прорез.

Из брзине обртања зупчастог точка може да се нађе време за које светлост пређе пут од огледала 1 до огледала 2 и назад. На основу тог времена и дужине пута Физо је израчунао да је брзина светлости  $3,15 \cdot 10^8$  m/s.

Савремене методе мерења временских интервала омогућују да се брзина светлости одређује у лабораторијским условима (нису потребна велика растојања као у физичком експерименту).

У својена бројна вредност брзине светлости у вакууму, на основу савремених мерења износи

$$c = (2\,997\,925 \pm 2) \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

За практичне примене користамо приближну вредност  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s.

### Доплеров ефекат у оптици

Као и код звучних таласа, и код светлости постоји појава Доплеровог ефекта. Састоји се у томе да пријемник региструје различите фреквенције (боје) светлости од оне коју емитује извор у случају да постоји релативно кретање извора и пријемника.

Када се пријемник и извор крећу дуж правца који их спаја, израз за Доплеров ефекат има облик

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 \pm \frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}}}$$

где је  $\nu'$  – фреквенција светлости коју региструје пријемник,  $\nu$  – фреквенција светлости коју емитује извор,  $v$  је релативна брзина извора и посматрача, а  $c$  брзина светлости. Знак  $+$  у бројиоцу и  $-$  у имениоцу се користе при узајамном приближавању, а обрнути знаци при удаљавању.

Релативна брзина  $v$  је обично врло мала у односу на брзину светлости, па се може користити приближни израз

$$\nu' = \nu \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

Знак  $+$  се узима при узајамном приближавању ( $\nu' > \nu$ ), а знак  $-$  при удаљавању ( $\nu' < \nu$ ).

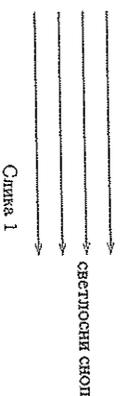
Брзина  $v$  која је упоредива са брзином светлости запажена је посматрањем астрономских објеката. При томе је примећено да је светлост која до нас долази од већине галаксија „црвенија“ него што би требало да буде („црвени помак“). На основу тога је закључено да се те галаксије већином удаљавају од нас, тј. да се свемир шири. Ово се сматра једним од највећих открића у астрономији (и не само астрономији). И о томе ћете више учити у IV разреду.

## Питања

1. При поређењу две прозрачне средине, коју називамо оптички гушћом?
2. Која средина је оптички најређа?
3. Да ли се, при преласку из једне у другу средину, мењају таласна дужина и фреквенција светлости?
4. Под којим условом може да дође до тоталне рефлексије светлости?
5. Како зависи индекс преламања светлости од њене фреквенције?
6. Како настаје дисперzioni спектар беле светлости?
7. Шта је дисперzioni угао?
8. Како се објашњава плаветнило неба, а како његово јутарње и вечерње руменило?
9. Напиши закон апсорпције и објасни величине које у њему учествују.
10. Шта је фазна, а шта грузна брзина светлости?
11. Како се на основу Доплеровог ефекта за светлост закључује да се Васкона шири?

## 9. ГЕОМЕТРИЈСКА ОПТИКА

Геометријска оптика је област физике која даје једноставнији (идеализовани) приказ простирања светлости кроз различите средине. Запамарају се нека својства и понашања светлосних таласа као што су интерференција и дифракција. Узима се да је кретање светлости кроз хомогену средину строго праволинијско, што се приказује помоћу светлосних зрака, односно светлосних снопова.



Слика 1

Светлосни зрак представља правац простирања светлости, тј. правац нормалан на таласни фронт. Светлосни сноп се састоји од великог броја светлосних зрака (сл. 1).

При доласку светлосног зрака (светлосног снопа) на граничну површ две средине различитог индекса преламања примењују се закони одбијања и преламања таласа.

На принципима геометријске оптике заснива се конструкција оптичких инструмената. Оптички инструменти имају сврху да обезбеде посматрање предмета, њихових делова или делова на њиховим површима, који се не могу видети оком, или се оком не могу видети најјасније.

Сваки оптички инструмент се састоји из оптичких елемената – огледала, сочива, призма, планпаралелних плоча и њихових комбинација.

Конструкција ликова које дају оптички елементи заснована је на следећим принципима (законитостима):

- кроз хомогену средину светлост се простире праволинијски;
- на граничној површи две различите средине (различитих индекса преламања) примењују се закони одбијања и преламања светлости.

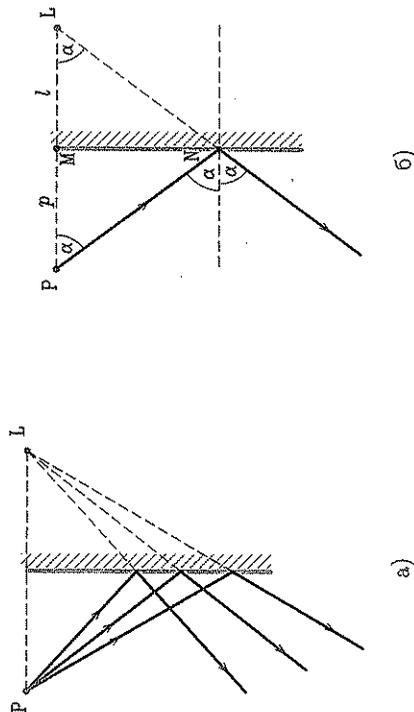
Ликови предмета које дају огледала и сочива могу бити реални и имгинарни (виртуелни). Око види имгинарни лик, док се реални лик види на закону постављеном на месту његовог формирања.

## 9.1. Огледала

Огледалима називамо глатке (углачане) површи које рефлектују скоро сву светлост која на њих падне. Према облику рефлектујуће површи, огледала делимо на равна и сферна.

### ■ Равно огледало

Свака углачана равна површ представља равно огледало. Формирање и конструкција lika тачкастог предмета приказани су на слици 2.



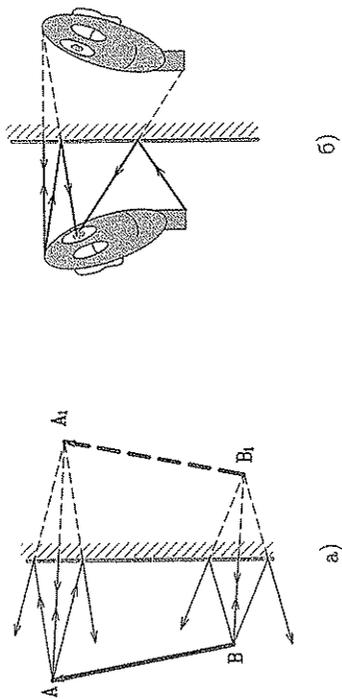
Слика 2

На слици 2а светлосни зраци од тачкастог предмета  $P$  после одбијања од огледала долазе у око посматрача коме се чини као да долазе из тачке  $L$  иза огледала.

Тачка  $L$  представља **имагинарни лик** (налази се у пресеку замишљених продужених зрака).

На слици 2б приказан је само један зрак који долази од тачкастог предмета. Према закону одбијања светлости упадни и одбојни угао су једнаки. Троуглови  $PNM$  и  $LNМ$  су полугларни (то су правоугли троуглови са по једним једнаким оштрим углом и једном заједничком страном), из чега следи да су дужине  $PM$  и  $ML$  једнаке, односно удаљеност предмета и lika од огледала је иста.

Формирање и конструкција lika предмета коначних димензија приказана је на слици 3а.

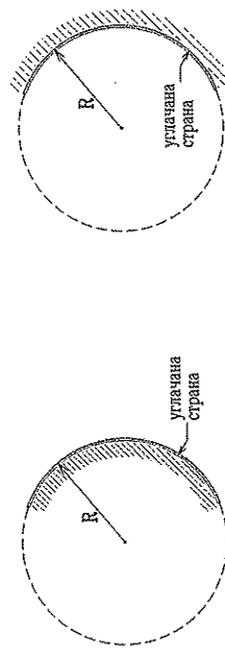


Слика 3

За сваку појединачну тачку предмета важи све што је претходно речено за тачкасти предмет. Из тога следи да предмет и лик имају исти облик, исте димензије и на истом су растојању у односу на огледало. Само су „заменење“ лева и десна страна (када намигујемо левим оком, изгледа нам да наш лик намигује десним и обрнуто, сл. 3б).

### ■ Сферна огледала

Део сфере углачан са спољашње или унутрашње стране представља сферно огледало. Ако је углачана спољашња страна сферне површи, ради се о **конвексном** (испупченем) огледалу, а ако је углачана унутрашња страна, добијено огледало је **конкавно** (удубљено), сл. 4.

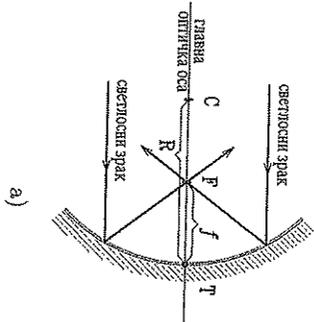


а) конвексно огледало

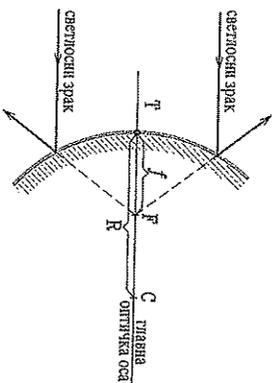
б) конкавно огледало

Слика 4

На сликама 5а и 5б су приказани основни елементи огледала – карактеристичне тачке, растојања и правци који се користе при конструкцији likова. Приказани су и светлосни зраци паралелни тзв. **главној оптичкој осипи** и њихови правци после одбијања од огледала.



а)



б)

Слика 5

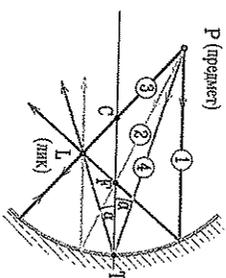
- $T$  – теме огледала;
- $F$  – жижка (фокус) – тачка у којој се светлосни зраци паралелни главној оптичкој оси секу после одбијања од огледала;
- $C$  – центар кривине – центар замишљене сфере чији је део даго огледало;

$CT = R$  – полупречник кривине огледала, тј. полупречник сферне површи. Узда се са знаком „+“ код конкавних а са знаком „-“ код конвексних огледала;

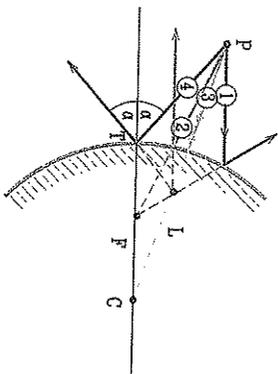
$FT = f$  – жижка даљина. Једнака је половини полупречника кривине,  $f = \frac{R}{2}$ . Има позитивну вредност за конкавна, а негативну за конвексна огледала.

• Правила за конструкцију ликова код огледала

При конструкцији ликова код сферних огледала могуће је користити четири карактеристична зрака (сл. 6).



Слика 6



Слика 7

- 1 Зрак паралелан главној оптичкој оси после одбијања пролази кроз жижку.
- 2 Зрак који пролази кроз жижку после одбијања је паралелан главној оптичкој оси.

- 3 Зрак који пролази кроз центар кривине после одбијања се враћа истим путем назад (јер пада нормално на сферну површ).
- 4 Зрак који пада у теме огледала под углом  $\alpha$  у односу на главну оптичку осу, одбија се под истим углом.

У пресеку одбијених зрака добија се лик  $L$  предмета  $P$ .

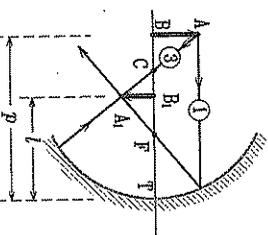
Ако је у питању конвексно огледало, правила за конструкцију ликова су суштински иста, само што се овде користимо замишљеним продуженим зрацима (сл. 7).

- 1 Зрак паралелан главној оптичкој оси одбија се тако да његов продужени зрак пролази кроз жижку.
- 2 Зрак усмерен ка жижки после одбијања је паралелан главној оптичкој оси.
- 3 Зрак усмерен ка центру кривине после одбијања се враћа истим путем назад.
- 4 Зрак који пада у теме огледала под углом  $\alpha$  у односу на главну оптичку осу, одбија се под истим углом.

У пресеку продужетака одбијених зрака добија се лик  $L$  предмета  $P$ .

За добијање лика тачкастог предмета доволна су два од четири зрака. Уколико тражимо лик предмета коначних димензија, конструкцијом ликова карактеристичних крајњих тачака тог предмета (сл. 8).

На слици 8,  $l$  и  $p$  редом представљају удаљеност лика и предмета од темена огледала.



Слика 8

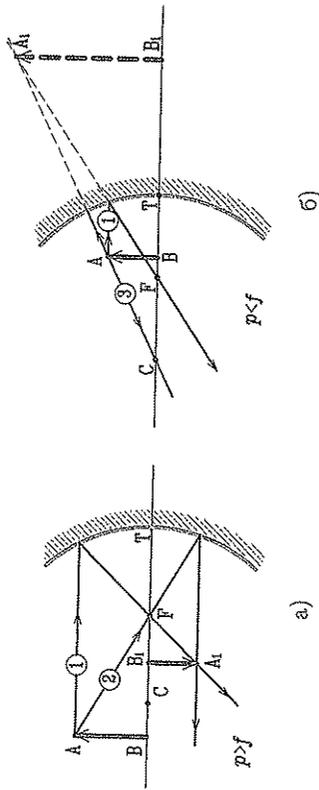
Ликови које дају сферна огледала могу бити реални или имагинарни.

Реални ликови се добијају у пресеку карактеристичних зрака (и налазе се са исте стране огледала као и предмет). Њихову удаљеност од темена огледала узимамо са знаком „+“.

Имагинарни ликови се добијају у пресеку продужетака карактеристичних зрака (налазе се са супротне стране огледала у односу на предмет). Њихову удаљеност од темена огледала узимамо са знаком „-“.

Конкавна огледала дају реалне или имагинарне ликове у зависности од удаљености предмета од темена огледала и вредности жижке даљине, слика 9а и б.

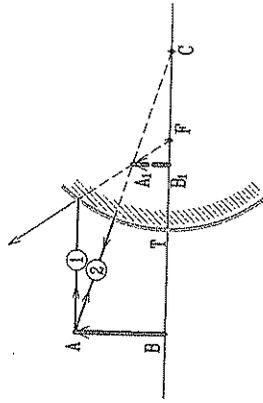
Конвексна огледала дају увек имагинарне ликове, сл. 10.



Слика 9

• Једначина огледала; увећање огледала

Положај и величина lika зависе од положаја и величине предмета и од геометријских карактеристика огледала (полупречника  $R$  и од тога да ли је огледало конвексно или конкавно).



Слика 10

Једначина огледала даје везу између удаљености lika ( $l$ ), удаљености предмета ( $p$ ) и полупречника кривине ( $R$ ), односно жишне даљине ( $f$ ). Беза ових величина може се наћи на основу слике 11.

Нека је  $A_1B_1$  лик предмета  $AB$ . Троуглови  $ABT$  и  $A_1B_1T$  су слични, па су им одговарајуће стране пропорционалне,

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BT}{B_1T} = \frac{p}{l}$$

Троуглови  $ABC$  и  $A_1B_1C$  су такође слични, па је

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C} = \frac{p-R}{R-l}$$

Изједначавањем десних страна ових једнакости следи да је

$$\frac{p}{l} = \frac{p-R}{R-l}$$

одакле је

$$pR - pl = pl - lR, \text{ тј. } pR + lR = 2pl.$$

Делењем последње једначине са  $plR$  добија се

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{2}{R} \text{ односно } \boxed{\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}},$$

где је  $f = \frac{R}{2}$ . Ово је једначина огледала.

Добијена једначина важи и за конвексна огледала, само што се жишна даљина и удаљеност lika узимају са знаком „-“ (минус),

$$\boxed{-\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = -\frac{1}{f} = -\frac{2}{R}}.$$

Приметимо да се једначина сферног огледала може применити и на равно огледало. Како је код равног огледала полупречник кривине бесконачно велики ( $R = \infty$ ), а такође и жишна даљина ( $f = \infty$ ), а лик имагинаран, једначина огледала ће имати облик

$$-\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = 0.$$

Из ове једначине следи да је  $l = p$ , што значи да су предмет и лик постављени симетрично у односу на раван огледала.

Линеарно увећање огледала  $U$  једнако је количнику величине lika  $h'$  и величине предмета  $h$  ( $h$  и  $h'$  су димензије предмета и lika у правцу нормалном на главну оптичку осу),

$$U = \frac{h'}{h}.$$

На слици 11 је  $h = AB$  и  $h' = A_1B_1$ , па, поново на основу сличности троуглова  $ABT$  и  $A_1B_1T$ , следи да је

$$\frac{h'}{h} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{l}{p},$$

те за линеарно увећање огледала добијамо

$$\boxed{U = \frac{h'}{h} = \frac{l}{p}}.$$

Уколико је лик имагинаран, узима се апсолутна вредност растојања  $l$ ,

$$U = \frac{h'}{h} = \frac{|l|}{p}.$$

Увећање  $U$  може имати вредности веће од 1 (када је лик већи од предмета) или мање од 1 (умањење).

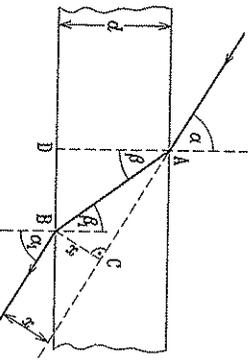
## 9.2. Преламање светлости кроз плочу и призму

### ■ Планпаралелна плоча

Планпаралелна плоча има равне и међусобно паралелне површи. Ако на горњу површ провидне планпаралелне плоче дебљине  $d$  долази светлост (светлосни зрак) под углом  $\alpha$  (сл. 12), преломиће се под неким углом  $\beta$ . Углови  $\beta_1$  и  $\alpha_1$  су упадни и преломни угао на доњој површи ове плоче. Нека је индекс преламања плоче  $n$  а индекс преламања средине у којој се плоча налази нека је  $n_1$ . Применом закона преламања на обе граничне површи добијамо

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_1} \quad \text{и} \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n}{n_1}.$$

Из ових релација и чиневните да је, због паралелности,  $\beta = \beta_1$  (в. слику) следи да је  $\alpha = \alpha_1$ , што значи да је излазни зрак из плоче паралелан са упадним зраком.



Слика 12

Продлаком кроз плочу није, дакле, промењен правец овог зрака, али је он померен за неко растојање  $x$ .

Одредимо овај померај у зависности од датих података. Са слике 12 видимо (из троуглова  $ABC$  и  $ABD$ ) да је

$$x = AB \cdot \sin(\alpha - \beta) \quad \text{и} \quad AB = \frac{d}{\cos \beta}.$$

Из ових релација следи да је

$$x = \frac{d}{\cos \beta} \sin(\alpha - \beta) = d \frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta},$$

односно

$$x = d \left( \sin \alpha - \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta} \right).$$

Користећи закон преламања  $\sin \beta = \frac{n_1}{n} \sin \alpha$  и релацију

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}$$

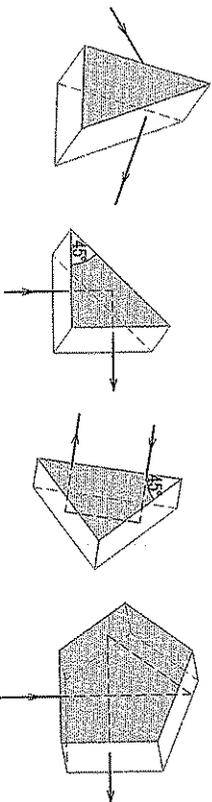
добивамо да је

$$x = d \sin \alpha \left( 1 - \frac{n_1 \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right).$$

Дакле, померање зрака при проласку кроз планпаралелну плочу зависи од дебљине плоче, упадног угла и индекса преламања плоче и средине у којој се она налази.

### ■ Призма

Оптичке призме се израђују од стакла или провидне пластике. Користе се за скретање светлосних зрака. До скретања долази услед преламања светлости на њеним бочним странама (сл. 13).



Слика 13

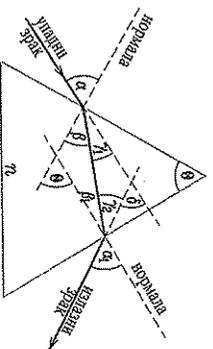
Шематски приказ призме и конструкција светлосног зрака при проласку кроз њу дати су на слици 14. Угао  $\delta$  између правца зрака пре уласка у призму и после изласка из ње назива се угао скретања (скретни угао). Са слике се види да је његова вредност

$$\delta = \gamma_1 + \gamma_2 = \alpha - \beta + \alpha_1 - \beta_1.$$

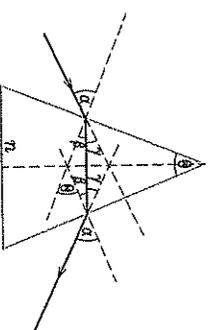
Како је  $\beta + \beta_1 = \theta$  ( $\theta$  - угао призме), добија се

$$\delta = \alpha + \alpha_1 - \theta.$$

Угао  $\alpha_1$  може се лако одредити применом закона преламања на једној и другој страни призме. Угао скретања светлосног зрака при проласку кроз призму зависи од упадног угла  $\alpha$ , угла призме  $\theta$  и од индекса преламања  $n$  материјала од којег је призма направљена (угао  $\alpha_1$  зависи од  $n$ ).



Слика 14



Слика 15

Угао скретања ће бити минималан ако зрак пролази симетрично кроз призму (сл. 15) – тада он са врхом призме гради једнакокраки троугао. У овом случају је  $\alpha = \alpha_1$  и  $\beta = \beta_1$ , па је

$$\delta_{min} = 2\alpha - \theta$$

Ова чињеница (која се експериментално лако утврђује) користи се за одређивање индекса преламања материјала од којег је призма направљена. Са слике 15 видимо да је  $\beta = \frac{\theta}{2}$  и  $\gamma = \frac{\delta_{min}}{2}$ , а угадни угао  $\alpha = \beta + \gamma = \frac{\theta}{2} + \frac{\delta_{min}}{2}$ . Заменом у формулу закона преламања светлости добијамо

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\theta + \delta_{min}}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

Овде смо претпоставили да је средина у којој се призма налази ваздух чији је индекс преламања приближно једнак јединици.

Ако је угао призме  $\theta$  мали (танка призма), мали је и угао скретања  $\delta_{min}$ . Тада синусе углова можемо заменити самим угловима, па је

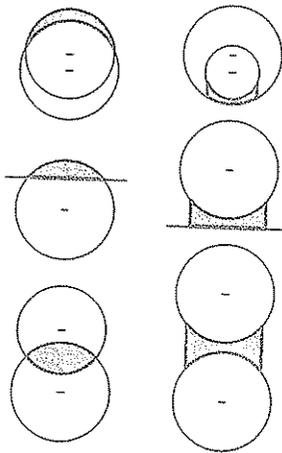
$$n \approx \frac{\theta + \delta_{min}}{\theta}$$

Одавде добијамо да је

$$\delta_{min} \approx (n - 1)\theta$$

### 9.3. Сочива

Сочивом називамо хомогену прозрачну средину (тело) ограничену двама сферним или једном сферном и једном равном површи.

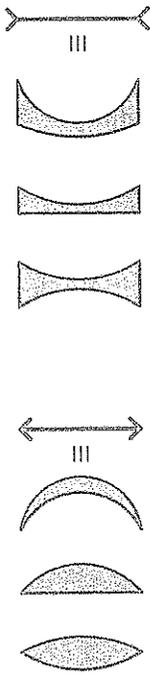


Слика 16

На слици 16 приказани су, редом: би-конвексно, план-конвексно, конкавно-конвексно (у горњем реду) и би-конкавно, план-конкавно и конвексно-конкавно сочиво (у доњем реду).

Сочива дебља на средини него на крајевима су сабирна, а сочива дебља на крајевима него на средини су расипна.

Ово важи под условом да се она налазе у средини чији је индекс преламања мањи од индекса преламања материјала од којег су сочива направљена (стакло или посебна врста пластике). Сабирна и расипна сочива шематски можемо представити као на слици 17.



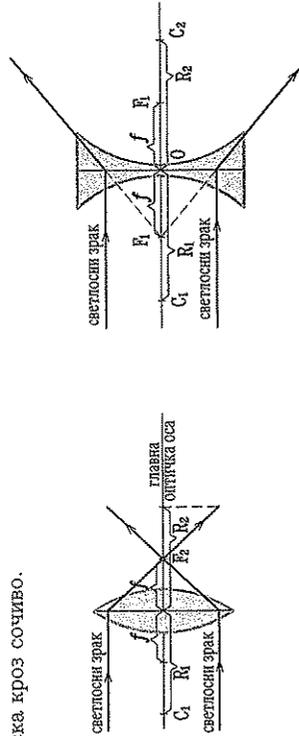
а) сабирна сочива

б) расипна сочива

Слика 17

При проласку светлости кроз сочиво долази до преламања на обе површи. Уколико је дебљина сочива много мања од полупречника кривина његових површи, за такво сочиво кажемо да је танко. Уколико овај услов није испуњен, ради се о дебелом сочиву. Код танких сочива може се приближно сматрати (с обзиром на малу дебљину) да се преламање врши само на равни која пролази кроз центар сочива.

На слици 18 су приказани основни елементи сочива (карактеристичне тачке, растојања и правци који се користе при конструкцији ликова). Дати су и светлосни зраци паралелни тзв. главној оптичкој осипи и њихови правци после проласка кроз сочиво.



Слика 18

О – центар сочива;

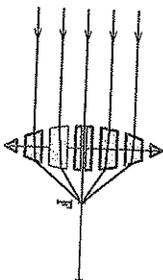
$F_1, F_2$  – жижге – тачке у којима се светлосни зраци паралелни главној оптичкој осипи секу после проласка кроз сочиво;

$C_1, C_2$  – центри кривина сферних површи;

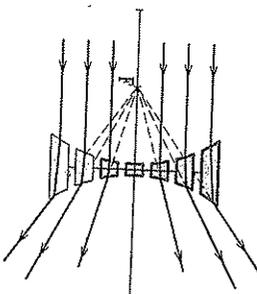
$OF_1 = OF_2 = f$  – жижна даљина – узима се са знаком „+“ код сабирних сочива, а са знаком „-“ код расипних;

$OC_1 = R_1$  и  $OC_2 = R_2$  - полупречници кривина сочива - узимају се са знаком „+“ за испупчене а са знаком „-“ за издубљене сферне површи.

Сабирна сочива можемо представити као низ призми чији је шири крај окренут ка центру сочива, сл. 19. Расина сочива представљамо низом призми чији је шири крај окренут крајевима сочива, сл. 20.



Слика 19



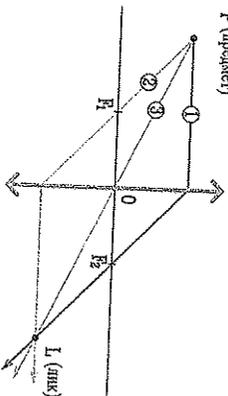
Слика 20

### • Правила за конструкцију ликова код сочива

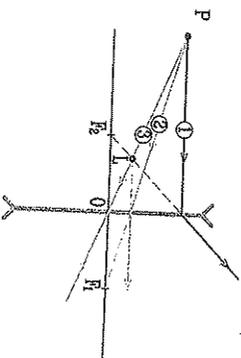
При конструкцији ликова код сабирних сочива могуће је користити три карактеристична зрака, сл. 21.

- ① Зрак паралелан главној оптичкој оси после преламања пролази кроз жижку  $F_2$ .
- ② Зрак који пролази кроз жижку  $F_1$  после преламања је паралелан главној оптичкој оси.
- ③ Зрак који пролази кроз центар сочива, не прелама се.

У пресеку преломљених зрака добија се лик  $L$  предмета  $P$  (цртеж)



Слика 21



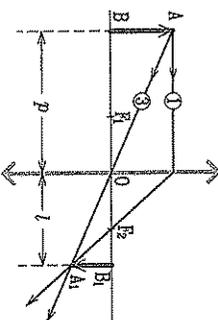
Слика 22

Код расинних сочива правила за конструкцију ликова су суштински иста, само што се гада користимо замишљеним продужецима зрака, сл. 22.

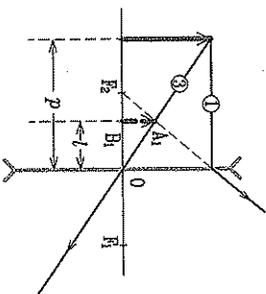
- ① Зрак паралелан главној оптичкој оси прелама се тако да његов замишљени продужетак пролази кроз жижку  $F_2$ .

- ② Зрак усмерен ка жижки  $F_1$  после преламања поставља паралелно главној оптичкој оси.
  - ③ Зрак који пролази кроз центар сочива, не прелама се.
- У пресеку замишљених продужека преломљених зрака добија се лик  $L$  предмета  $P$ .

За добијање лика гачкастих предмета довољна су два од три зрака. Уколико тражимо лик предмета коначних димензија, конструишемо ликове крајњих (карактеристичних) гачака тог предмета, слика 23а и б.



а)



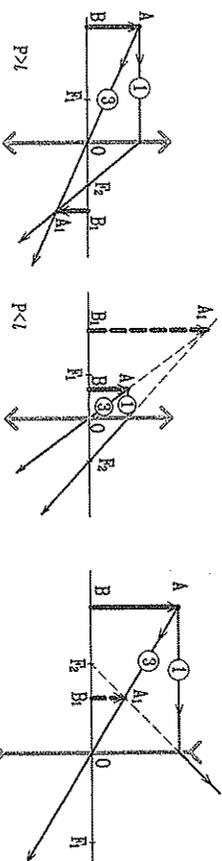
б)

Слика 23

Удаљености лика и предмета од центра сочива означене су, редом, са  $l$  и  $p$ . Ликови које дају сочива могу бити реални и имагинарни.

Реални ликови се добијају у пресеку карактеристичних зрака и налазе се са друге стране сочива у односу на предмет. Њихову удаљеност од центра сочива узимамо са знаком плус.

Имагинарни ликови се добијају у пресеку замишљених продужека преломљених зрака а налазе се са исте стране сочива као и предмет. Њихова удаљеност од центра сочива узима се са знаком минус.



а)

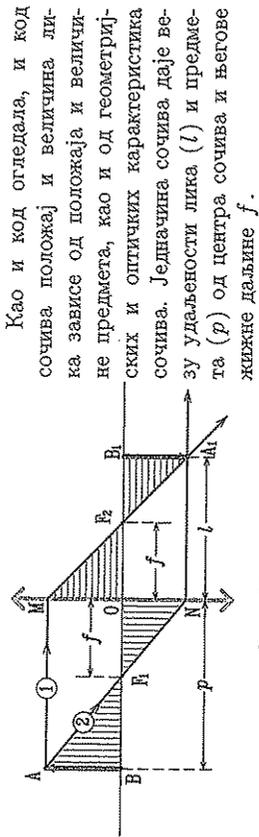
б)

Слика 24

Сабирна сочива дају реалне или имагинарне ликове у зависности од удаљености предмета од центра сочива, сл. 24а, б.

Расина сочива дају увек имагинарне ликове, сл. 24в.

▣ Једначина сочива; увећање сочива



Слика 25

Из сличности троуглова  $ABF_1$  и  $NOF_1$ , као и троуглова  $A_1B_1F_2$  и  $MOF_2$  (сл. 25) следи:

$$\frac{AB}{ON} = \frac{BF_1}{OF_1} = \frac{p-f}{f} \quad \text{и} \quad \frac{MO}{A_1B_1} = \frac{OF_2}{F_2B_1} = \frac{f}{l-f}$$

Како је  $AB = MO$  и  $ON = A_1B_1$ , следи да је

$$\frac{p-f}{f} = \frac{f}{l-f}, \quad \text{тј.} \quad pl - pf - fl + f^2 = f^2.$$

Сређивањем и деобом са  $lpf$  добија се

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f},$$

што представља једначину сочива.

Једначина важи и за расипна сочива, само што се жижна даљина и удаљењост lika узимају са знаком минус,

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{l} = -\frac{1}{f}.$$

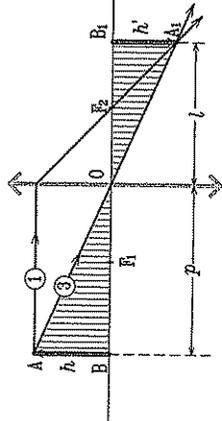
Линеарно увећање сочива  $U$  једнако је (као и код огледала) количнику величине lika  $h'$  и величине предмета  $h$ ,

$$U = \frac{h'}{h}.$$

Линеарно увећање се може одредити и помоћу удаљењости lika и предмета

од центра сочива, сл. 26. Троуглови  $A_1B_1O$  и  $ABO$  су слични, па је  $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1O}{BO}$ . Како је  $A_1B_1 = h'$  и  $AB = h$ , следи да је

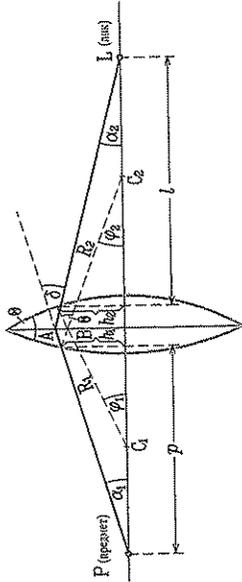
$$U = \frac{h'}{h} = \frac{l}{p}.$$



Слика 26

• Оптичарска једначина

При изради сочива потребно је унапред знати шта утиче на вредност његове жижне даљине. Релативно једноставно геометријско расуђивање показује да жижна даљина сочива зависи од полупречника кривина  $R_1$  и  $R_2$  његових сферних површи, од индекса преламања  $n$  материјала од којег је сочиво направљено и од средине у којој се сочиво налази.



Слика 27

За танка сочива ова зависност се може одредити на основу сличности са танком призмом. На слици 27 је узета апроксимација да се преламање кроз танко сочиво врши само на равни која пролази кроз центар сочива. Из троуглова  $PAL$  и  $C_1BC_2$  следи  $\delta = \alpha_1 + \alpha_2$  и  $\theta = \varphi_1 + \varphi_2$  (полупречници кривина  $R_1$  и  $R_2$  су нормални на сферне површи танког сочива, тј. на бочне стране призме). За мале углове  $\alpha_1, \alpha_2, \varphi_1, \varphi_2$  важи

$$\alpha_1 \approx \text{tg } \alpha_1 = \frac{h_1}{p}; \quad \alpha_2 \approx \text{tg } \alpha_2 = \frac{h_2}{l}; \quad \varphi_1 \approx \sin \varphi_1 = \frac{h_1}{R_1}; \quad \varphi_2 \approx \sin \varphi_2 = \frac{h_2}{R_2}.$$

Заменом у једначину за скретни угао танке призме  $\delta = (n-1)\theta$  добијамо

$$\alpha_1 + \alpha_2 = (n-1)(\varphi_1 + \varphi_2),$$

$$\frac{h_1}{p} + \frac{h_2}{l} = (n-1) \left( \frac{h_1}{R_1} + \frac{h_2}{R_2} \right).$$

Код танких сочива можемо сматрати да је  $h_1 \approx h_2$ , па следи

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

тј.

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Ово је тзв. оптичарска једначина (назива се и главна једначина) за сочиво.  $R_1$  и  $R_2$  су полупречници кривина сферних површи (узимају се са знаком плус

за конвексне површи, а са знаком минус за конкавне),  $n$  је релативни индекс преламања сочива у односу на средину у којој се налази,

$$n = \frac{n_{\text{сочива}}}{n_{\text{средине}}}$$

### • Оптичка моћ (јачина) сочива

Оптичка јачина сочива се дефинише као величина једнака реципрочној вредности жижне даљине,

$$D = \frac{1}{f}$$

Изражава се у диоптријама. Једна диоптрија једнака је  $1 \text{ m}^{-1}$ . Другим речима, сочиво од једне диоптрије има жижну даљину  $1 \text{ m}$ . Сочива већих диоптрија имају мање жижне даљине.

### • Системи сочива

Као што ћемо видети, сочива уграђена у оптичке инструменте могу имати низ недостатака (аберација). Ублажавање тих недостатака постиже се коришћењем система два или више сочива. При томе се води рачуна да сочива имају заједничку главну оптичку осу, тј. да буду центрирана.

Одређивање жижне даљине система сочива може да буде сложен задатак. Када је у питању систем од два танка центрирана сочива жижних даљина  $f_1$  и  $f_2$ , која су на растојању  $d$ , жижна даљина система може се релативно лако изразити као

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

Оптичка моћ овог система је

$$D = D_1 + D_2 - dD_1 D_2$$

Специјално, ако су сочива приљубљена ( $d = 0$ ), биће

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad D = D_1 + D_2$$

### ■ Аберације (недостаци) сочива

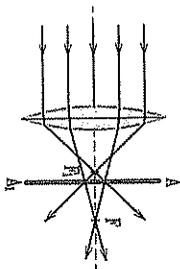
Одступање изгледа стварног lika којег даје сочиво од предвиђеног на основу закона геометријске оптике, назива се аберација.

Аберација није последица погрешне конструкције (несавршености при изради) сочива, већ је последица закона преламања светлости на сферним површинама. Наиме, при извођењу релација (једначина) које повезују удаљеност lika и предмета са жижном даљином сочива и полупречницима кривина, коришћене су разне апроксимације – сочиво је сматрано танким, неки углови су сматрани малим, па је узимано, на пример, да је за такве углове  $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$  итд. Такође, закемарена су и таласна својства светлости. Све то утиче да се очекивани (идеални) и стварни лик разликују.

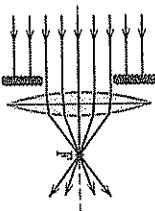
Постоји више врста аберација. Овде ћемо укратко описати сферну и хроматичну аберацију.

#### • Сферна аберација

Сферна аберација је приказана на слици 28. Светлосни зраци који су даље од оптичке осе, после проласка кроз сочиво, не секу се у жижки  $F$ , већ у тачки  $F_1$  ближе сочиву. Не постоји јединствена жижка, па добијени ликови нису оштри.



Слика 28

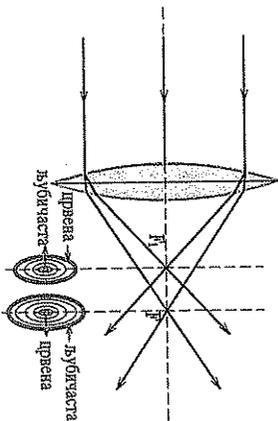


Слика 29

Сферна аберација може да се ублажи (никад не може да буде потпуно острањена) постављањем кружике дијафрагме испред сочива (сл. 29), тако да само централни део пропушта светлост. Комбинација сабирног и расипног сочива такође своди сферну аберацију на минимум.

#### • Хроматична аберација

Хроматична аберација настаје када кроз сочиво пропуштамо белу (полихроматску) светлост. Компоненте различитих таласних дужина ће различито скретаги при проласку кроз сочиво (индекс преламања зависи од фреквенције светлости). Слика 30 приказује жижке граничних компоненти беле светлости. Између  $F_1$  и  $F$  формира се низ жижка за разне боје.



Слика 30

За отклањање ове аберације користи се „хроматични дублет“ сочива, којег чине сабирно сочиво од крон-стакла (бор-силицијатно, има мању дисперзију) и

расипно сочиво од флинт-стакла (олово-силикатно, има велику дисперзију). Ова сочива су направљена тако да се њихове хроматичне аберације компензују.

### Питања

1. Које површи називамо огледалским?
2. Какве ликове даје равно огледало?
3. Када конкавна сферна огледала дају имагинарне ликове?
4. Које ликове људско око види директно, а које само на закљону?
5. Шта представља жижка код огледала?
6. Како су повезани жижка, даљина и полупречник кривине код огледала?
7. Који карактеристични зраци могу да се користе при конструкцији ликова код конкавних сферних огледала?
8. Које величине повезује једначина огледала? Напиши једначину и објасни предзнак величина.
9. Које вредности може да има увећање огледала?
10. Да ли планаралелна плоча мења упадни правац светлосног снопа који пролази кроз њу?
11. Када је скретни угао светлости, при проласку кроз призму, минималан?
12. Која се сочива, и када, понашају као сабирна?
13. Која сочива називамо танким?
14. Који карактеристични зраци могу да се користе при конструкцији ликова код огледала?
15. Да ли се код сочива предмет и његов имагинарни лик налазе са исте стране сочива или са различитих страна?
16. Какав је међусобни положај предмета и лика (у односу на сочиво) код расипних сочива?
17. Напиши оптичку једначину сочива и објасни величине које фигуришу у њој.
18. Шта је оптичка јачина сочива и у којим јединицама се она изражава?
19. Како се мења оптичка јачина сочива када се оно премести из ваздуха у воду?
20. Услед чега долази до аберације сочива?
21. Како се ублажава (отклања) сферна, а како хроматична аберација?

## 10. ФОТОМЕТРИЈА

### ■ Енергија светлости

Светлосним таласом преноси се енергија. При проласку светлости кроз неку средњу светлосна енергија прелази у друге облике енергије (електричну, унутрашњу, ...), што омогућава њено мерење. При овим процесима важи закон одржања енергије, па је могуће мерењем трансформисане енергије установити оптичка својства средине.

Нека светлосни талас пада на границу вакуума и неке прозрочне средине. При наласку на граничну површ један део светлости се одбија, док други део улази у средину. Светлост која је ушла у средину, при проласку кроз њу, бива делимично апсорбована, а преостали део излази из средине. Применом закона одржања енергије добија се

$$W = W_{od} + W_{sp} + W_{pr},$$

где су:

$W$  – енергија светлости која пада на граничну површ,

$W_{od}$  – енергија таласа рефлектованог од граничне површи,

$W_{sp}$  – енергија светлости апсорбоване у средини (трансформисане у неки други облик)

$W_{pr}$  – енергија таласа која је изашла у вакуум.

Однос ових енергија зависи од услова под којима долази до интеракције и од средине са којом светлост интерагује.

### 10.1. Објективне фотометријске величине

Фотометрија је област оптике у којој се изучавају квантитативне особине светлосних појава и одговарајуће методе мерења.

Електромагнетни талас који човек региструје оком изазива осећај светлости. Овај осећај је један психолошки процес. Он при томе зависи од фреквенције (таласне дужине) светлости. Како је осећај који светлост изазива субјективна, у фотометрији се дефинишу објективне (енергетске) и субјективне (визуелне) фотометријске величине.

### • Светлосни флукс ( $\Phi$ )

Светлосни флукс се дефинише као енергија коју извор емитује у околни простор у јединици времена,

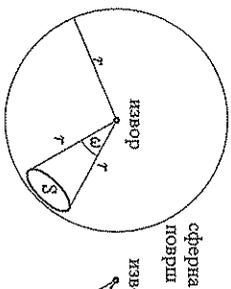
$$\Phi = \frac{W}{t},$$

и представља снагу светлосног извора. Мерна јединица светлосног флукса је  $\text{ват}$  ( $W$ ).

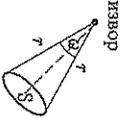
### • Јачина светлости ( $I$ )

Извори који емитују светлост равномерно у свим правцима називају се тачкастим светлосним изворима (такви су, на пример, Сунце и друге звезде). Извори које најчешће користимо (електричне сијалице, свеће, ...) не могу се сматрати тачкастим јер не емитују светлост равномерно у свим правцима.

За дефинисање јачине светлости потребно је увести појам просторног угла.



Слика 1



Слика 2

Нека се тачкасти извор налази у центру сфере полупречника  $r$  (сл. 1). Посматрајмо неки део површине ( $S$ ) на сфери из центра, видеће се под просторним углом  $\omega$ . Овај угао одређен је зрацима који полазе из центра сфере и пролазе кроз линију која описује површину  $S$  (зраци образују конус са темном у тачки у којој се налази извор светлости).

Мера просторног угла (или, једноставније, просторни угао) одређена је формулом

$$\omega = \frac{S}{r^2}$$

и изражава се у стереадијанима ( $\text{sr}$ ).

Вредност пуног просторног угла је  $4\pi \text{sr}$  (јер на основу формуле за површину сфере следи  $\omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$ ).

Ако тачкасти извор светлости израчи светлосни флукс  $\Phi$  кроз просторни угао  $\omega$ , онда је **јачина светлости** тог извора

$$I = \frac{\Phi}{\omega}.$$

Дакле, јачина светлости представља светлосни флукс који извор израчи кроз јединични просторни угао. Јачина светлости има јединицу  $\text{ват по стереадијану}$  ( $W/\text{sr}$ ).

### • Осветљеност ( $E$ )

Ако на површину  $S$  нормално пада светлосни флукс  $\Phi$  (сл. 2), онда је **осветљеност површи**

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

Јединица за осветљеност је  $\text{ват по квадратном метру}$  ( $W/\text{m}^2$ ).

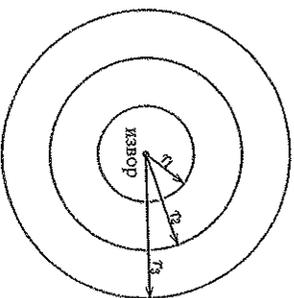
Осветљеност површи коју осветљава тачкасти извор зависи од јачине светлосног извора и од удаљености површи од извора. На слици 3 су приказане три концентричне сфере у чијем центру је смештен тачкасти извор јачине  $I$ . Из дефиниције осветљености може се написати да су осветљености сфера, редом:

$$E_1 = \frac{\Phi_0}{4\pi r_1^2}, \quad E_2 = \frac{\Phi_0}{4\pi r_2^2}, \quad E_3 = \frac{\Phi_0}{4\pi r_3^2},$$

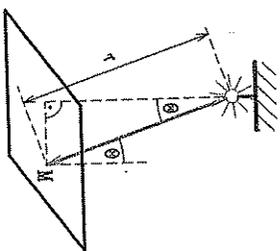
где је  $\Phi_0$  укупан флукс светлосног извора који износи  $\Phi_0 = I \cdot 4\pi$ . Значи, у случају када је осветљена површ нормална на светлосне зраке, за осветљеност  $E_0$  се добија

$$E_0 = \frac{I}{r^2}.$$

Види се да осветљеност у том случају онада са квадратом растојања површи од извора.



Слика 3



Слика 4

Ако зраци не падају нормално на површ, њена осветљеност ће бити мања, што значи да осветљеност зависи и од угла под којим светлосни зраци падају на површ. Наиме, важи Ламбертов закон (Lambert)

$$E = E_0 \cos \varphi.$$

На слици 4 је приказан светлосни извор (сијалица) и површ коју извор осветљава. Осветљеност тачке  $M$  на површи је

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \varphi.$$

#### • Блесак ( $B$ )

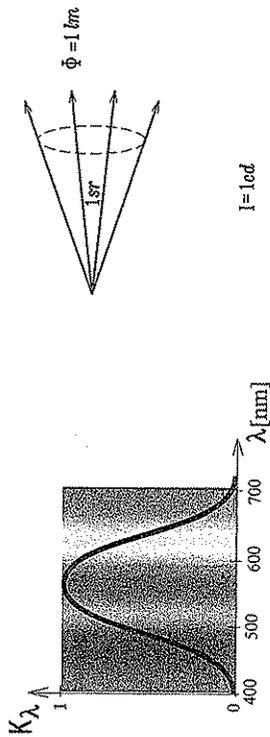
За случај светлосних извора који нису тачкасти уводи се величина

$$B = \frac{I}{S},$$

где је  $I$  јачина зрачења које долази у правцу нормале његове површине  $S$ . Ова величина зове се блесак, а јединица кој је ваг по стерадијану и квадратном метру ( $W/sg\ m^2$ ).

## 10.2. Субјективне фотометријске величине

Из широког спектра електромагнетних таласа човечије око може да региструје само један уски део (видљива светлост). При томе, око није подједнако осетљиво на светлост свих таласних дужина. Оно је најосетљивије на жутозелену област светлости таласне дужине 555 nm, док удаљавањем од ове области ка црвеном или љубичастом делу спектра осетљивост нагло опада. На слици 5 је приказана релативна осетљивост ока  $K_\lambda$  за разне таласне дужине, узимајући осетљивост при  $\lambda = 555\text{ nm}$  за јединичну. Приказана крива назива се **крива осетљивости**.



Слика 5

Слика 6

Инструменти којима се одређују величине које карактеришу светлост полавају се према релативној осетљивости ока и на тај начин се постиже сагласност резултата објективних и субјективних мерења светлосних величина.

Основна јединица у међународном систему јединица (SI) за јачину светлости је кандела (cd).

Кандела је светлосна јачина извора који емитује светлост таласне дужине 555 nm и којем је снага по јединичном просторном углу  $1/683\text{ W}$ .

Обична свећа има јачину око једне канделе.

Из дефиниције јачине светлосног извора долази се до визуелне јединице за светлосни флуks ( $\Phi = I \cdot \omega$ ) која се зове лумен (lm). Ако је извор јачине  $1\text{ cd}$ , онда његов флуks кроз просторни угао од  $1\text{ sr}$  има вредност  $1\text{ lm}$  (сл. 6).

Визуелна јединица за осветљеност је лукс (lx). Користећи формулу за осветљеност добија се да је

$$1\text{ lx} = \frac{1\text{ cd} \cdot 1\text{ sr}}{1\text{ m}^2}.$$

Ако тачкасти извор јачине  $1\text{ cd}$  кроз просторни угао од  $1\text{ sr}$  осветљава површину од  $1\text{ m}^2$ , онда је осветљеност те површине  $1\text{ lx}$ .

Визуелна јединица блеска је нит (nt). Из релације  $B = I/S$  следи да је

$$1\text{ nt} = \frac{1\text{ cd}}{1\text{ m}^2}.$$

Фотометри су уређаји за мерење фотометријских величина. Они који директно мере осветљеност зову се луксметри и представљају објективне фотометре.

Уређаји за мерење визуелне јачине светлости зову се субјективни фотометри. Мерење се врши тако што постоји извор познате јачине  $I_1$ , а пореди се осветљеност површи познатим и непознатим извором. За случај када су осветљености једнаке добија се за јачину  $I$  непознатог извора

$$I = I_1 \frac{r^2}{r_1^2},$$

где је  $r_1$  удаљеност површи од познатог извора, а  $r$  удаљеност од непознатог извора. Дакле, у овом случају се мерење јачине светлости своди на мерење удаљености од познатог и непознатог извора.

### Питања

1. Шта је тачкасти извор светлости?
2. Како се дефинише светлосни флуks?
3. Како се дефинише јачина светлости извора?

4. Тачнасти извор осветљава површ (нормалну на светлосне зраке). Ако се извор удаљи од површи на двоструко растојање, како ће се променити осветљеност површи?
5. Како гласи Ламбертов закон?
6. Шта приказује крива осветљености?
7. Које врсте фотометра постоје?

## 11. ОПТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ

Већ је речено (видети главу 9 — Геометријска оптика) да оптички инструменти имају сврху да обезбеде боље виђење предмета или детаља на њима. Састоје се из оптичких елемената (огледала, сочива, призми и др) и њихових комбинација. Конструкција им се заснива на принципима геометријске оптике.

Помоћу оптичких инструмената се могу добити ликови предмета на закљону (реални ликови), или се директно посматрати оком (ималнарни ликови). Увећавањем ликова или њиховим приближавањем посматрачу, стичу се бољи услови за уочавање детаља.

Да би се прецизно објаснила својства ових инструмената нису довољни само закони геометријске оптике. За објашњење сјаја и осветљености ликова морају се узети у обзир фотометријски односи. Такође, граница применљивости претпо-ставке о правoliniјском простирању светлости може се одредити само на основу интерференције и дифракције. Ипак,

показна теорија о конструкцији оптичких инструмената и њиховој примени може да се базира само на законима геометријске оптике.

Сходно томе, занемарују се аберације (недостаци) сочива, интерференција, дифракција и дисперзија (карактеристична таласна својства). Приликом конструкције ликова, системи сочива третирају се као једно, идеално сочиво. Последица ових занемаривања је ограничена могућност примене оптичких инструмената, без обзира на њихову савршену конструкцију.

У оптичке инструменте спадају: лупа, микроскоп, телескоп (дурбин), фотографски апарат, пројекциони апарат, спектроскоп итд.

Основно својство сваког оптичког инструмента је његово увећање (угаоно увећање)  $U$ ,

$$U = \frac{tg \theta}{tg \varphi}$$

Овде је:

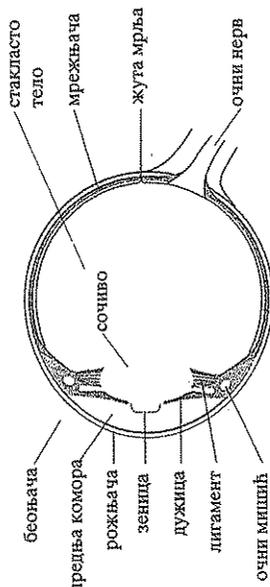
$\theta$  — видни угао предмета који се посматра кроз оптички инструмент (тј. угао под којим се види лик предмета)

$\varphi$  — угао под којим се види предмет непосредно, без оптичког инструмента.

Нени од набројаних инструмената биће описани и шематски представљени у даљем разматрању. Обзиром да је сврха оптичких инструмената да помогну оку да боље види, описаћемо најпре оптички систем ока.

### ■ Око

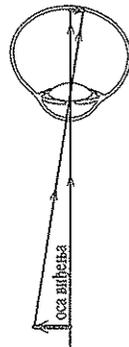
Око као оптички систем приказано је на слици 1.



Слика 1

Око има приближно облик сфере пречника око 2,5 cm. Споља је прекривено заштитном опном која се назива **бољача** (и беле је боје). На предњем делу ока бољача прелази у исплучену и провидну **роњачу**. Иза роњаче је **предња комора** ока испуњена **очном течношћу**, **дужица** и **очно сочиво**. **Дужица**, обојени део ока (плаво, зелено, смеђе, ...), у средини има кружни отвор који се назива **зеница**, и чији пречник може да се рефлексно мења, у зависности од интензитета упадне светлости (мења се приближно од 2 mm до 8 mm). Очно сочиво је грађено од влакнастог пихтијастог ткива и држи се помоћу тетива (**очни мишићи**). Помоћу очног мишића може, у извесној мери, да се мења закривљеност површине сочива, а самим тим и његова жижна даљина.

Област иза сочива испуњена је прозирном пихтијастом масом која се назива **стакласто тело**. Велики део ока (очног дна) прекривен је слојем нервених влакана – **мрежњачом**. На мрежњачи се налази велики број **чепића** и **штацића**, чија је концентрација нарочито велика на делу који називамо **жута мрља**. Помоћу чепића и штацића, светлосни наддражај се претвара у нервни и преко **очног нерва** преноси до мозга где се ствара осећај **вид**.



Слика 2

Око јасно види ако се лик формира на **жutoј мрљи**, сл. 2. Лик је **реалан**, **умањен** и **обрнут**. Исправљање се врши у мозгу.

Обзором да је растојање лика од очног сочива константно, поставља се питање како је могуће јасно видети предмете који се налазе на различитим растојањима од ока. Ако се мења удаљеност предмета од ока, требало би да се мења и удаљеност лика (тада не би падао на **жуту мрљу**).

Формирање лика на **жutoј мрљи**, без обзира на удаљеност предмета, могуће је захваљујући **акомодацији ока**. То је способност очног сочива да мења жижну даљину затезањем и опуштањем очног мишића.

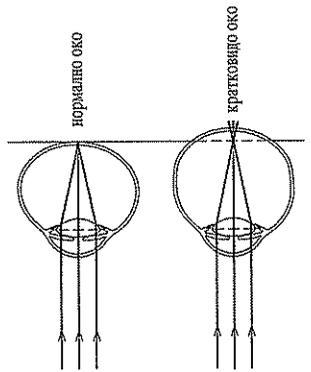
Нормално око може да се акомодира, тј. прилагоди посматрању предмета који се налазе на врло великим растојањима (практично у бесконачности – даља

тачка акомодације), па до растојања од 25 cm (ближа тачка акомодације). На мањим растојањима од 25 cm око види нејасније.

Око види најјасније (најоптрије) ако је предмет удаљен око 25 cm. Тада се уочава највећи број детаља на посматраном објекту. Ово растојање се назива **даљина јасног вида**.

### • Кратковидост и далековидост

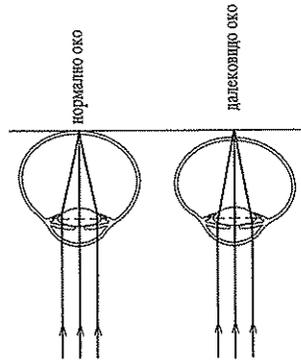
**Кратковидо око** нејасно види удаљене предмете а јасно предмете на растојању мањем од 25 cm. **Кратковидост** је последица издужености **јабучице**, услед чега се зраци који долазе од удаљених предмета секу испред **жуте мрље**, сл. 3. Отклања се помоћу одговарајућег **расишног сочива**, сл. 4.



Слика 3

Слика 4

**Далековидо око** нејасно види блиске предмете. **Далековидост** је последица спљоштености **очне јабучице**, услед чега се зраци који долазе од удаљених предмета секу **iza жуте мрље**, сл. 5. Предмет мора да се удаљи од очију да би се јасно видео („**кратке руке**“). Отклања се помоћу одговарајућих **сабирних сочива**, сл. 6.



Слика 5

Слика 6

■ **Лупа**

Лупа је најпростији оптички инструмент. То је сабирно сочиво мале жижке дужине. Користи се за посматрање малих предмета и детаља на њиховој површини.

Увећање лупе је ограничено због аберација. Креће се од 2 до 5 пута, али се ублажавањем аберација може постићи увећање до 20 пута. Лупа се користи тако што се предмет који посматрамо постави између жишке  $F$  и центра сочива (лупе). Око се налази непосредно уз лупу, са друге стране, сл. 7а. Имагинарни лик се налази на даљини јасног вида ( $l = s = 25 \text{ cm}$ ). Види се под углом  $\theta$ , при чему је

$$\text{tg } \theta = \frac{A_1 B_1}{l} = \frac{h'}{s}.$$

Исти тај предмет на даљини јасног вида, посматран непосредно, види се под углом  $\varphi$  (сл. 7б) чији је тангенс

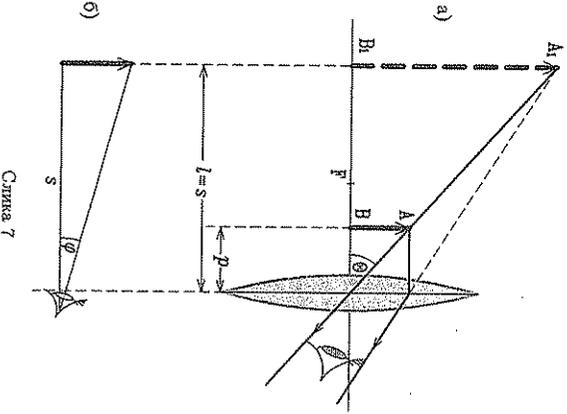
$$\text{tg } \varphi = \frac{AB}{s} = \frac{h}{s}.$$

Како је увећање оптичког инструмента (угаоно увећање) одређено релацијом  $U = \frac{\text{tg } \theta}{\text{tg } \varphi}$ , за лупу добијамо да је

$$U = \frac{h'/s}{h/s} = \frac{h'}{h},$$

односно  $U = \frac{l}{p}$  (видети увећање сочива, поглавље 9.3). Ако из једначине сочива  $-\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  изразимо  $p = \frac{fl}{l+f}$ , заменим у последњи израз за  $U$  и смењом  $l \approx s$  добијамо да је

$$U = \frac{s}{f} + 1.$$



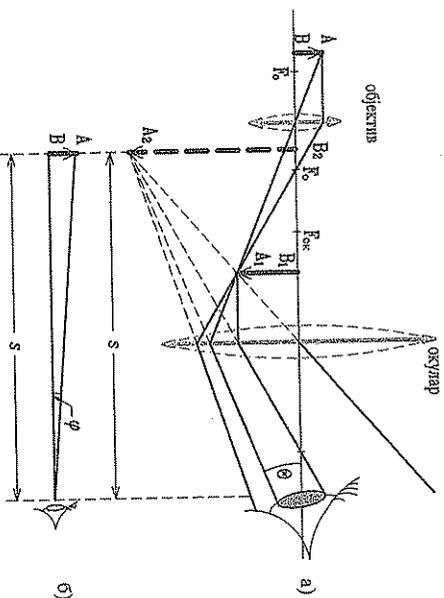
Слика 7

■ **Микроскоп**

Микроскоп се користи за посматрање веома ситних предмета и детаља на њима. Помоћу њега може да се постигне увећање и до 1000 пута. То је сложени оптички инструмент чији су основни делови два система сочива, систем

сочива ближи оку назива се **окулар** а систем сочива ближи објекту (предмету) — **објектив**. (Користе се системи сочива да би се ублажиле аберације и тако добили оштри ликови предмета.)

Ова два система сочива су центрирана. Жижна даљина објектива је реда величине милиметра, а окулара неколико центиметара. На слици 8а је приказан начин добијања лика помоћу микроскопа.



Слика 8

Предмет  $AB$  се поставља испред објектива на растојању мало већем од жижне даљине. Реалан лик  $A_1 B_1$  је обрнут и вишеструко увећан. Налази се између окулара и његове жиже. Представља предмет за окулар (окулар сад има улогу лупе) па је лик  $A_2 B_2$  коначни лик који добијамо помоћу микроскопа.

Коначни лик је имагинаран, обрнут у односу на предмет, веома увећан и налази се на растојању једнаком даљини јасног вида ( $s = 25 \text{ cm}$ ).

На основу слике 8 и израза за увећање оптичких инструмената, за увећање микроскопа се добија

$$U = \frac{\text{tg } \theta}{\text{tg } \varphi} = \frac{A_2 B_2 / s}{AB / s} = \frac{A_2 B_2}{AB},$$

$$U = \frac{h''}{h}.$$

тј.

Укупно увећање једнако је количнику величине коначног лика и величине предмета.

Укупно увећање је резултат увећања и објектива и окулара. Показује се (извођење овде нећемо наводити) да је

$$U = U_{ob} \cdot U_{ok} \quad \text{односно} \quad U = \frac{ds}{f_{ob} \cdot f_{ok}},$$

где је:

$d$  – растојање жижа објектива и окулара (у grubљим прорачунима растојање објектива и окулара, тј. дужина цеви микроскопа);

$f_{ob}, f_{ok}$  – жижне даљине објектива и окулара;

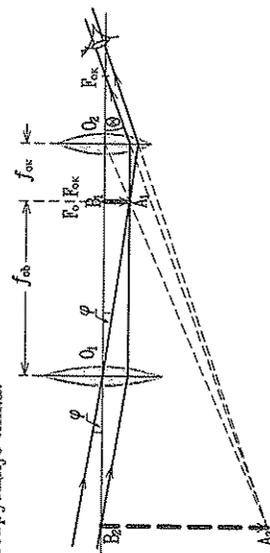
$s$  – даљина јасног вида.

### ■ Телескопи

Телескопи су оптички инструменти који се користе при посматрању веома удаљених објеката. Основни делови телескопа су **окулар** и **објектив**. У зависности од тога који оптички елементи улазе у састав објектива, делимо их на:

- рефракторске – објектив је састављен од система сочива;
- рефлекторске – објектив чини(е) огледало(а).
- Рефракторски телескопи

Системи сочива који чине објектив и окулар понашају се као сабирна сочива. Жижна даљина објектива знатно је већа од жижне даљине окулара. Растојање између њих једнако је збиру њихових жижних даљина, тако да се друга жижа објектива  $F_{ob,2}$  поклапа са првом жижом окулара  $F_{ok,1}$ , сл. 9. На истој слици је дат и начин конструкције слика.



Слика 9

Пошто је објекат који се посматра на великом растојању, лик који даје објектив практично је у његовој другој жижи, а самим тим и у првој жижи окулара. Светлосни зраци који се прелазу даље кроз окулар скоро су паралелни, и у њиховом продужетку формира се

ковачни лик, који је имагинаран и обрнут у односу на предмет.

Увећање телескопа дефинисано је изразом

$$U = \frac{\text{tg } \theta}{\text{tg } \varphi}.$$

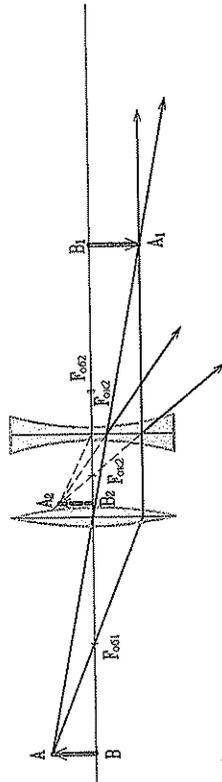
Угао  $\theta$  под којим око види коначни лик приближно је једнак углу  $\theta_1$  троугла  $O_2B_1A_1$ , тако да је  $\text{tg } \theta = \frac{A_1B_1}{f_{ok}}$ .

Угао под којим се види објекат без телескопа практично је једнак углу  $\varphi$  под којим светлосни зраци падају на објектив (због велике удаљености растојање објекта од ока једнако је његовом растојању од објектива). Из троугла  $O_1A_1B_1$  (унакрсни углови) следи да је  $\text{tg } \varphi = \frac{A_1B_1}{f_{ob}}$ . Заменом у израз за увећање добијамо да је

$$U = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}.$$

Увећање телескопа једнако је количнику жижних даљина објектива и окулара.

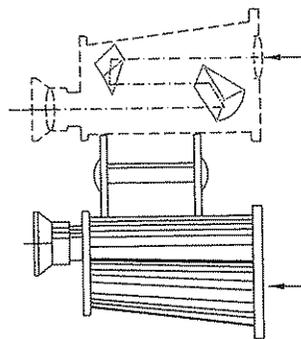
Добијени лик није већи од објекта, али се кроз телескоп види под већим углом, што ствара утисак да је ближе оку, па се боље разазнају детаљи на његовој површини. Ако је, на пример, увећање телескопа 100, димензије слика нису 100 пута веће од димензија објекта који посматрамо, већ нам се чини да је он 100 пута ближи.



Слика 10

Обрнути лик није сметња (недостатак) при астрономским посматрањима, али је за посматрање објеката на Земљи пожељно формирање усправног слика. То се постиже ако се за окулар узме расишно сочиво као код Галилејевог дурбина, сл. 10, или постављањем две призме тина  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  под углом од  $90^\circ$  као код двогледа, сл. 11.

Галилејев дурбин се користи када је потребно мало увећање (тзв. позоришни дурбин).



Слика 11

Двоглед (два дурбина, по један за свако око) омогућава просторно (стереоскопско) виђење објекта. Може да има значајно увећање, а захваљујући сигурном прилици за исправљање лика има малу дужину, што га чини практичним за употребу (нпр. војни двогледаи).

### • Рефлекторски телескопи

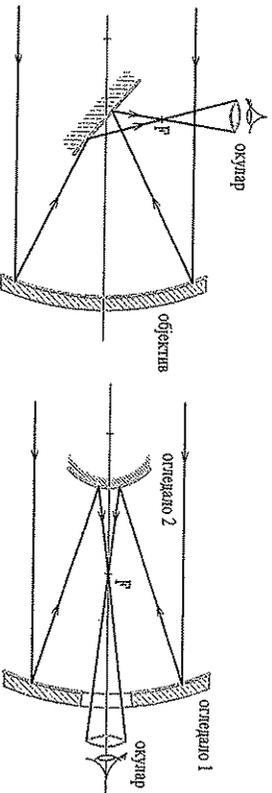
Код телескопа овог типа као објектив се користи конкавно огледало (сферно или параболично). Наменен је за посматрање небеских тела која уз то често имају мали сјај. Због тога је потребно да димензије објектива буду што веће. Тиме се постиже велико увећање и „скулавање“ веће количине светлости коју емитује (или рефлектује) посматрано тело. Већа количина светлости у огледалу и даље у објективу, даје квалитетније информације о изгледу објекта.

Увећање оваквог телескопа може се изразити односом пречника објектива и окулар.

Предност огледала у односу на сочива је у следећем.

- Израда квалитетних сочива великих димензија налази на доста тешкоћа, док је израда великих огледала много једноставнија.
- Код објектива направљених од сочива (има их бар два ради уклањања аберација) обрађује се више површи, док огледалски објективи захтевају обраду само једне површи.

Принцип рада рефлекторских телескопа приказан је на примеру Њутновог (сл. 12) и Касегреновог (Cassegrain) телескопа (сл. 13).



Слика 12

Слика 13

У Њутновом телескопу (из 1668. године) равно огледало скреће светлост тако да се лик посматра са бочне стране телескопа. Лик се формира у тачки  $F$  у којој се поклапају жиже објектива и окулар.

У Касегреновом телескопу (из 1672. године) конвексно огледало 2 враћа светлосне зраке кроз отвор објектива (конкавно огледало) ка окулару. Касегренов телескоп у односу на Њутнов има много мању дужину. По узору на Касегренов конструисани су данашњи телескопи (Хаблов (Hubble) и Кеков (Keck)).

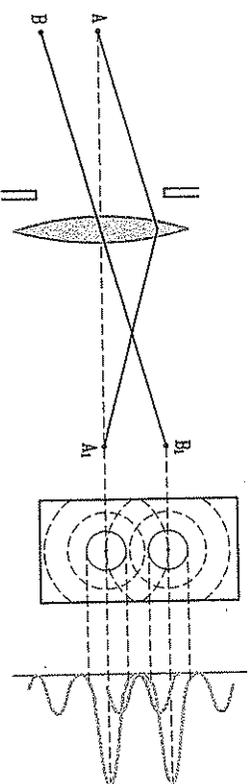
### ■ Граница применљивости оптичких инструмената

Увећања која дају оптички инструменти зависе од жижких даљина сочива која улазе у њихов састав (видети изразе за увећање лупе, микроскопа и телескопа). Погодним избором сочива (односно њихових жижких даљина) могу да се добију и већа увећања (или увећања угла под којим се виде њихови ликови), што не повећава обавезно и могућност уочавања све штрихних детаља на посматраном објекту.

Постојање границе, односно ограничења у могућности виђења све штрихних детаља на објекту, последица је таласних особина светлости и чинице да се закони геометријске оптике не могу у потпуности примењивати на светлосне снопове ограничених димензија (који, иначе, уласком у оптички инструмент, омогућавају формирање ликова објеката).

Ако у инструмент доспевају светлосни снопови већих пречника, више је изражена аберација сочива. Смањивањем пречника ових снопова (што се постиже постављањем кружних дифракција испред објектива) уклањају се аберације, али и даље остају интерференциони и дифракциони ефекти.

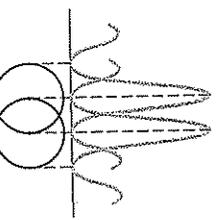
Услед дифракције, ликови тачака са предмета нису тачке већ кружићи, око којих се налазе светли и тамни прстенови, или прстенови у боји, што зависи од тога да ли се користи монохроматска или бела светлост. На слици 14 је дат приказ формирања ликовца за две тачке предмета, помоћу сабирног сочива.



Слика 14

Дифракционе слике (ликови) ових тачака међусобно се преклапају. Њихово интензивније преклапање доводи до тога да оптички инструмент „не види“ ове две тачке раздвојено, већ као једну.

Две тачке предмета видеће се као раздвојене у оптичком инструменту уколико се централни максимум дифракционе слике једне тачке поклапа са првим минимумом дифракционе слике друге тачке (видети у одељку о моћи разлагања дифракционе решетке, глава 7).



Слика 15

Са слике 15 је видно да је тада растојање између централних максимума једнако полупречнику светлих кругова. (Приметимо да при мањим растојањима централних максимума тачке не видимо раздвојено већ као једну.)

Могућност разликовања две блиске тачке предмета, посматрањем кроз неки оптички инструмент, одређује се његовом **границом разлагања**.

**Граница разлагања** ( $\Delta\varphi$ ) је најмање растојање између две тачке предмета (изражено у угаоној мери или јединицама дужине) при којем се њихови ликови у оптичком инструменту виде као раздвојени.

Ренипрочна вредност границе разлагања назива се **моћ разлагања** оптичког инструмента и означава са  $R$ .

Граница разлагања код телескопа (угаоно гранично разлагање) одређена је формулом

$$\Delta\varphi = \frac{1,22\lambda}{D},$$

где је  $\lambda$  таласна дужина светлости, а  $D$  је пречник објектива. Моћ разлагања телескопа

$$R = \frac{1}{\Delta\varphi} = \frac{D}{1,22\lambda}$$

сразмерна је пречнику његовог објектива.

Моћ разлагања микроскопа повезана је са најмањим димензијама предмета ( $d$ ) који још може да се види јасно кроз микроскоп (или са најмањим растојањем две тачке које микроскоп види раздвојено). Вредност  $d$  рачуна се помоћу услова

$$d \geq \frac{0,5\lambda}{n \sin \varphi},$$

где су:  $\lambda$  – таласна дужина светлости,  $n$  – индекс преламања средине која се налази између предмета и објектива микроскопа,  $\varphi$  – апертура, тј. угао између граничних зракова који полазе од предмета смештеног у жижи објектива, према крајевима објектива.

Како је моћ разлагања обрнуто сразмерна броју  $d$  ( $R \sim \frac{1}{d}$ ), следи да се она може увећати ако се користи светлост малих таласних дужина (нпр. љубичаста). Моћ разлагања микроскопа може да се повећа и уколико се између предмета и објектива микроскопа постави течност која има велики индекс преламања.

О ограничењима применљивости инструмената која проистичу из тзв. **квантних ефеката** учиће се у IV разреду.

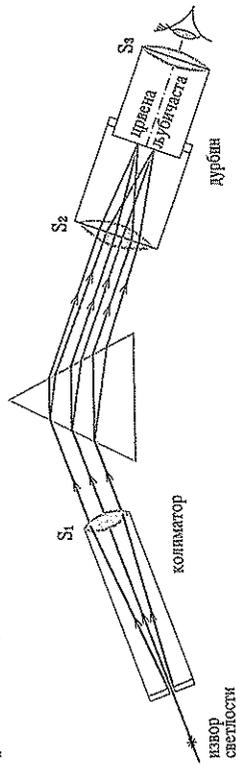
## ■ Спектрални апарати

За разлику од претходних оптичких инструмената помоћу којих су се добијали ликови предмета, спектрални апарати служе за анализу, односно испитивање спектралног састава светлости коју емитује неки извор.

У зависности од намене називају се:

- **спектроскопи** – служе за визуелно посматрање спектра;
- **спектрографи** – спектар се добија на фотоплочи (филму);
- **спектрометри** – помоћу њих се одређује (мери) таласна дужина појединачних компоненти у спектру.

Основни делови спектралног апарата су: **колиматорска цев**, **призма велике дисперзионе моћи** и **дурбин**. На слици 16 је дат шематски приказ једног спектралног апарата.



Слика 16

На једном крају колиматорске цеви налази се узана луковина (прорез), а на другом крају сабирно сочиво  $S_1$ . Сочиво је постављено тако да се луковина налази у његовој жижи. Светлост из извора кроз прорез доспева на сочиво  $S_1$  и, после преламања, паралелан сноп ове светлости пада на дисперзиону призму. Разложена светлост, после изласка из призме, усмерава се на објектив ( $S_2$ ) дурбина (телескопа). Положај окулар дурбина (уграђен је у нешто ужу цев у односу на цев објектива) у односу на објектив може да се подешава тако да се дисперзиона слика добије у његовој жижиној равни.

Дисперзиона слика је низ ликових луковине колиматора, које образују компоненте посматране светлости.

Дурбин може да садржи скалу помоћу које може да се одреди таласна дужина компоненти. Скала се избјадари (калибрише) према неком познатом спектру, па се онда користи за испитивање посматране светлости.

## Питања

1. Шта се сматра основном карактеристиком сваког оптичког инструмента?
2. Објасни акомодацију ока.
3. Шта је даљина јасног вида?
4. Које око има већу оптичку јачину – кратковидо или далековидо?
5. Да ли предмете у води јасније види кратковиди или далековиди ронилац?
6. Којом лупом се постиже веће увећање – оном која има већу или оном која има мању жижицу даљину?

7. Како се на основу увећања објектива и окулар одређује укупно увећање микроскопа?
8. На ком међусобном растојању се налазе објектив и окулар код телескопа?
9. Која је предност рефлекторског у односу на рефракторске телескопе?
10. Од чега зависи моћ разлагања оптичког инструмента?
11. По чему се спектрални апарати разликују од осталих оптичких инструмената (лупе, микроскопа, телескопа)?

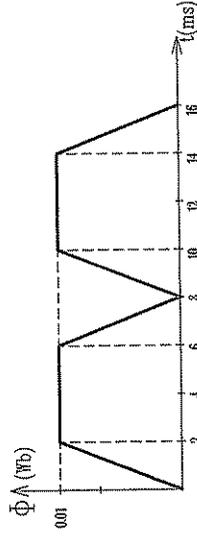
Други део

ЗАДАЦИ И ТЕСТОВИ

# 1. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНА ИНДУКЦИЈА

## 1.1. Фарадејев закон електромагнетне индукције

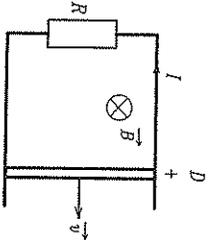
1. У неком струјном колу се индукује ЕМС  $24\text{ V}$ . Колика је брзина промене магнетног флукса?
2. Кружни рам полупречника  $0,4\text{ m}$  налази се у хомогеном магнетном пољу. Линеје магнетног поља су нормалне на раван прстена а магнетна индукција поља равномерно опадне од  $100\ \mu\text{T}$  до нуле за  $4\ \mu\text{s}$ . Нацртај дијаграм индуковане ЕМС у раму.
3. На графику је приказана зависност магнетног флукса од времена. Нацртај одговарајући график индуковане електромоторне силе.



Слика уз зад. 3

4. У колу се индукује стална ЕМС од  $15\text{ V}$  услед промене магнетног флукса.
  - а) Да ли је ова промена флукса равномерна?
  - б) Колика је брзина промене магнетног флукса?
5. При кретању праволинијског проводника у хомогеном магнетном пољу индукције  $1\text{ T}$ , у њему се индукује електромоторна сила од  $10\text{ mV}$ . Ако је дужина проводника  $0,5\text{ m}$ , коликом се брзином он креће? Вектори индукције, брзине и проводник су међусобно нормални.
6. Антена космичког брода има дужину  $50\text{ cm}$ . Он се креће нормално на линеје сила магнетног поља индукције  $20\ \mu\text{T}$  при чему се у антени индукује ЕМС од  $80\text{ mV}$ . Колика је брзина космичког брода?
7. Проводник дужине  $0,5\text{ m}$  креће се брзином  $10\text{ m/s}$  нормално на линеје индукције хомогеног магнетног поља. Колика је магнетна индукција поља ако на крајевима настаје разлика потенцијала  $0,02\text{ V}$ ?

8. Колика би била индуктована електромоторна сила у проводнику дужине 1 м ако би се он кретао брзином интензитета  $10 \text{ m/s}$  чији правац закљача угао  $30^\circ$  са хоризонталном равни? Вертикална компонента индукције Земљиног магнетног поља је  $20 \mu\text{T}$ .
9. а) Распон крила авиона је  $35 \text{ m}$ . Авион се подиже брзином  $720 \text{ km/h}$ . Какав положај треба да има авион да би се у крилима индуквовао ЕМС од  $121 \text{ mV}$ ? Вертикална компонента индукције магнетног поља Земље је  $20 \mu\text{T}$ .
- б) Какав положај треба да заузме авион ако лети у хоризонталном правцу и при томе се индуктује електромоторна сила (у крилима) исте јачине?
10. У хомогеном магнетном пољу индукције  $0,4 \text{ T}$  смештено је електрично коло. Покретни проводник дужине  $50 \text{ cm}$ , занемарљивог отпора, клизи без трења по жицама (у сталном електричном контакту), слика. Брзина проводника је  $2 \text{ m/s}$ , а укупан отпор кола је  $2 \Omega$ .

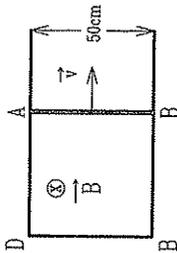


Сл. уз зад. 10

- а) Одредити бројну вредност напона на крајевима проводника  $CD$  и јачину струје у њему.
- б) Колика ће бити разлика потенцијала на крајевима покретног проводника ако се паралелно отпорнику  $R$  прикључи исти такав отпорник? Колика је тада јачина струје у покретном проводнику?
11. Струјно коло се састоји од  $100$  навојака танке жпте, полупречника навојака  $10 \text{ cm}$ . Раван ових навоја је нормална на линије сила хомогеног магнетног поља јачине  $100 \text{ A/m}$ . Навоји се налазе у ваздуху. За које време јачина поља треба равномерно да опadne на нулту вредност да би индуктована ЕМС у навојима била  $120 \text{ V}$ ?
12. Завојница се састоји од  $10$  навојака површине  $4 \text{ cm}^2$ . Она се унесе у хомогено магнетно поље јачине  $4 \text{ kA/m}$ , чије су линије паралелне са осом завојнице. Колика ће се напон индуквовати у завојници ако је уношење у поље трајало  $10 \text{ ms}$ ?
13. Одредити промену магнетног флукса кроз кадем који има  $2000$  навојака, а за време  $0,01 \text{ s}$  у њему се индуктује ЕМС од  $200 \text{ V}$ .
14. Рам са  $50$  навојака постављен је нормално на линије сила магнетног поља јачине  $3000 \text{ A/m}$ . Рам се за  $0,1 \text{ s}$  окрене за  $90^\circ$ , при чему се у њему индуктује ЕМС од  $1,9 \text{ mV}$ . Одредити површину навојака.
15. Завојница пречника  $4 \text{ cm}$  налази се у хомогеном магнетном пољу које је паралелно са осом завојнице. Брзина промене магнетне индукције је  $10^{-2} \text{ T/s}$ . Завојница има  $1000$  навојака (само у једној слоју). Крајеви завојнице спојени су кондензатором од  $10 \mu\text{F}$ . Колика је наелектрисање на почетка кондензатора?
16. Квадрат стране  $a$  налази се у хомогеном магнетном пољу индукције  $B$ , при чему су линије сила нормалне на квадрат. Одредити индуктовану ЕМС у квадрату.

- а) ако се креће брзином  $v$  у правцу нормалном на  $\vec{B}$ ;
- б) ако се квадрат обрне око једне своје стране за  $90^\circ$  за време  $t$ .
17. У хомогеном магнетном пољу налази се кадем полупречника  $r$  са  $N$  навојака. Правац линија сила је паралелан са осом кадема. Крајеви кадема су спојени. Колика ће количина наелектрисања протећи кроз кадем ако се он окрене за  $180^\circ$ ? Површина попречног пресека жпте од које је кадем је  $S$ , специфични отпор  $\rho$ , а индукција магнетног поља  $B$ .
18. Кадем од  $100$  навојака налази се у хомогеном магнетном пољу индукције  $10^{-3} \text{ T}$ . Пречник једног навојака је  $10 \text{ cm}$ . Правац магнетне индукције је паралелан са осом кадема. Магнетна индукција равномерно опadne на нулту за  $1 \text{ ms}$ . Колика струја при томе протече кроз кадем ако је површина попречног пресека жпте  $1 \text{ mm}^2$ , а проводник је од бабра ( $\rho = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ )?
19. Кадем са  $N$  навојака постављен је у магнетно поље тако да су линије сила магнетног поља нормалне на раван навојака, и савијљивим проводницима спојен на галванометар. При брзом уношењу кадема из магнетног поља кроз коло протекне извесна количина наелектрисања  $q$ , измерена галванометром. Одредити индукцију магнетног поља ако је површина сваког навојака  $S$ , а укупан отпор у колу  $R$ .
20. Проволни рам отпора  $0,01 \Omega$  равномерно ротира у хомогеном магнетном пољу индукције  $0,05 \text{ T}$ . Оса ротације лежи у равни рама и нормална је на линије индукције. Површина рама је  $100 \text{ cm}^2$ . Одредити количину наелектрисања која протекне при обраћању рама за угао  $\Delta\alpha = 30^\circ$  у три случаја: а) од  $0^\circ$  до  $30^\circ$ ; б) од  $30^\circ$  до  $60^\circ$ ; в) од  $60^\circ$  до  $90^\circ$  ( $\alpha$  је угао између правца индукције и нормале на раван рама).
21. Крајеви кадема састављеног од  $N = 1000$  навојака кратко су спојени. Кадем је смештен у магнетно поље при чему су линије сила поља паралелне са осом кадема. Површина попречног пресека кадема је  $S = 40 \text{ cm}^2$ , а његов отпор  $R = 160 \Omega$ . Одредити снагу топлотних губитака (трансформисана електричне енергије у топлотну) ако се магнетна индукција равномерно мења брзином  $\Delta B/\Delta t = 10^{-3} \text{ T/s}$ .
22. Кадем од  $1000$  навојака налази се у магнетном пољу које има правац дуж осе кадема. Површина попречног пресека кадема је  $4 \text{ cm}^2$ , а његов отпор  $160 \Omega$ . Колика се снага утроси на загревање завојнице ако се магнетно поље равномерно мења брзином  $8 \text{ A/ms}$ ?
23. Проволна шпика  $AB$  налази се у контакту са металним шинама  $DA$  и  $CB$ . Овај систем се налази у хомогеном магнетном пољу индукције  $0,5 \text{ T}$  чији је вектор нормалан на раван у којој леже шине и шпика и усмерен је као на слици.
- а) Наћи величину и смер индуквоване ЕМС у шпика када се она креће улесно брзином  $4 \text{ m/s}$ .
- б) Наћи силу потребну да шпика одржава равномерно кретање ако је отпор кола  $0,2 \Omega$ , а трење је занемарљиво.

в) Упоредити рад који врши сила у секунди са количником топлоте која се у секунди развија у колу.

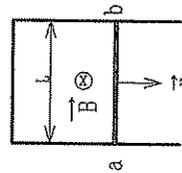


Сл. уз зад. 23

24. У хомогеном магнетном пољу налази се проводни правоугаони рам  $abcd$  при чему су линије сила тог поља нормалне на површину рама. Страница  $bc$  дужине  $l = 1 \text{ cm}$  се помера дуж страница  $ab$  и  $cd$  (при кретању се не прекида контакт међу проводницима) брзином  $v = 10 \text{ cm/s}$ . Између тачака  $a$  и  $d$  укључена је сијалица отпора  $R = 5 \Omega$ . Коликом силом треба деловати на страну  $bc$  да њена брзина остане као пре укључења сијалице? Индукција магнетног поља је  $B = 10^{-3} \text{ T}$ , а отпор осталих делова рама занемарити.

Сл. уз зад. 24

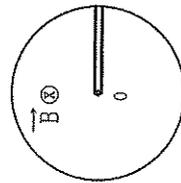
25. У хомогеном магнетном пољу индукције  $B = 10^{-2} \text{ T}$  у вертикалној равни су постављена два проводна штапа на растојању  $L = 50 \text{ cm}$ . Штапови су на врху спојени (слика). Правац вектора магнетне индукције је нормалан на раван коју образују штапови. Низ штапове клизи без трења (али у сталном контакту са штаповима) прав проводник  $ab$ , сталном брзином  $v = 1 \text{ m/s}$ . Маса проводника је  $m = 1 \text{ g}$ . Одредити отпор покретног проводника ако је отпор осталих проводника занемарљив ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



Сл. уз зад. 25

26. У хомогеном магнетном пољу индукције  $2 \text{ T}$  равномерно ротира метална жица дужине  $20 \text{ cm}$ , око нормалне осе која пролази кроз један њен крај. Правац осе је паралелан правцу вектора магнетне индукције. Колика ће се индуковати ЕМС на крајевима жице ако она направи 4 обрта у секунди?

Сл. уз зад. 28

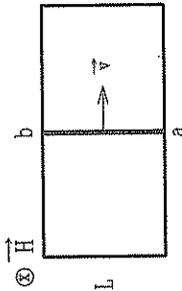


27. У хомогеном магнетном пољу индукције  $2 \text{ T}$  ротира у хоризонталној равни метални штап дужине  $20 \text{ cm}$ . Оса ротације је нормална на хоризонталну раван, има правац паралелан линијама магнетног поља и пролази кроз један крај штапа.

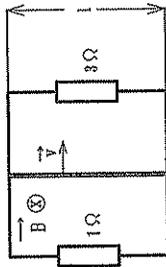
Колика је интензитет брзине другог краја штапа ако се на његовим крајевима индукује разлика потенцијала  $0,5 \text{ V}$  при његовом равномерном ротирању?

28. Штап масе  $m$  може да се обрће без трења по проводном прстену око осе  $O$  (слика). Полуцрчички прстена је  $r$ . Прстен се налази у вертикалној равни у хомогеном магнетном пољу индукције  $B$ . Како треба да се мења јачина струје у штапу да би он ротирао сталном угаоном брзином  $\omega$ ? Штап започиње кретање из хоризонталног положаја.

29. Правоугаони проводни рам једне странице  $L$  налази се у хомогеном магнетном пољу јачине  $H$ . Линије магнетног поља нормалне су на правоугаоник. По раму паралелно страници  $L$  (без прекидања контакта) клизи сталном брзином  $v$  проводни штап  $ab$  чији је отпор  $R$  (слика). Одредити јачину струје кроз штап. Отпор рама је занемарљив.



Сл. уз зад. 29



Сл. уз зад. 30

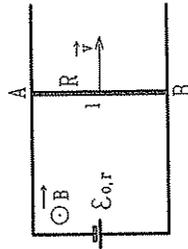
30. Две паралелне металне шине леже у хоризонталној равни. Крајеви шина спојени су отпорницима од  $1 \Omega$  и  $3 \Omega$ . Растојање међу шинама је  $30 \text{ cm}$ . По шинама клизи (без трења) права метална жица брзином  $0,5 \text{ m/s}$  (слика). Коло је смештено у вертикално магнетно поље индукције  $0,02 \text{ T}$ .

а) Одредити јачину струје у жици.

б) Колика ће бити јачина струје у колу ако прегори отпорник од  $3 \Omega$ ?

Отпор жице је  $0,5 \Omega$ , а отпор шина је занемарљив.

31. Две паралелне шине које су укључене на акумулатор ЕМС  $\mathcal{E}_0$  и унутрашњег отпора  $r$ , налазе се у хомогеном магнетном пољу индукције  $B$ . Крајеви шина су спојени проводником дужине  $l$  и отпора  $R$ , који се без трења и не губећи контакт креће нормално на линије поља брзином  $v$ . Одредити напон на крајевима жице. Отпор шина је занемарљив.



Сл. уз зад. 31

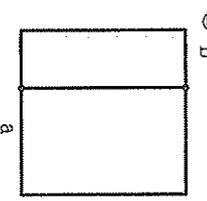
## 1.2. Саминдукција

32. Калем попречног пресека  $S = 10 \text{ cm}^2$ , дужине  $l = 1 \text{ m}$  има  $N = 1000$  навојака.
- а) Израчунајте индуктивност калема.
- б) Наћи бројну вредност и смер индуктоване ЕМС саминдукције ако струја у калему равномерно расте брзином  $10 \text{ A/s}$ .
33. Магнетни флукс кроз попречни пресек калема промени се за  $2 \text{ mWb}$  због промене струје у калему од  $4 \text{ A}$  до  $20 \text{ A}$ . Одредити коефицијент саминдукције калема. Одредити ЕМС саминдукције ако се промена дешава за  $2 \text{ ms}$ .
34. Колико навојака жице треба наматати на карбоноски пиллиндар дужине  $60 \text{ cm}$  и пречника  $5 \text{ cm}$  да би се у њему при брзини промене струје  $1 \text{ A/s}$  индуктовала ЕМС од  $6 \text{ mV}$ ?
35. При промени струје кроз завојницу индуктивности  $1 \text{ H}$  индуктује се ЕМС од  $-10 \text{ V}$  на крајевима завојнице. Колика је брзина промене струје? Да ли струја расте или опада?
36. Калем (завојница) има  $1000$  навојака, дужину  $40 \text{ cm}$  и попречни пресек  $10 \text{ cm}^2$ . Коинком брзином треба менјати јачину струје кроз калем да би се у њему индуктовала ЕМС саминдукције од  $1 \text{ V}$ ?
37. Калем индуктивности  $L = 3 \text{ H}$  и отпора  $R = 6 \Omega$  везан је преко прекидача за крајеве батерије  $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ , занемарљивог унутрашњег отпора. Одредити енергију „ухтадштгену“ у магнетном пољу када је струја достигла своју коначну вредност. Колика ће после тога бити снага топлотних губитака у калему?

## 1.3. Разни задаци

38. Распон крила авиона је  $35 \text{ m}$ . Авион се подиже брзином  $720 \text{ km/h}$ , а вертикална компонента индукције магнетног поља Земље је  $20 \mu\text{T}$ . Какав положај треба да:
- а) има авион да би се на крајевима крила индуктовала ЕМС од  $121 \text{ mV}$ ;
- б) заузме авион када леги у хоризонталном правцу да би се индуктовала ЕМС такође од  $121 \text{ mV}$ ?
39. У једнослојном калему коефицијента саминдукције  $50 \text{ mH}$  промиче струја јачине  $5 \text{ A}$ . Колика количина наелектрисања се индуктује у калему при његовом искључењу ако му је дужина  $100 \text{ cm}$ ? Калем је направљен од бакарне жице пречника  $0,6 \text{ mm}$  и специфичног отпора  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ .
40. Навојак изоловане бакарне жице савијен је у облику осмице чији кругови имају полупречнике  $1 \text{ cm}$  и  $3 \text{ cm}$ . Навојак се налази у магнетном пољу индукције

$1 \text{ T}$ , нормалном на раван навојака. Магнетно поље се нагло искључи, при чему је време искључивања  $10^{-3} \text{ s}$ . Хоће ли доћи до пробоја изолације ако она може да издржи разлику потенцијала међу проводницима од  $10 \text{ V}$ ?

41. Жичана фигура у облику квадрата са пречком од исте жице (слика) налази се у хомогеном променљивом магнетном пољу, услед чега кроз жице промиче струја. Магнетно поље струје мало је у односу на промене спољашњег поља. У ком случају струја издваја већу количину топлоте: кад је пречка померена ближе једној од страна квадрата или кад се налази на средњим квадратима?
- 

Сл. уз зад. 41

Сл. уз зад. 42

Сл. уз зад. 43

## 2. ОСЦИЛАЦИЈЕ

### 2.1. Линеарни хармонијски осцилатор

44. а) Написаи израз за хармонијско осциловање ако је амплитуда 4 cm а период 3 s. У почетном тренутку тело је у равнотежном положају.  
 б) Како гласи једначина кретања честице која хармонијски осцилује са амплитудом 7 cm, а у једном минуту направи 120 пуних осцилација? Почетна фаза је  $90^\circ$ . Нацртаи график кретања.
45. Колика је фреквенција, амплитуда и почетна фаза осциловања постављеног једначином (у SI)  $s = 0,1 \sin(440t + 1)$ ?
46. Неко тело хармонијски осцилује са амплитудом 0,1 m и за 1,2 s направи једну пуну осцилацију. За које време ће тело достићи елонгацију 5 cm? Представити ово осциловање тела графички. Почетна фаза је  $0^\circ$ .
47. У ком положају ће се налазити куглица која хармонијски осцилује, 2 s после почетка осциловања, ако је кренула из равнотежног положаја? Амплитуда је 5 cm, а период осциловања 5 s.
48. Тело осцилује по закону (у SI)  $x = 0,02 \sin \pi t$ . Нацртаи график зависности:  
 а) удаљености тела од равнотежног положаја од времена;  
 б) брзине тела од времена; в) убрзања тела од времена.
49. Мало тело масе 10 g осцилује по закону  $x = 8 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$  (cm). Одредити максималну силу која делује на тело.
50. Тело масе 30 g окачено је о еластичну опругу, при чему се она издужила за 3 cm. Написаи једначину осциловања тела ако је оно изведено из равнотежног положаја за 5 cm и пуштено.
51. Ако се на крај опруге окачи тело одређене масе, опруга се издужи за 5 cm. Колики ће бити период осциловања тог тела ако се мало повуче на доле и пусти?
52. а) Фреквенција којом осцилује тело од 200 g окачено на крај еластичне опруге је 0,8 Hz. Колику масу треба додати телу да би се фреквенција смањила четри пута?  
 б) Колики ће бити период осциловања ако се овом систему дода још један тег од 200 g?
53. Период осциловања тела масе  $m$  обешеног о еластичну опругу треба повећати на двоструку вредност. Колику масу треба додати окаченом телу?
54. Тело осцилује фреквенцијом 1 Hz и амплитудом 5 cm. Одредити максималну кинетичку енергију тела ако је његова маса 10 g.

55. Тело масе 1 kg обешено је о еластичну опругу. Када се овом телу дода још једно тело масе 100 g, опруга се додатно истегне за 1 cm. Колики је период осциловања ако је на опругу окачено само прво тело?

56. У тренутку  $t = 0$  честица почиње да се креће дуж  $x$ -осе из тачке  $x = 0$ . Њена брзина мења се по закону  $v = 35 \cos \pi t$  (cm/s), где је  $t$  изражено у секундама. Наћи пут који та честица пређе за  $t = 2,8$  s.

57. Тело масе 1 kg окачено о еластичну опругу осцилује по линији дугачкој 20 cm. Време једне осцилације је 4 s. Одредити:

- а) брзину и убрзање тела при проласку кроз равнотежни положај;  
 б) максималну еластичну силу која делује на тело;  
 в) максималну кинетичку енергију тела.

58. Учесталост хармонијских осцилација осцилатора је 5 Hz. После ког најмањег времена се кинетичка енергија осцилатора од максималне вредности смањи на половину?

59. Колико је тело које хармонијски осцилује удаљено од равнотежног положаја ако је његова кинетичка енергија два пута већа од потенцијалне? Тело осцилује у хоризонталној равни амплитудом  $3\phi$ .

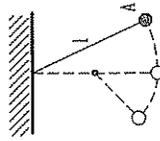
60. Тело масе 10 g осцилује хармонијски, при чему је амплитуда осциловања 10 cm, а период 0,628 s. За колико ће се променити кинетичка енергија тела у равнотежном положају ако му се амплитуда повећа за 2 cm?

### 2.2. Математичко и физичко клатно

61. Фреквенција осциловања математичког клатна је 4 Hz. За колико треба скратити клатно да би се његова фреквенција повећала 1,5 пута?

62. Период осциловања математичког клатна на Земљи износи 1 s. За колико је дужи период тог клатна на Месецу? Полупречник Земље је  $6,4 \cdot 10^6$  m, маса Земље  $6 \cdot 10^{24}$  kg, полупречник Месеца  $1,76 \cdot 10^6$  m, а маса Месеца  $7,3 \cdot 10^{22}$  kg.

63. Куглица математичког клатна изведена је из равнотежног положаја у положај А (слика), а затим пуштена. Испод тачке вешања клатна налази се на растојању  $l/2$  ( $l$  је дужина клатна) танак штап нормално на раван у којој клатно осцилује. Колика је дужина клатна ако куглица направи две пуне осцилације за 3 секунде?



Сл. уз зад. 63

64. Колики је период осциловања математичког клатна дужине 1 m ако се налази у лифту чије је убрзање  $1 \text{ m/s}^2$ , усмерено: а) навише; б) надолу?

65. Умогени метални штап обешен је на једном крају тако да може да осцилује са малим амплитудама. Момент инерције штапа у односу на осу осциловања је  $0,042 \text{ kgm}^2$ . Колика је маса штапа ако је период осциловања  $1,15 \text{ s}$ ?
66. Гвоздени диск ( $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ) масе  $1,5 \text{ kg}$  осцилује у равни диска око осе која пролази кроз тачку на његовом ободу. Ако је период осциловања диска  $1 \text{ s}$ , колика је дебелина диска?
67. Часовник са клатном показује тачно време на месту где је  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . На некој већој висини тај часовник касни  $10 \text{ s}$  дневно. Израчунајте убрзање Земљине теже на тој висини.

## 2.3. Осцилаторно коло

*Напомена:* Термотени отпор кола у задацима овог одељка је занемарљив.

68. У осцилаторном колу су кондензатор капацитета  $10 \mu\text{F}$  и кадем. Колики је коефицијент самондукције кадема (завојнице) ако електрично поље у кондензатору  $0,01 \text{ s}$  од почетка осциловања има исти интензитет и смер као у почетном тренутку?
69. Кроз електрично осцилаторно коло протиче струја која се мења по закону  $i = 0,01 \sin 10^3 t \text{ (A)}$ . Ако је коефицијент самондукције  $40 \text{ mH}$ , колики је капацитет кондензатора?

70. Почет кондензатора осцилаторног кола су наелектрисане количинном наелектрисања  $q_0$  и прикључене на завојницу. Капацитет кондензатора је  $C$ , а коефицијент самондукције кадема  $L$ . Током рада осцилатора растојање међу плочама се смањи на половину од претходног. Шта ће бити са утавном фреквенцијом осцилатора? Колика је релативна промена периода осциловања?

71. Завојница индуктивности  $3 \cdot 10^{-5} \text{ H}$  везана је у коло са плочастим кондензатором. Површина једне плоче кондензатора је  $100 \text{ cm}^2$ , а размак између плоча  $0,2 \text{ mm}$ . Колика је апсолутна диелектрична пропусљивост диелектрика између плоча кондензатора ако је сопствена фреквенција овог кола  $4 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ ?

72. У тренутку укључења осцилаторног кола кондензатор је био наелектрисан количинном наелектрисања  $6 \mu\text{C}$ . Колика ће бити енергија магнетног поља у тренутку  $t = 10^{-3} \text{ s}$  од укључења кола? Капацитет кондензатора је  $60 \mu\text{F}$ , а коефицијент самондукције кадема  $6 \text{ mH}$ .

73. Када је у осцилаторно коло везан кондензатор 1, фреквенција осциловања је  $\nu_1$ , а кад је везан кондензатор 2, фреквенција је  $\nu_2$ . Колика ће бити фреквенција кола у коме се налазе: а) паралелно; б) редно везани кондензатори 1 и 2?

74. Максималан напон у осцилаторном колу састављеном од кадема индуктивности  $5 \mu\text{H}$  и кондензатора капацитета  $1330 \text{ pF}$  је  $1,2 \text{ V}$ . Одредити максималну

вредност струје и максималну вредност енергије у кадему. У ком тренутку ће енергија у кадему бити једнака енергији у кондензатору?

## 2.4. Пригушене и принудне осцилације

75. Коефицијент пригушења осцилација клатна износи  $\beta = 0,04 \text{ s}^{-1}$ . Колики је однос двеју уастопних амплитуда таквог осциловања ако је период  $T = 2,5 \text{ s}$ ?

76. Амплитуда пригушених осцилација тела се у току једног периода смањила три пута. Колика је период ових осцилација ако је период хармонијских осцилација истог тела  $T_0$ ?

77. а) Тело масе  $0,15 \text{ kg}$  обешено је на опрузи коефицијента еластичности  $2 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ . Колика треба да буде фреквенција принудне силе да би наступила резонанција ако је пригушене занемарљиво?

б) Колика треба да буде фреквенција принудне силе која делује на тело ако је коефицијент пригушења  $0,05 \text{ s}^{-1}$ ?

78. На тело масе  $0,2 \text{ kg}$  делује принудна сила  $F = 0,5 \sin 10t \text{ (N)}$ . Тело је окачено о опруту коефицијента  $10 \text{ N/m}$ . Колика је амплитуда принудних осцилација? Пригушење је занемарљиво.

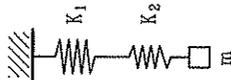
79. Тело масе  $100 \text{ g}$  може да осцилује у вертикалној равни. Колики је коефицијент отпора средине ако је фактор доброте кола  $10$ ? Тело је окачено о еластичну опруту константе  $100 \text{ N/m}$ .

80. На плочама кондензатора (који је део осцилаторног кола) је количина наелектрисања  $1 \mu\text{C}$ . У осцилаторном колу настају пригушене осцилације. Колика се количина топлоте издвоји у колу за време док осцилације буду потпуно пригушене? Капацитет кондензатора је  $0,01 \mu\text{F}$ .

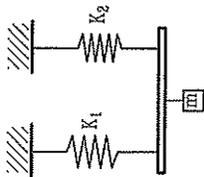
81. Осцилаторно коло је састављено од кондензатора капацитета  $1 \text{ nF}$  и кадема индуктивности  $5 \mu\text{H}$ , при чему отпор кола није занемарљив. Ако осцилација кола треба да буду хармонијске, са амплитудом струје  $0,5 \text{ A}$ , колу је потребна додатна снага од  $125 \mu\text{W}$ . Колика је  $Q$ -фактор овог кола?

## 2.5. Разни задаци

82. Две опруте занемарљивих маса, коефицијената еластичности  $k_1$  и  $k_2$ , закачене су једна за другу, а затим је на слободан крај окачено тело масе  $m$  (слика). Одредити период осциловања тела.



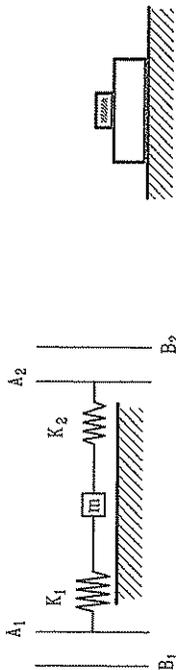
Сл. уз зад. 82



Сл. уз зад. 83

83. Штап дужине  $L$  занемарљиве масе обешен је о две опруге чији су коефицијенти еластичности  $k_1$  и  $k_2$ . На ком месту на штапу је потребно обесити тег да би штап и даље остао хоризонталан (слика)? Одредити период којим ће осциловати тег ако га повучемо на доле и пустимо. Маса опруга су занемарљиве.

84. Тело масе  $m$  налази се на идеално глаткој површини. Оно је везано за две опруге коефицијената  $k_1$  и  $k_2$  (слика). Ако тег изведемо из равнотежног положаја, он ће осциловати са периодом  $T$ . Хоће ли се променити период осциловања ако су опруге уместо у тачкама  $A_1, A_2$  учвршћене у тачкама  $B_1, B_2$ ?



Сл. уз зад. 84

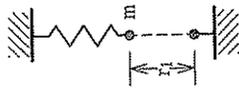
Сл. уз зад. 86

85. У стакленој  $U$ -цеви пречника 2 cm налази се 1 kg живе. Повећањем притиска у једном крају цеви изазивају се осцилације живе у цеви. Колики је период осциловања живиног стуба ако је густина живе  $13\,600\text{ kg/m}^3$ ?

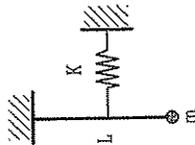
86. На хоризонталној подлози налази се плоча која врши хармонијске осцилације са периодом 5 s. На плочи се налази тело (слика) које почиње да клизи у тренутку када је амплитуда осциловања плоче једнака 50 cm. Одредити коефицијент трења између тела и плоче.

87. Куглица масе  $m = 5\text{ g}$  окачена је о опругу, а испод ње на растојању 30 cm налази се друга куглица (слика). Када се куглице наелектришу количином наелектрисања  $+6\text{ }\mu\text{C}$  и  $-6\text{ }\mu\text{C}$ , растојање међу њима је 10 cm. Ако се доња куглица уземљи, горња ће хармонијски да осцилује. Колика је фреквенција осциловања?

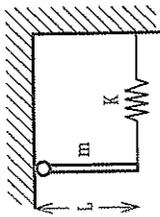
88. Од хомогеног тела масе  $M$ , које је окачено о опругу константе  $k$ , нагло се откида, без спољашњег утицаја, доња трећина тела масе  $m = M/3$ , при чему преостали део тела почиње хармонијски да осцилује достигавши максималну



Сл. уз зад. 87



Сл. уз зад. 90



Сл. уз зад. 91

висину  $h_m = 40,8\text{ cm}$  у односу на првобитни равнотежни положај. Одредити максималну брзину и максимално убрзање преосталог дела тела.

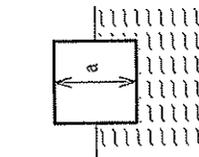
89. За колико треба продужити математичко клатно лужине  $l$  да би оно у лифту који се подиже са убрзањем  $a = g$  имало исти период осциловања као (пре продужавања) у лифту који мирује?

90. Како ће се променити период осциловања клатна (које је направљено тако што је на крај лаког штапа причвршћена куглица) ако се за средину штапа причврсти хоризонтално постављена опруга (слика) коефицијента  $k$ ? Маса куглице је  $m$ , а дужина штапа  $L$ .

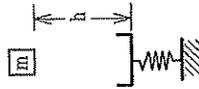
91. Танак хомогени штап масе  $m$  и дужине  $L$  виси на шарки. На слободном крају штап је спојен са зидом помоћу опруге коефицијента еластичности  $k$  (слика). Колики је период осциловања штапа?

92. Дрвена коцка вивне  $a$  плива у води (слика). Одредити густину дрвета ако је период малих осцилација (које настају кад се коцка мало додатно потопи напусти)  $T$ , а густина воде  $\rho_0$ .

93. Тег масе  $m$  окачен је за опругу коефицијента  $k$ , а опруга за тачку вешања (слика). Под дејством спољашње силе тачка вешања врши вертикално кретање по закону  $x = x_0 \cos \omega t$ . Колика је амплитуда осциловања у стационарном стању? Коефицијент прiguшења је занемарљив.



Сл. уз зад. 93



Сл. уз зад. 94

94. Тело масе  $m$  пада са висине  $h$  и упада у суд на еластичној опрузи (слика) константе  $k$ . Прилепивши се за суд, тело хармонијски осцилује у вертикалној

равни. Наћи амплитуду и енергију насталих осцилација. Маса суда и опруге су занемарљиве.

95. Установљено је да је осциловање тела сложено из две хармонијске осцилације:  $x_1 = 5 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  и  $x_2 = 10 \sin\left(2\pi t + \frac{5\pi}{4}\right)$ . Написаи једначину осциловања тела.

96. Два хармонијска осциловања истог правца и смера са истим периодом осциловања имају амплитуде 5 cm и 7 cm, и слажу се у једно хармонијско кретање чија је амплитуда 9 cm. Одредити фазну разлику ова два осцилаторна кретања.

### 3. НАИЗМЕНИЧНА СТРУЈА

#### 3.1. ОМОВ ЗАКОН ЗА КОЛО НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

97. Написаи једначину синусне наизменичне струје ако је њена фреквенција 30 Hz, а максимална вредност 2 A. Почетна фаза једнака је нули.

98. Две наизменичне струје једнаких амплитуда и фреквенција разликују се у фази за  $\frac{\pi}{2}$  рад. Написаи једначине њихових тренутних вредности и графички их представити.

99. а) Одредити ефективну вредност и фреквенцију наизменичне струје даге једначином  $i = 14,1 \sin 314t$  (A).

б) Ако струја прогиче кроз отпорник отпора 28,4  $\Omega$ , колика је ефективна вредност напона на отпорнику?

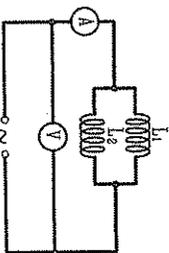
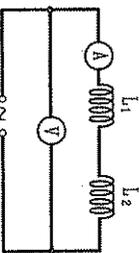
100. Мерећи нанон на термометром отпору од 50  $\Omega$ , при прогицању синусне наизменичне струје фреквенције 50 Hz, волтметар је показао 120 V. Написаи једначину наизменичне струје која прогиче кроз отпорник. Почетна фаза струје је једнака нули.

101. Сијалица отпора 50  $\Omega$  везана је за извор наизменичне струје чија је фреквенција 50 Hz. Напон на сијалици је 120 V.

а) Представити графички зависност тренутне гонлотне снаге сијалице од времена. б) Колика је средња снага сијалице?

102. Кроз калем занемарљивог термометром отпора тече струја амплитуде 10 A и фреквенције 50 Hz. Одредити индуктивност калема ако је амплитуда напона на његовим крајевима 160 V.

103. За извор струје чија фреквенција може да се мења везан је индуктивни калем. Колико пута ће се променити индуктивни отпор калема ако се фреквенција извора промени са 10 Hz на 30 Hz?



104. а) На слици а) је приказано струјно коло. Шта ће показивати амперметар ако волтметар показује  $80\text{ V}$ ? Фреквенција наизменичне ЕМС извора је  $60\text{ Hz}$ , први калем има индуктивност  $0,4\text{ H}$ , а други  $0,2\text{ H}$ . Термогени отпор кола и међусобна индукција су занемарљиви.

б) Ако дате калемове вежемо паралелно (слика б), за колико ће се променити показивање амперметра?

105. Калем термогеног отпора  $10\ \Omega$  укључен је у коло наизменичне струје фреквенције  $50\text{ Hz}$ . Одредити коефицијент самоиндукције калема ако је фазна разлика између струје и напона на калему  $\pi/3$ .

106. Кондензатор капацитета  $50\ \mu\text{F}$  прикључен је на извор наизменичног напона фреквенције  $1\text{ kHz}$ . Колика је максимална вредност јачине струје у колу ако је ефективна вредност напона на плочама кондензатора  $20\text{ V}$ ?

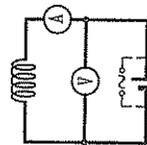
107. Два кондензатора, један од  $50\ \mu\text{F}$ , а други од  $10\ \mu\text{F}$ , везана су у коло наизменичне струје: а) редно; б) паралелно. Упоредити капацитивни отпор редне и паралелне везе ових кондензатора. Фреквенција струје је  $50\text{ Hz}$ .

108. Два редно везана кондензатора капацитета  $5\ \mu\text{F}$  и  $7\ \mu\text{F}$  везана су редно са калемом од  $1\text{ H}$  и извором наизменичне струје чији је ефективни напон  $380\text{ V}$ , а фреквенција  $100\text{ Hz}$ . Колика је јачина ефективне струје? Термогени отпор калема је занемарљив.

109. Калем индуктивности  $31,8\text{ mH}$  и термогеног отпора  $10\ \Omega$  везан је за извор ефективног напона  $220\text{ V}$  и фреквенције  $50\text{ Hz}$ .

а) Наћи количину топлоте која се у секунди ослободи у калему.

б) Како ће се променити количина топлоте ако је редно везан и кондензатор капацитета  $319\ \mu\text{F}$ ?



Сл. уз зад. 110

а) индуктивност завојнице;

б) активну снагу у колу наизменичне струје када се завојници серијски прикључи кондензатор капацитета  $394 \cdot 10^{-6}\text{ F}$ .

Фреквенција наизменичног напона је  $50\text{ Hz}$ .

111. Калем коефицијента самоиндукције  $8\text{ mH}$  и термогеног отпора  $55\ \Omega$  је повезан:

а) на извор једносмерног напона  $U_0$ ;

б) на извор наизменичног напона ефективне вредности  $U = U_0$ .

При којој фреквенцији наизменичног напона је снага која се развија на калему четири пута мања у случају б) него у случају а)?

112. У колу су на извор ефективног напона  $100\text{ V}$  редно везани калем индуктивности  $5\text{ mH}$ , реостат отпора  $10\ \Omega$  и два кондензатора. Капацитет једног од њих је  $100\ \mu\text{F}$ . Одредити капацитет другог ако је јачина струје највећа при фреквенцији  $300\text{ Hz}$ . Колика је ефективна вредност те струје? Термогени отпор калема је занемарљив.

113. Отпорник од  $400\ \Omega$  везан је редно са калемом индуктивности  $10^{-1}\text{ H}$  (занемарљив термогеног отпора) и кондензатором капацитета  $0,5\ \mu\text{F}$ . Одредити:

а) импедансу кола при фреквенцији од  $1000\text{ Hz}$ ;

б) фазну разлику између струје и напона.

114. Колика је ефективна вредност наизменичне струје кроз калем који има термогену отпорност  $2\ \Omega$ , а коефицијент самоиндукције  $1\text{ H}$  ако је ефективна вредност напона  $220\text{ V}$  а фреквенција  $50\text{ Hz}$ ? Шта ће бити са ефективном вредношћу струје ако се не мењајући услове у колу редно калему прикључи кондензатор капацитета  $10\ \mu\text{F}$ ?

115. Редно  $RLC$ -коло ( $R = 20\ \Omega$ ,  $L = 0,5\text{ H}$ ,  $C = 5\ \mu\text{F}$ ) прикључено је на наизменични напон ефективне вредности  $24\text{ V}$  чија фреквенција може да се мења. Одредити:

а) јачину ефективне струје при фреквенцији од  $50\text{ Hz}$  и при резонантној фреквенцији;

б) фазну разлику струје и напона при фреквенцији од  $50\text{ Hz}$ ;

в) напоне на калему и кондензатору при резонанцији.

116. На слици је приказано коло чии су крајеви спојени на наизменични извор ефективног напона  $200\text{ V}$  и фреквенције  $50\text{ Hz}$ . При резонанцији ефективна вредност струје у колу је  $0,314\text{ A}$ , а ефективан напон на крајевима кондензатора  $300\text{ V}$ . Одредити вредности  $R$ ,  $L$  и  $C$ .



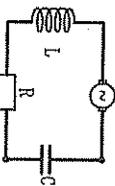
Сл. уз зад. 116

Сл. уз зад. 117

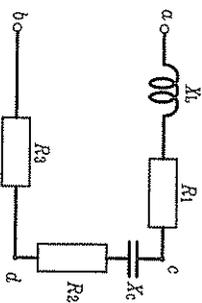
117. Кондензатор непознатог капацитета, калем индуктивности  $5\text{ mH}$  и занемарљив термогеног отпора и отпорник отпора  $20\ \Omega$  укључени су на наизменични извор  $e = 10 \cos 100\pi t$  (V) (слика). Јачина струје у колу је  $i = \frac{e_0}{R} \cos 100\pi t$ . Одредити амплитуду напона на облогама кондензатора.

118. Завојница индуктивности  $L$  и термогоног отпора  $50 \Omega$  везана је редно са кондензатором капацитета  $C$ . При мерењу импедансе ове везе установљено је да је она већа од фреквенције од  $1 \text{ kHz}$ . Одредити индуктивност кадема и капацитет кондензатора ако је при фреквенцији  $4 \text{ kHz}$  импеданса кола  $130 \Omega$ .

119. У колу приказано на слици укључен је извор променљиве ЕМС  $e = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$  (слица), где амплитуда  $\mathcal{E}_0$  износи  $2 \text{ V}$ . Наћи резонантну амплитуду напона на кондензатору ако је познато да је она већа од амплитуде ЕМС онолико пута колико је индуктивни или капацитивни отпор при резонанцији већи од термогоног отпора. Резонантна фреквенција кола је  $0,1 \text{ MHz}$ , индуктивност кадема  $1 \text{ mH}$ , термогоног отпор кола  $3 \Omega$ .



Сл. уз зад. 119



Сл. уз зад. 123

120. Кроз редно  $RLC$  коло протиче струја ефективне вредности  $5 \text{ A}$ . Коло је прикључено на ефективни напон од  $90 \text{ V}$ . Ако је активни отпор  $9 \Omega$ , одредити фазну разлику струје и напона.

121. У серијском  $RLC$  колу укупни ефективни напон је  $120 \text{ V}$ , а ефективна струја  $2,4 \text{ A}$ . Активна снага у колу је  $200 \text{ W}$  при учестаности  $50 \text{ Hz}$ . Ако је  $X_L = 2X_C$ , одредити активни отпор, капацитет и индуктивност кола.

122. Редно  $RLC$  коло кроз које протиче наименична струја прикључено је на напон  $U_e = 200 \text{ V}$ . Ако је фреквенција струје  $100 \text{ Hz}$ , ефективна струја има максималну вредност  $I_{e, \text{max}} = 20 \text{ A}$ . Одредити: а) термогоног отпор у колу; б) активну снагу, ако је фреквенција струје у колу  $50 \text{ Hz}$ . Коefицијент самондукције кадема је  $100 \text{ mH}$ .

123. Крајњи кола  $ab$  на слици прикључени су на наименични извор ефективног напона  $130 \text{ V}$  и фреквенције  $60 \text{ Hz}$ . Ако је  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 3 \Omega$ ,  $X_L = 8 \Omega$  а  $X_C = 3 \Omega$ , одредити:

- јачину (ефективне) струје у колу;
- напон између тачака  $a$  и  $c$ ;
- напон између тачака  $c$  и  $d$ ;
- активну и реактивну снагу кола;
- резонантну фреквенцију кола.

124. Калем индуктивности  $3,59 \text{ mH}$  и термогоног отпорник од  $12 \Omega$  везани су редно са кондензатором  $C$  и прикључени на наименични напон ефективне вредности

$12 \text{ V}$  и фреквенције  $600 \text{ Hz}$ . Одредити капацитет кондензатора тако да активна снага у колу буде за  $30\%$  већа од реактивне снаге. Колике су тада импеданса и активна снага? Термогоног отпор кадема је занемарљив.

## 3.2. Генератори и трансформатори

125. Генератор фреквенције  $15000 \text{ Hz}$  и ефективног напона на прикључицима  $300 \text{ V}$  спојен је са колом у коме су серијски везани кондензатор од  $0,05 \mu\text{F}$ , отпор од  $1 \Omega$  и калем променљиве индуктивности и занемарљивог отпора.

а) За коју вредност коефицијента самондукције кроз коло протиче максимална струја?

б) Колика је та струја?

126. На електричној нећи су подаци:  $2 \text{ kW}$ ,  $220 \text{ V}$ . Фазни напон електричне централе (сној генератора у звезду) је  $220 \text{ V}$ . Колика је јачина струје у електричној нећи:

а) ако је прикључимо исправно;

б) ако је прикључимо на линијски напон те централе?

127. Примар неког трансформатора има  $1000$  навојака танке жице, а секундар  $25$  навојака.

а) Колики је напон на крајевима секундара ако се примар прикључи на градску мрежу напона  $220 \text{ V}$ ? Љубици су занемарљиви.

б) Ако је јачина струје у примару  $1 \text{ A}$ , колика је струја у секундару?

128. Одредити степен корисног дејства трансформатора ако је примар прикључен на напон од  $220 \text{ V}$ , при чему кроз њега протиче струја од  $2 \text{ A}$ . Кроз секундар протиче струја од  $18 \text{ A}$ , а напон на његовим крајевима је  $18 \text{ V}$ .

129. Ако се примар трансформатора укључи на наименични извор, на крајевима секундара појављује се напон  $13,2 \text{ V}$ , а када се на исти извор прикључи секундар, на крајевима примара појављује се напон од  $120 \text{ V}$ . Одредити однос броја намотаја примара и секундара. Љубици су занемарљиви.

130. Трансформатор је употребљен за преносење електричне снаге на даљину. Примар је везан у електрично коло централе, а за секундар су везани проводници далековода. Колико пута ће се смањити губици електричне снаге због загревања жица далековода ако се напон на секундару повећа хиљаду пута? У оба случаја се преноси иста снага.

131. Колика је ефективна јачина струје  $I_1$  у примарном калему и  $I_2$  у секундарном калему трансформатора ако је он прикључен на напон од  $3000 \text{ V}$ ? Однос броја навојака примара и секундара је  $150 : 11$ , а трансформатор троши привидну снагу  $10 \text{ kW}$ .

### 3.3. Разни задаци

132. Неонска лампа је прикључена на наизменични извор фреквенције 50 Hz. Волтметар прикључен за крајеве лампе показује 120 V.

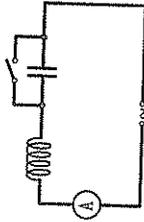
а) Одреди време колико светли лампа у сваком полупериоду ако се она нали и гаси при напону од 84 V.

б) Колико времена ће у току једног минута горети лампа?

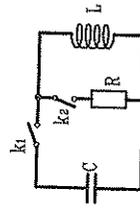
133. Део струјног кола чине термогени отпорник од 500  $\Omega$  и калем коефицијента самоиндукције 0,5 H ( $R = 0$ ), који су везани редно. Кроз коло протиче струја  $i = 0,5 \sin \omega t$  (A). Одреди фреквенцију наизменичне струје ако је амплитуда напона на отпорнику три пута већа него на калему. Колики је напон на крајевима датог дела кола после 612,3 ms од тренутка укључивања?

134. Кондензатор капацитета 10  $\mu\text{F}$  и отпорник од 200  $\Omega$  везани су редно и прикључени на градску мрежу ефективног напона 100 V и фреквенције 60 Hz. При распаду енергетског система дошло је до поремећаја у напајању потрошача, услед чега је напон градске мреже опао за 10%, а фреквенција се смањила за 5%. Колико се процентуално променила јачина ефективне струје у датом колу?

135. За крајеве кола (слика) прикључен је извор наизменичног напона ефективне вредности 120 V и фреквенције 330 Hz. Капацитет кондензатора је подешен тако да је струја коју показује амперметар иста при отвореном и затвореном прекидачу и износи 4 A. Колики су индуктивност и термогени отпор калема ако је кондензатор подешен на 10  $\mu\text{F}$ ?



Сл. уз зад. 135



Сл. уз зад. 136

136. Део кола састоји се из отпорника и индуктивног калема који су паралелно везани и прикључени на наизменични напон. Њихови отпори су респективно 60  $\Omega$  и 80  $\Omega$ .

а) Колики је отпор контуре?

б) Колики ће бити отпор контуре ако се отпорник замени кондензатором чија је отпорност једнака отпору отпорника?

137. Колику снагу треба предавати колу да би се у њему одржавале непритушене осцилације, при којима је максимална вредност напона на кондензатору 0,5 V? У колу се налази калем индуктивности 0,3 mH и кондензатор капацитета 20  $\mu\text{F}$ . Отпор кола је 1  $\Omega$ .

138. Плоче кондензатора  $C$  су наелектрисане до напона  $U_0$ , па је укључен прекидач  $K_1$  (слика). У тренутку када струја у калему достигне максималну вредност, истовремено се укључи прекидач  $K_2$ , а искључи  $K_1$ . Одреди максималну вредност напона на отпору.

139. Да би се одредио број навојака у примару и секундару неког трансформатора који напон од 220 V смањује на 20 V, намота се на секундар додатних 10 навојака и при томе измери на крајевима секундара напон од 22 V. Одреди број навојака у примару и секундару.

140. Електрична снага се преноси на даљину тако што се у електрани помоћу трансформатора повиси напон неколико хиљада пута и тако се струја високог напона преноси далеководима до потрошача, где постоји други трансформатор који снижава напон на потребну вредност.

Ако је снага коју развија електрана 6 kW, а напон на секундару првог трансформатора 20 kV, и ако се електрична снага преноси бакарним проводницима на растојање 50 km, колико навојака треба да има секундар другог трансформатора? Број навојака примара другог трансформатора је 4000, а напон на његовом секундару треба да је 200 V. Попречни пресек проводника од бабра је 0,5 cm<sup>2</sup>, а специфични отпор 1,78  $\mu\Omega$  cm. Губици у трансформаторима су занемарљиви.

141. Губици снаге у трансформатору су 8%. Ако је примарни калем прикључен на напон од 150 V, кроз њега протиче струја јачине 2 A. Колики је напон на секундару ако кроз потрошач протиче струја 0,1 A?

## 4. МЕХАНИЧКИ ТАЛАСИ

### 4.1. Брзина и енергија таласа

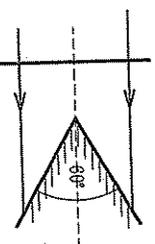
142. а) Колика је брзина таласа чија је таласна дужина 4 m а фреквенција 80 Hz?  
 б) Наћи таласну дужину таласа фреквенције 500 Hz ако је његова брзина простирања 300 m/s.
143. Два таласа фреквенција 500 Hz и 1800 Hz простире се кроз ишту средину. Како се односе њихове таласне дужине?
144. Одредити најбраће растојање у правцу кретања таласа између две честице које се налазе у истој фази осциловања. Брзина таласа је 330 m/s а фреквенција осциловања 300 Hz.
145. Наћи брзину трансверзалног таласа кроз затегнуту жицу:  
 а) густине 8500 kg/m<sup>3</sup>, на коју делује нормални напон од 11 · 10<sup>10</sup> N/m<sup>2</sup>,  
 б) линеарне густине 4 · 10<sup>-3</sup> kg/m и силе затезања 36 N.
146. Коликом снагом је затегнута жица дужине 1 m, масе 5 g, ако се кроз њу простире талас брзином 100 m/s?
147. Одредити брзину лонгитудиналних таласа кроз воду. Запремински модул еластичности за воду је 2,1 · 10<sup>9</sup> N/m<sup>2</sup> а густина 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>.
148. Колика је Јунгов модул еластичности за челик ако је брзина простирања лонгитудиналних таласа кроз вета 5500 m/s а густина челика 7,85 · 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>?
149. Пригисак гаса је 10<sup>5</sup> Pa а његова густина 1,2 kg/m<sup>3</sup>. Ако је однос моларних специфичних топлота при сталном притиску и сталној запремини 1,4, наћи брзину таласа кроз гас.
150. Наћи брзину простирања таласа кроз ваздух. Моларна маса ваздуха је 29 · 10<sup>-3</sup> kg/mol, Посонов коефицијент 1,4, универзална гасна константа 8,3 J/K mol, а температура: а) 300 K; б) 0 K.
151. а) Одредити моларну масу идеалног гаса температуре 250 K ако се кроз њега простире талас брзином 340 m/s ( $\gamma = 1,67$ ,  $R = 8,3 J/K mol$ )  
 б) Колика је однос брзина простирања таласа кроз гас на температурама  $t_1 = 25^\circ C$  и  $t_2 = 0^\circ C$ .
152. Колика је запреминска густина енергије таласа фреквенције 500 Hz и амплитуде 5 · 10<sup>-2</sup> m који се простире кроз средину густине 2 · 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>?
153. Наћи интензитет таласа таласне дужине 0,3 m, фреквенције осциловања 500 Hz и амплитуде 2 cm. Талас се простире кроз средину густине 1,5 kg/m<sup>3</sup>.
154. Колику енергију у јединици времена преноси талас интензитета 3 kW/m<sup>2</sup> кроз површину од 3 m<sup>2</sup>?

### 4.2. Једначина таласа

155. Једначина равног таласа има облик  $x = 20 \cos 2\pi(5t - 4y)$  (све јединице су у SI). Наћи таласну дужину, период осциловања и брзину таласа.
156. Једначина равног таласа има облик  $x = 2 \cdot 10^{-2} \cos(\omega t - 6y)$  (све јединице су у SI). Упоредити максималну брзину осциловања честице са брзином простирања таласа.
157. Извор равног таласа осцигује с амплитудом 2 cm и периодом  $T$ . Колика је елонгација тачке удаљене од извора  $\frac{1}{4}$  таласне дужине у тренутку  $t = \frac{3}{4} T$  од почетка осциловања?
158. Одредити елонгацију осциловања честице средине која се налази на растојању 50 m од извора равног таласа 2 s од почетка осциловања. Осцилације извора имају фреквенцију 300 Hz, а амплитуду 5 · 10<sup>-2</sup> m. Брзина простирања таласа кроз воду средину је 300 m/s.
159. На ком најмањем растојању од извора равног таласа таласне дужине 6 m и брзине простирања 320 m/s елонгација износи половину амплитуде 3 s од почетка осциловања извора?
160. После колико најмање времена ће тачка  $M$  на растојању 100 m од извора равног таласа који осцигује по закону  $x = 2 \cdot 10^{-2} \cos 50\pi t$  (изражено у SI) бити удаљена од равнотежног положаја за 2 cm? Брзина таласа је 300 m/s.
161. Дуж затегнуте жице површине попречног пресека 1 mm<sup>2</sup> и густине 7800 kg/m<sup>3</sup> простире се трансверзални талас чија је једначина
- $$x = 0,002 \cos \pi(10^3 t - 0,5y)$$
- где су све величине дате у јединицама SI. Одредити:  
 а) фреквенцију таласа;  
 б) таласну дужину таласа;  
 в) максималну брзину осциловања честица;  
 г) снагу затезања жице.

### 4.3. Одбијање, преламане и интерференција таласа

162. У води се налази препрека великих димензија. На препреку стиже раван талас (слика) и одбија се од ње. Колика ће бити угао међу одбијеним таласима ако је угао препрене 60°?



Сл. у3 зад. 162

163. При кретању кроз ваздух талас највеће под углом од  $10^\circ$  на равну површину воде. Колики је преломни угао ако је брзина таласа у ваздуху  $340 \text{ m/s}$ , а у води  $1400 \text{ m/s}$ ?

164. Талас пада на мирну површину воде и прелама се под углом  $42^\circ$ . Колики је упадни угао таласа ако је брзина таласа у ваздуху  $330 \text{ m/s}$ , а у води  $1650 \text{ m/s}$ ?

165. На граничној површи две средине талас се делом одбија под углом  $60^\circ$ , а делом прелама под углом  $30^\circ$ . Наћи брзину преломљеног таласа ако је брзина упадног  $500 \text{ m/s}$ .

166. Талас таласне дужине  $60 \text{ cm}$  простире се кроз средину брзином  $350 \text{ m/s}$ , налази на граничну површ и прелази у средину где му је брзина простирања  $1750 \text{ m/s}$ . Колики је таласна дужина таласа у тој средини?

167. Пута разлика два таласа који интерферују на месту петог максимума износи  $40 \text{ cm}$ . Одредити таласну дужину тих таласа.

168. Два извора на међусобном растојању од  $0,2 \text{ m}$  емитују таласе таласне дужине  $0,03 \text{ m}$ . На растојању  $L$  много већем од међусобног растојања извора добија се интерференциона слика. Одредити угао  $\alpha$  под којим се у односу на централни максимум добија максимум четвртог реда.

169. У жици дужине  $1 \text{ m}$  затегнутој силом  $2 \text{ kN}$  формира се стојећи талас најмање фреквенције. Како и колико пута треба променити силу затезања, да би се у жици формирао талас чија би фреквенција била једнака фреквенцији другог хармоника пре промене силе затезања?

#### 4.4. Разни задаци

170. Површином воде простире се талас таласне дужине  $30 \text{ m}$ . Посматрач на обали региструје долазак до обале два брега таласа у размаку од  $5 \text{ s}$ . Колики је брзина простирања таласа?

171. Површином воде простире се талас. Посматрач на обали региструје за време од  $30 \text{ s}$  пристизање  $16$  брегова таласа. Ако је брзина простирања таласа  $20 \text{ m/s}$ , одредити њихову таласну дужину.

172. Талас на слици стигао је од  $A$  до  $B$  за  $2 \text{ s}$ . Колики је фреквенција осциловања?



Слика уз зад. 172

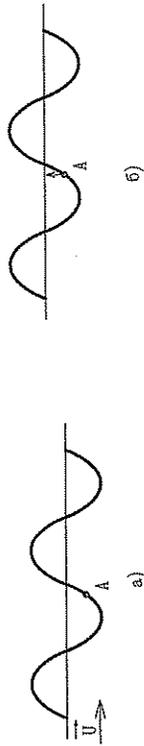
173. Брзина простирања таласа фреквенције осциловања  $10 \text{ Hz}$ , кроз неку средину је  $20 \text{ m/s}$ . Наћи фазну разлику две тачке међусобно удаљене  $0,5 \text{ m}$ .

174. Две честиче средине у праву простирања таласа осцилују са фазном разликом  $2\pi/3$ . Честиче се налазе на растојању  $20 \text{ m}$  и  $30 \text{ m}$  од извора периода осциловања  $0,1 \text{ s}$ . Одредити брзину таласа.

175. На сликама су представљени трансверзални таласи.

а) Одреди смер брзине тачке  $A$  на слици а).

б) Одреди смер простирања таласа ако честича  $A$  има смер кретања као на слици б).



Сл. уз зад. 175

176. Челична сајла дужине  $50 \text{ m}$  и масе  $30 \text{ kg}$  затегнута је силом од  $3000 \text{ N}$ . Колико времена је потребно да трансверзални талас изазван на једном крају стигне до другог краја и врати се назад?

177. Идеалан гас густине  $1,2 \text{ kg/m}^3$  налази се под притиском  $10^5 \text{ Pa}$ . Кроз њега се простире раван талас, при чему је најмање растојање између две честиче у амплитудном положају са супротним смером осциловања  $6,5 \text{ m}$ . Одредити фреквенцију осциловања.

178. Помоћу ехо-лота мери се дубина мора тако што се измери време потребно да сигнал емитован са брода у виду лонгитудиналног таласа стигне до дна мора и назаг. Ако је густина морске воде  $1,12 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , запремински модул стипљивости  $2,2 \text{ GN/m}^2$ , а измерено време помоћу ехо-лота  $2 \text{ s}$ , колика је дубина мора на том месту?

179. Раван талас таласне дужине  $60 \text{ m}$  простире се брзином  $100 \text{ m/s}$ . Честича  $A$  на растојању  $180 \text{ m}$  од извора таласа налази се на растојању  $2 \text{ cm}$  од равнотежног положаја  $6 \text{ s}$  од почетка осциловања извора. Колики је у том тренутку елонгација честиче  $B$  која се налази на растојању  $200 \text{ m}$  од извора таласа?

180. Лонгитудинални талас се простире кроз ваздух. У једном тренутку је елонгација једне тачке погођене таласом  $0,06 \text{ mm}$ , а њена брзина  $5 \text{ cm/s}$ , а друге тачке  $0,1 \text{ mm}$  и  $3 \text{ cm/s}$ . Одредити амплитуду осциловања честича погођених таласом. Промена амплитуде са удаљењем од извора је занемарљива.

181. Прелазећи из једне средине у другу талас повећа таласну дужину за  $0,3 \text{ m}$ . За колико се промени његова брзина простирања? Фреквенција таласа је  $500 \text{ Hz}$ .

182. Два кохерентна тачкаста извора таласа налазе се на растојању од  $30 \text{ cm}$ . Извори осцилују у фази. Колики треба да буде најмања фреквенција извора, да би тачка  $A$  која је удаљена  $1,5 \text{ m}$  од другог извора мировала? Тачка лежи на правој која спаја тачкасте изворе (слика). Брзина таласа је  $400 \text{ m/s}$ .

## 5. АКУСТИКА

### 5.1. Извори звука

183. Одредити граничне таласне дужине звука ако се он кроз ваздух простире брзином од 330 m/s.
184. Одредити:
- максималну таласну дужину ултразвучног таласа чија је брзина простирања 330 m/s;
  - брзину простирања ултразвучног таласа кроз вакуум.
185. Звучни талас се простире кроз воду брзином 1450 m/s. Колика је модул еластичности за воду? Густина воде је  $10^3 \text{ kg/m}^3$ .
186. Челична жица дужине 1 m и масе 4 g затегнута је силом од 10 N. Одредити фреквенцију прва два хармоника.
187. Коликом силом је затегнута челична жица дужине 20 cm и масе 2 g која даје звук чији први хармоник има фреквенцију 150 Hz?
188. Жица дужине 50 cm даје основни тон фреквенције 240 Hz. Колика је минимална фреквенција тона када се ова жица, при непромењеној сили затезања, скрати за 20 cm?
189. Ако се затегнута жица скрати за 0,1 m, њена основна фреквенција се повећа 1,5 пута. Израчунати првобитну дужину жице под претпоставком да је сила затезања жице иста у оба случаја.
190. Ваздушни стуб затворен на оба краја даје звук чији први хармоник има фреквенцију 500 Hz. Одредити дужину овог стуба ако је брзина простирања звука 330 m/s.
191. Дужина ваздушног стуба затвореног на оба краја је 0,5 m. Он даје звук чији други хармоник има фреквенцију 680 Hz. Одредити температуру ваздуха ( $\gamma = 1,4$ ;  $R = 8,3 \text{ J/K mol}$ ;  $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ).
192. Одредити брзину простирања звука кроз ваздушни стуб:
- дужине 0,2 m, затворен на једном крају, ако осцилује основном фреквенцијом од 400 Hz;
  - дужине 0,6 m, отворен на оба краја, чији трећи хармоник има фреквенцију 800 Hz.
193. Ваздушни стуб отворен на оба краја даје звук основне фреквенције 400 Hz. Колика је фреквенција првог хармоника (основног тона) ако се он затвори:
- на једном крају;
  - на оба краја?

194. Колика је фреквенција основног тона који даје еластичан штап учвршћен на једном крају? Дужина штапа је 80 cm а брзина простирања звука кроз нега 3600 m/s.

195. Вакарни штап дужине 1 m, учвршћен на једном крају, даје звук чији први хармоник има фреквенцију 800 Hz. Одредити модул еластичности штапа ако је његова густина  $8,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

196. Одредити дужину металног штапа учвршћеног на средини који даје звук основне фреквенције 500 Hz. Југов модул еластичности за штап је  $7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  а густина  $2800 \text{ kg/m}^3$ .

197. Метални штап дужине 1 m, учвршћен у тачкама А и В чије растојање од крајева штапа износи 0,25 m, емитује звучни талас. Колика је фреквенција основног тона ако је брзина звука кроз штап 5500 m/s?

### 5.2. Јачина звука

198. Интензитет звука на растојању 10 m од извора звука износи  $10^{-6} \text{ W/m}^2$ . Колика је интензитет на растојању 100 m од извора?
199. На растојању  $r_1$  од извора интензитет звука је  $I_1$ . Колико пута мора да се повећа ово растојање да би интензитет ослабио четврти пута?
200. Објективна јачина звука износи  $10^{-8} \text{ W/m}^2$ . Колика је субјективна јачина?
201. Ако се субјективна јачина звука смањи за 40 dB, колико пута се смањи објективна јачина?
202. Субјективна јачина звука авионског мотора је 100 dB. Колика је субјективна јачина звука који производи 10 таквих авиона?
203. Субјективна јачина звука на извесном растојању од тачкастог извора износи 20 dB. На колико пута већем растојању од извора људско ухо неће регистровати овај звук?
204. Код прозора је ниво буке ултличног саобраћаја 50 dB. Отвор прозора има димензије  $1,5 \times 2$  (у метрима). Колика звучна снага улази кроз прозор?
205. Звук исте фреквенције стиже из два звучна извора. Пријемник региструје да је разлика у субјективној јачини ова два звучна таласа 20 dB. Колика је однос амплитуда ова два таласа ( $L_1 > L_2$ )?
- 5.3. Доплеров ефекат
206. Воз емитује звук фреквенције 500 Hz. Колика је фреквенција коју чује путник на станици којој се воз приближава брзином 36 km/h? Брзина звука је 330 m/s.

207. Воз се удаљава из станице брзином  $15 \text{ m/s}$  и при томе емитије звук фреквенције  $\nu_0$ . Путник на станици то региструје као звук фреквенције  $600 \text{ Hz}$ . Колико је  $\nu_0$  (брзина звука је  $330 \text{ m/s}$ )?
208. Звучни извор емитије звук фреквенције  $1100 \text{ Hz}$ . Брзина звука је  $330 \text{ m/s}$ . Колику фреквенцију чује слушалац који се: а) приближава извору брзином  $30 \text{ m/s}$ ; б) удаљава од извора брзином  $30 \text{ m/s}$ ?
209. Коликом брзином би требало да се слушалац приближава звучном извору да би се фреквенција пријемног звука повећала  $1,5$  пута?
210. Аутомобил, крећући се ка непокретној препреци, емитије звук фреквенције  $5000 \text{ Hz}$ . Истовремено региструје одбијене звучне таласе фреквенције  $6000 \text{ Hz}$ . Колика је брзина аутомобила? Брзина звука је  $330 \text{ m/s}$ .
211. Аутомобил се креће по правом путу брзином  $72 \text{ km/h}$ . За њим иде другли аутомобил брзином  $108 \text{ km/h}$  емитијући звучни сигнал фреквенције  $900 \text{ Hz}$ . Колику фреквенцију чују путници првог аутомобила? Брзина звука у ваздуху је  $330 \text{ m/s}$ .
212. Поред непокретног посматрача прође аутомобил брзином  $108 \text{ km/h}$  са укљученом сиреном. Колико пута се промени фреквенција звука коју чује посматрач? Брзина звука у ваздуху је  $330 \text{ m/s}$ . Резултат изразити у процентима.
213. Таласна дужина звука у ваздуху температуре  $17^\circ \text{C}$  је  $0,2 \text{ m}$ . Колика је брзина звука исте фреквенције у средини где му је таласна дужина  $0,9 \text{ m}$ ? ( $M = 29 \text{ g/mol}$ )
214. Како се односе брзине звука у водоник и хелијуму? Температуре гаса су једнаке.
215. Камен се пусти да слободно пада са ивице бунара. Звук удара камена о површину воде стигне до посматрача за  $2 \text{ s}$  од тренутка пуштања камена. На којој дубини је ниво воде у бунару? Брзина звука у ваздуху је  $330 \text{ m/s}$ .
216. Колико пута се промени фреквенција основног тона затегнуте жице ако се њена дужина и сила затезања повећају за  $44\%$ ?
217. Колика мора бити минимална дужина ваздушног стуба затвореног са једног краја да би дошао у резонанцију са звуком фреквенције  $300 \text{ Hz}$ ? Температура ваздушног стуба је  $17^\circ \text{C}$ .
218. Дужина ваздушног стуба затвореног на једном крају је  $40 \text{ cm}$ . Одреди вредност могућих сопствених фреквенција мањих од  $1500 \text{ Hz}$  ако је температура ваздуха  $310 \text{ K}$ .

219. Сталена цев дужине  $1 \text{ m}$  напуњена је водом. На доњем крају цеви постављена је славина кроз коју почне да цури вода. На горњем крају цеви укључи се звучни извор. Кад ниво воде у цеви спадне на  $80 \text{ cm}$ , долази до резонанције ваздушног стуба. Одреди следећи ниво воде кад долази до резонанције.
220. Штап дужине  $2 \text{ m}$ , учвршћен на средини, побуђен је да осцилује. Наћи број сопствених фреквенција спољних таласа у њему и њихову вредност у распону  $2 \text{ kHz}$  и  $4 \text{ kHz}$ . Јунгов модул еластичности штана је  $10^{10} \text{ N/m}^2$ , а густина  $2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .
221. Метални штап дужине  $1 \text{ m}$ , учвршћен у тачкама  $A$  и  $B$  чије растојање од крајева штала износи  $0,25 \text{ m}$ , емитије звук. Колике су фреквенције другог и трећег хармоника ако је брзина звука кроз штап  $5500 \text{ m/s}$ ?
222. Слушалац се налази на растојању  $200 \text{ m}$  од извора звука и региструје звук јачине  $90 \text{ dB}$ . За колико мора да се примахне извору да би регистровао звук јачине која одговара граници бола ( $130 \text{ dB}$ )?
223. Субјективна јачина звука једног извора коју региструје слушалац је  $100 \text{ dB}$ . Укључивањем још једног извора субјективна јачина коју региструје слушалац повећа се за  $20 \text{ dB}$ . Колика је субјективна јачина коју би регистровао слушалац да је укључен само други извор?
224. Којом брзином се пријемник удаљава од извора звука ако фреквенција коју чује износи  $99\%$  фреквенције коју емитије извор? Брзина звука у ваздуху је  $330 \text{ m/s}$ .
225. Бродска сирена емитије тон фреквенције  $300 \text{ Hz}$ . Талас наилази на вертикалну стenu, одбија се и стигне до брода. Капетан брода региструје фреквенцију од  $310 \text{ Hz}$ . Колико је удаљена стена ако броду треба  $2 \text{ min}$  да стигне до ње крећући се сталном брзином? Брзина звука је  $330 \text{ m/s}$ .
226. Воз се креће брзином  $72 \text{ km/h}$ . Звучни извор удаљен од пруге на растојању једнаком половини дужине композиције воза емитије звучне сигнале фреквенције  $1000 \text{ Hz}$ . Које фреквенције чују посматрачи  $A$  и  $B$  на почетку и крају композиције у моменту кад се средина композиције налази најближе извору. Брзина звука је  $330 \text{ m/s}$ .

## 6. ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИ ТАЛАСИ

227. Наћи брзину равнот електромагнетног таласа кроз стакло чија је релативна магнетна пропустљивост 1 а релативна диелектрична пропустљивост 6.
228. Брзина проспирања равнот електромагнетног таласа кроз воду износи  $\frac{c_0}{9}$  (со је брзина ЕМ таласа кроз вакуум). Колика је релативна диелектрична пропустљивост воде? Релативна магнетна пропустљивост за воду је  $\mu_r \approx 1$ .
229. Како се промени брзина равнот електромагнетног таласа при преласку из воде у лед? Релативне диелектричне пропустљивости за воду и лед су, респективно, 81 и 3,2. Релативна магнетна пропустљивост за обе супстанције је 1.
230. Раван електромагнетни талас се кроз воду проспире 3,7 пута мањом брзином него кроз стакло. Одредити релативну магнетну пропустљивост стакла ако је њена вредност за воду једнака 1. Релативна диелектрична пропустљивост за воду и стакло је, респективно, 81 и 6.
231. Интензитет равнот електромагнетног таласа који се проспире кроз вакуум је  $50 \text{ W/m}^2$ . Колика притисак врши овај талас на површ нормалну на правал осциловања ако га она: а) потпуно апсорбује; б) потпуно рефлектује?
232. Проспирући се кроз вакуум, раван електромагнетни талас врши притисак од  $8 \text{ nPa}$  на нормалну површ која га потпуно апсорбује. Наћи интензитет овог таласа.
233. Раван електромагнетни талас пада нормално на површ која га потпуно рефлектује. Ако је интензитет таласа  $10 \text{ W/m}^2$ , а притисак на површ  $120 \text{ nPa}$ , наћи брзину таласа кроз ову средину.
234. Интензитет равнот електромагнетног таласа који се проспире кроз вакуум и пада нормално на површ чији је коефицијент рефлексије  $0,5$  је  $20 \text{ W/m}^2$ . Колика притисак врши талас на ову површ?

## 7. ТАЛАСНА ОПТИКА

### 7.1. Интерференција светлости

235. Два кохерентна светлосна таласа таласне дужине  $\lambda = 500 \text{ nm}$  интерферирју. У тачки у којој настаје интерференциони максимум њихова путна разлика износи  $\Delta x = 1000 \text{ nm}$ . Колика је разлика фаза међу њима?
236. Колика је таласна дужина кохерентних светлосних таласа ако путној разлици од  $2,4 \mu\text{m}$  у тачки где настаје конструктивна интерференција одговара фазна разлика од  $8\pi$ ?
237. Путна разлика два кохерентна светлосна таласа у тачки  $P$  на заклопу у којој настаје максимум трећег реда износи  $\Delta x = 1800 \text{ nm}$ . Колика је таласна дужина ових таласа?
238. Колика је путна разлика два кохерентна светлосна таласа, таласне дужине  $400 \text{ nm}$ , у тачки  $P$  на заклопу где настаје максимум другог реда?
239. У Јунговом експерименту интерференциони максимуми другог реда налазе се под углом од  $0,03^\circ$  у односу на централни максимум. Расстојање између отвора на заклопу је  $d = 2 \text{ mm}$ . Одредити таласну дужину светлости. (Узети  $\sin 0,03^\circ \approx 5,24 \cdot 10^{-4}$ .)
240. Колика је расстојање између два прореза на заклопу на који пада светлост таласне дужине  $600 \text{ nm}$  ако се праве, које спајају максимуме трећег реда са прорезима са одговарајуће стране, секу под углом од  $6^\circ$ ?
241. У Френеловом експерименту расстојање између ималнаричних извора је  $d = 1,5 \text{ mm}$ , а њихова удаљеност од заклона  $L = 10 \text{ m}$ . Колико је међусобно расстојање два суседна интерференциона максимума ако се користи светлост таласне дужине  $\lambda = 450 \text{ nm}$ ?
242. Расстојање ималнаричних извора у Френеловом експерименту је  $0,5 \text{ mm}$  а њихово расстојање од заклона где настаје интерференциона слика  $10 \text{ m}$ . На коликом расстојању од централног максимума се налазе максимуми трећег, петог и шестог реда? Извори дају светлост таласне дужине  $550 \text{ nm}$ .
243. Расстојање два суседна интерференциона максимума на заклопу у Јунговом експерименту износи  $2 \text{ mm}$ . Ако је заклон удаљен  $6 \text{ m}$  од извора кохерентне светлости таласне дужине  $650 \text{ nm}$ , одредити размак између извора.
244. Ако се расстојање заклона од извора у Јунговом експерименту смањи  $1,5$  пута, колико пута ће се смањити расстојање између суседних интерференционих максимума?
245. За колико се повећа расстојање између суседних интерференционих максимума у Јунговом експерименту ако се уместо светлости таласне дужине  $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$

користи светлост таласне дужине  $\lambda_2 = 650 \text{ nm}$ ? Расстојање између извора светлости је  $2 \text{ mm}$  а њихово растојање од заклона  $10 \text{ m}$ .

246. Расстојање између суседних интерференционих максимума у Јунговом експерименту повећа се за  $1 \text{ mm}$  ако се уместо светлости таласне дужине  $500 \text{ nm}$  употреби светлост таласне дужине  $\lambda_e$ . Колико је  $\lambda_e$  ако је заклон удаљен од извора  $10 \text{ m}$ ? Међусобно растојање извора је  $1,1 \text{ mm}$ .

## 7.2. Дифракција светлости

247. Светлост таласне дужине  $530 \text{ nm}$  пада нормално на отвор ширине  $5 \mu\text{m}$ . Одредити угао под којим се види максимум првог реда.

248. Монохроматска светлост пада на отвор ширине  $4 \mu\text{m}$  под углом од  $90^\circ$ . Максимуми другог реда виде се под углом од  $15^\circ$ . Колика је таласна дужина светлости?

249. Нормално на отвор ширине  $4 \mu\text{m}$  пада монохроматска светлост таласне дужине  $550 \text{ nm}$ . Под којим углом се види дифракциони минимум првог реда?

250. Нормално на отвор ширине  $4 \mu\text{m}$  пада монохроматска светлост таласне дужине  $560 \text{ nm}$ . Колика је ширина главног максимума на заклону удаљеном  $1 \text{ m}$  од отвора?

251. На пластичној фолији ширине  $2 \text{ cm}$  нането је  $2000$  зареза. Колика је константа ове дифракционе решетке?

252. Нормално на дифракциону решетку константе  $d = 4 \mu\text{m}$  пада монохроматска светлост таласне дужине  $\lambda = 520 \text{ nm}$ . Под којим углом се виде дифракциони максимуми другог и трећег реда?

253. На дифракциону решетку под углом од  $90^\circ$  пада монохроматска светлост таласне дужине  $500 \text{ nm}$ . Дифракциони максимум другог реда види се под углом од  $30^\circ$ . Колика је константа ове решетке?

254. Нормално на дифракциону решетку пада монохроматска светлост таласне дужине  $600 \text{ nm}$ . Дифракциони максимум првог реда види се под углом од  $11^\circ$ . Колико има зареза по  $1 \text{ mm}$  ширине ове решетке?

255. На дифракциону решетку пада светлост таласне дужине  $589 \text{ nm}$  под углом од  $90^\circ$ . Спектар трећег реда види се под углом  $10^\circ 11'$ .

а) Колика је константа решетке?

б) Колико има прореза на дужини од  $1 \text{ cm}$ ?

в) Колики је највиши ред спектра који се може видети овом решетком? (Узети  $\sin 10^\circ 11' \approx 0,177$ .)

256. Светлост таласне дужине  $550 \text{ nm}$  пада нормално на дифракциону решетку константе  $1,5 \mu\text{m}$ . Наћи укупан број дифракционих максимума које даје ова решетка.

257. На дифракциону решетку која има  $400$  зареза по  $1 \text{ mm}$ , пада нормално монохроматска светлост таласне дужине  $600 \text{ nm}$ . Одредити:

а) укупан број дифракционих максимума;

б) угао под којим се види максимум највишег реда.

258. Светлост таласне дужине  $600 \text{ nm}$  пада на дифракциону решетку под углом од  $90^\circ$ . Колика мора бити константа ове решетке да би се њом могао добити максимум четвртог реда?

259. Нормално на дифракциону решетку пада светлост таласне дужине  $\lambda_1 = 650 \text{ nm}$ , при чему се дифракциони максимум другог реда види под углом од  $45^\circ$ . Ако се уместо ове светлости користи светлост таласне дужине  $\lambda_2 = 500 \text{ nm}$  под istim условима, под којим углом ће се видети дифракциони максимум трећег реда?

260. Нормално на дифракциону решетку константе  $2 \mu\text{m}$  пада монохроматска светлост таласне дужине  $500 \text{ nm}$ . Укупан број зареза ове решетке је  $10\,000$ . Колика је угаона ширина главног максимума?

261. На дифракциону решетку дужине  $2 \text{ cm}$  пада монохроматска светлост таласне дужине  $500 \text{ nm}$ . Колика је угаона ширина главног максимума? Светлост пада нормално на раван решетке.

262. Светлост таласне дужине  $700 \text{ nm}$  пада нормално на дифракциону решетку константе  $2,5 \mu\text{m}$  која има укупно  $10\,000$  зареза. Наћи:

а) угаону ширину главног максимума;

б) моћ разлагања у спектру највишег реда.

263. На дифракциону решетку ширине  $6,5 \text{ cm}$  која има  $200$  зареза по  $1 \text{ mm}$  пада нормално светлост која се састоји из две компоненте блиске по таласној дужини. Једна има  $\lambda = 670,8 \text{ nm}$  а друга се разликује за  $\Delta\lambda = 0,015 \text{ nm}$ . Одредити у ком реду спектра ће ове линије бити раздвојене.

## 7.3. Поларизација светлости

264. Неполаризована светлост интензитета  $5 \text{ W/m}^2$  пролази кроз поларизатор чија оптичка оса заклона са осом анализатора угао од  $30^\circ$ . Колики је интензитет светлости на изласку из анализатора? Занемарити апсорпцију светлости у поларизатору и анализатору.

265. Колики угао заклонају оптичке осе поларизатора и анализатора ако интензитет поларизоване светлости на изласку из анализатора износи четвртину интензитета неполаризоване светлости?

266. Угао између оптичких оса поларизатора и анализатора износи  $45^\circ$ . За колико се мора повећати овај угао да би се интензитет светлости на изласку из анализатора смањено два пута?

267. Неполаризована светлост интензитета  $5 \text{ W/m}^2$  пада на поларизатор. Оптичка оса анализатора је под углом од  $90^\circ$  у односу на оптичку осу поларизатора. Између поларизатора и анализатора убаца се нови анализатор, чија оптичка оса са оптичком осом поларизатора заклапа угао од  $30^\circ$ . Колика је интензитет светлости на изласку из првог, а колики на изласку из другог анализатора?

268. Кад светлост крећући се кроз ваздух, пада на површину воде под углом од  $53^\circ$  у односу на нормалу, долази до максималне поларизације одбијеног зрака. Колика је брзина светлости кроз воду?

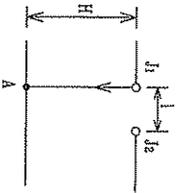
269. Колика је Брустеров угао при преласку светлости:

- из ваздуха у дијамант ако је брзина светлости у дијаманту  $1,24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;
- из воде у дијамант ако су апсолутни индекси преламања воде и дијаманта  $1,33$  и  $2,42$ , респективно?

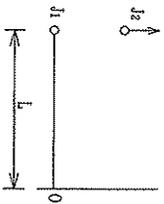
270. Под којим углом у односу на хоризонт се налази Сунце ако је његова светлост рефлектована од мирне површине воде потпуно поларизована? Индекс преламања воде је  $1,33$ .

## 7.4. РАЗНИ ЗАДАЦИ

271. Два тачкаста монохроматска извора светлости  $J_1$  и  $J_2$  су на растојању  $l$  један од другог. На растојању  $H = 8 \text{ m}$  од извора  $J_1$  је заклон на коме се добија интерференциона слика. Извор  $J_2$  се удаљава од извора  $J_1$ . Први пут се региструје интерференциони минимум у тачки  $A$  када је растојање између извора  $J_1$  и  $J_2$   $l_1 = 2 \text{ mm}$ . На ком растојању  $l_2 > l_1$  извора  $J_2$  од  $J_1$  се у тачки  $A$  опет региструје минимум? (Користити да је  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ .)



Сл. у3 зад. 271



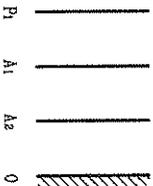
Сл. у3 зад. 272

272. Од тачкастог монохроматског извора  $J_1$  удаљава се исти такав извор  $J_2$ , све док се у тачки  $O$  не добије први минимум. Тад растојање између  $J_1$  и  $J_2$  износи  $l = 2 \text{ mm}$  а растојање  $J_1$  од заклона је  $L = 9 \text{ m}$ . На које растојање је потребно примакнути заклон ка  $J_1$  да би се у тачки  $O$  опет појавио минимум? (Извор  $J_2$  у међувремену мирује. Користити да је  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ .)

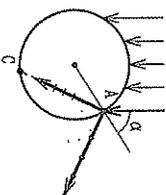
273. Нормално на дифракциону решетку која има  $200$  зареза по  $1 \text{ mm}$  пада монохроматска светлост. Разлика углова под којим се виде максимуми првог и другог реда је  $5^\circ$ . Колика је таласна дужина светлости?

274. Светлост таласне дужине  $535 \text{ nm}$  пада нормално на дифракциону решетку. Наћи константу ове решетке ако једном од максимума одговара дифракциони угао од  $35^\circ$  а максимални ред спектра је  $5$ .

275. На слици је представљен систем кога чине поларизатор, два анализатора и равно огледало. Оптичке осе  $P_1$  и  $A_2$  су под углом од  $90^\circ$ . Под којим углом  $\alpha$  мора бити оптичка оса анализатора  $A_1$ , у односу на осу поларизатора  $P_1$ , да би интензитет светлости која излази из система био максималан? Интензитет унаде (неполаризоване) светлости је  $I_0$ .



Сл. у3 зад. 275



Сл. у3 зад. 278

276. Полихроматска светлост интензитета  $I_0$  долази на систем кога чини  $N$  полароида (један поларизатор и  $N-1$  анализатора). Оптичка оса сваког следећег елемента померена је за угао  $\alpha$  у односу на оптичку осу претходног елемента. Колика је интензитет светлости на изласку из  $N$ -тог елемента ако сваки елемент апсорбује  $n\%$ ?

277. Стаклена посуда је напуњена водом индекса преламања  $1,33$ . Светлост пада на површину воде при чему се рефлектовани зрак потпуно поларизује. Колика је одбојни угао ове светлости на дну стаклене посуде?

278. Сноп неполаризоване светлости пада на стаклену куглу полупречника  $5 \text{ cm}$  и индекса преламања  $1,60$ . Рефлектовани зрак у тачки  $A$  је потпуно поларизован. Колика је пут  $AC$  преломљеног зрака и за које време га он пређе?

## 8. СВЕТЛОСТ У РАЗНИМ СРЕДИНАМА

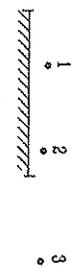
279. а) На равну површину воде индекса преламања 1,33 пада монохроматска светлост таласне дужине 600 nm. Колика је таласна дужина те светлости у води?  
б) Колика је брзина светлости у води?
280. Наћи апсолутни индекс преламања стакла ако је релативни индекс преламања при прелазу светлости из воде у стакло 1,21. Апсолутни индекс преламања воде је 1,33.
281. Светлост пада на површину воде под углом 60°. Колики је преломни угао светлости? Апсолутни индекс преламања воде је 1,33.
282. На граничној површи вода-стакло светлост се прелама под углом од 30°. Колики је упадни угао светлости ако су апсолутни индекси преламања воде и стакла, респективно, 1,33 и 1,61?
283. Светлост пада на равну плочу од стакла и при томе се делимично одбија а делимично прелама. Ако је угао између одбијеног и преломљеног зрака 90°, колики је упадни угао светлости? Брзина светлости у стаклу је  $2 \cdot 10^8$  m/s.
284. У базен је потопљен штап дужине 0,5 m у вертикалном положају. Дужина његове сенке на дну базена је 0,3 m. Под којим углом пада Сунчева светлост на површину воде?
285. Под којим углом, приближно, ронилац види залазеће Сунце? Индекс преламања воде је 1,33.
286. На стаклену плочу индекса преламања 1,61 постављен је комад леда у облику плоче. Под којим углом мора да пада светлост на граничну површ стакло-лед да би на граничној површи лед-ваздух дошло до тоталне рефлексије? Да ли се нешто мења ако се уместо леда стави вода или алкохол?
287. На дну посуде напуњене течношћу чији је апсолутни индекс преламања 1,41 (алкохол) налази се тачкасти извор светлости. На површину течности постављена је кружна плоча полупречника 0,05 m чији се центар налази на вертикали која пролази кроз тачкасти извор. Колика мора бити најмања висина течности у посуду да светлост из извора не доспе изнад површине воде?
288. Колики је интензитет светлости после проласка кроз слој супстанције дебљине 5 cm, линеарног коефицијента апсорпције  $1,4 \text{ m}^{-1}$ ? Интензитет упадне светлости је  $10 \text{ W/m}^2$ . Запамарити рефлексију светлости при наиласку светлости на граничне површи слоја.
289. Линеарни коефицијент апсорпције неке супстанције је  $1,5 \text{ m}^{-1}$ . Колики део светлости (у процентима) пролази кроз слој ове супстанције дебљине 4 cm? Рефлексију светлости при наиласку на граничне површи слоја запамарити.
290. Супстанција дебљине 2 cm апсорбује 10% светлости која пролази кроз њу. Наћи линеарни коефицијент апсорпције ове супстанције.
291. При проласку кроз слој неке супстанције интензитет светлости смањи се за 50%.
- а) Колико ће се смањити интензитет ове светлости при проласку кроз пет оваквих слојева?  
б) Колико таквих слојева умањује интензитет ове светлости 128 пута?
292. Коликом брзином нам се приближава нека звезда ако знамо да је регистрована светлост фреквенције  $6 \cdot 10^{14}$  Hz померена за  $2 \cdot 10^{14}$  Hz ка ултраљубичастом делу спектра?
293. Нека звезда нам се приближава брзином  $0,2c_0$  и при томе најинтензивније емитује светлост таласне дужине 550 nm. Колику таласну дужину ми региструјемо?
294. Дуж једног правца, у истом смеру, крећу се пријемник брзином  $v_p = \frac{2}{3}c_0$  и извор монохроматске светлости. Пријемник региструје светлост фреквенције 1,3 пута веће од фреквенције коју емитује извор. Колика је брзина извора?
295. Коликом брзином би се аутомобил морао приближавати семафору да би првену светлост семафора таласне дужине 700 nm видео као зелену таласне дужине 550 nm?
296. У хелијумовом спектру постоји линија чија је таласна дужина 588 nm. Приликом мерења таласне дужине исте линије из Сунчевог зрачења које стиже из крајњих тачака његовог пречника, добија се разлика таласних дужина од  $\Delta\lambda = 8 \text{ nm}$ . Наћи период обртања Сунца око сопствене осе. Полупречник Сунца је  $696 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

## 9. ГЕОМЕТРИЈСКА ОПТИКА

### 9.1. Олбијање и преламање светлости

297. Предмет се налази на растојању  $x$  од равнoг огледала. Какав је његов лик и на ком је растојању од огледала?

298. За колико се повећа растојање предмета и лика у равном огледалу ако се растојање између предмета и огледала повећа за 30 cm?



Сл. уз зад. 299

299. Човек стоји у тачки  $P$  испред равнoг огледала. Може ли из тог положаја видети у огледалу себе и предмете 1, 2, 3 (слика).

300. Светлосни зрак пада на равнo огледало под углом  $\alpha$  према нормали. Показати да ако огледало заротирамо за угао  $\beta$ , олбијени угао се помери за угао  $2\beta$ .

301. Упадни и рефлектовани зрак на равном огледалу закланају угао од  $60^\circ$ . За колики угао би требало заротирали огледало да би упадни и рефлектовани зрак закланаји угао од: а)  $90^\circ$ ; б)  $40^\circ$ ?

302. Одредити висину горње и доње ивине равнoг огледала постављеног на зиди и растојање између њих (дужину огледала  $H$ ) који омогућују човеку висине 180 cm да види цео свој лик. Занемарити растојање од његових очију до темења.

303. Угао при врху стаклене призме је  $45^\circ$ . На бочну страну ове призме пада светлосни зрак под углом од  $60^\circ$ . Колики је скретни угао  $\delta$  светлосног зрака при изласку из призме? Индекс преламања стакла је 1,61.

304. На стаклену призму, чији је угао при врху  $30^\circ$ , нормално на бочну страну пада светлосни зрак. Колики је угао скретања  $\delta$  светлосног зрака при изласку из призме? Индекс преламања материјала од кога је начињена призма је 1,5.

305. Стаклена призма чији је угао при врху  $45^\circ$  за неку светлост има минимални скретни угао  $31^\circ$ . Колики је индекс преламања стакла од кога је начињена призма?

306. Стаклена посуда у облику призме напуњена је течношћу. Одредити индекс преламања течности ако је угао при врху посуде  $60^\circ$  а минимални скретни угао светлости пропуштене кроз њу  $30^\circ$ .

307. Стаклена призма индекса преламања 1,61 има угао при врху од  $30^\circ$ . Под којим углом мора да падне светлосни зрак на њену бочну површ да би скретни угао био минималан?

308. Минимални угао скретања светлости при проласку кроз стаклену призму индекса преламања 1,5, једнак је њеном углу при врху. Колики је овај угао?

309. Стаклена призма индекса преламања 1,61 има угао при врху од  $10^\circ$ . Колики је скретни угао светлости која пада на њену бочну површ под малим углом?

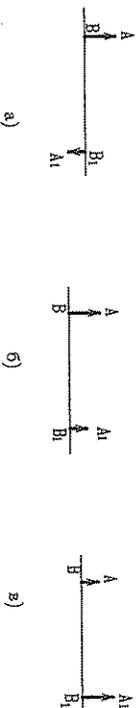
310. Скретни угао светлости при проласку кроз призму чији је угао при врху  $6^\circ$ , износи  $10^\circ$ . Колики је индекс преламања материјала од кога је направљена призма?

311. Дозађећи из ваздуха, светлосни зрак пада на планпаралелну плочу индекса преламања 1,73, под углом од  $60^\circ$ . Колика је дебелина плоче ако је након проласка кроз плочу зрак померен за 2 cm?

312. Дозађећи из ваздуха, светлосни зрак пада на планпаралелну плочу дебелине 4 cm под углом од  $30^\circ$ . Ако је након проласка кроз плочу зрак померен за 1 cm, одредити индекс преламања материјала од ког је направљена.

313. Планпаралелна плоча је потопљена у воду индекса преламања  $4/3$ . Светлосни зрак пада на ову плочу под углом од  $60^\circ$ . Дебелина плоче је 5 cm а њен индекс преламања 1,5. Колико је померен светлосни зрак после проласка кроз плочу?

314. Помоћу сферног огледала добијен је лик  $A_1B_1$  предмета  $AB$  (слике). Конструкцијом одредити положај огледала и његову жижку. Да ли је огледало конкавно или конвексно?

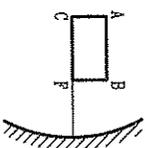


Сл. уз зад. 314

315. На оптичкој оси сферног конкавног огледала налази се правоугаоники чија је дужа странаца једнака жижној даљини огледала и чија се два темења поклапају са жижком и центром огледала (слика). Наћи лик овог правоугаоника.

316. На оптичкој оси конкавног огледала жижке даљине 30 cm налази се предмет на растојању 70 cm од темења огледала. Где се налази лик? Да ли је он реалан или виртуелан?

Сл. уз зад. 315



317. Предмет  $AB$  налази се на оптичкој оси на растојању 40 cm, а његов реалан лик  $A_1B_1$  на растојању 60 cm од темења конкавног огледала. Одредити радијус кривине овог огледала.

318. Радјус кривине конкавног огледала је 80 cm. Ако се предмет налази на растојању 20 cm од темена огледала, где ће се налазити лик? Да ли је лик реалан или имагинаран?

319. Радјус кривине конвексног огледала је 60 cm, а удаљеност предмета од његовог темена је 10 cm. На ком растојању од темена је лик и да ли је он реалан или имагинаран?

320. Предмет се налази на растојању 30 cm а реалан лик на растојању 60 cm од темена сферног огледала. Колико је увећање?

321. Предмет висине 5 cm налази се на оптичкој оси сферног огледала на растојању 60 cm од његовог темена. Ако је величина лика 3 cm, на ком растојању од темена се налази лик предмета?

322. Предмет се налази на оптичкој оси конкавног огледала на растојању 30 cm од његовог темена. Имагинарни лик предмета увећан је два пута. Колика је жижна даљина овог огледала?

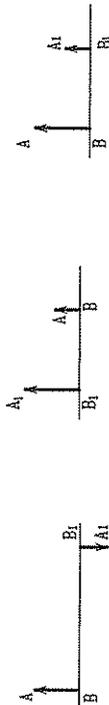
323. На оптичкој оси конкавног огледала жижне даљине 60 cm налази се предмет чији је лик реалан и увећан три пута. Одредити растојање предмета и лика од темена огледала.

324. Имагинарни лик предмета који се налази на оптичкој оси конкавног огледала увећан је три пута. Колико је растојање предмета и лика? Радјус кривине огледала је 90 cm.

325. Реалан лик предмета који даје конкавно огледало увећан је три пута. Када се предмет одмакне за 80 cm, његов лик је умањен два пута у односу на предмет. Одредити жижну даљину огледала.

## 9.2. Сочива

326. Помоћу танког сабирног сочива добијен је лик  $A_1B_1$  предмета  $AB$  (слике). Конструкцијом одреди положај сочива и његове жиже. Да ли је лик реалан или имагинаран?



а)

б)

Сл. уз зад. 326

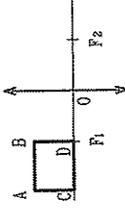
Сл. уз зад. 327

327. Танко расипно сочиво даје лик  $A_1B_1$  предмета  $AB$  (слика). Наћи положај сочива и његове жиже. Да ли је  $A_1B_1$  реалан или имагинаран лик?

328. Предмет  $AB$  налази се у жижи танког сабирног сочива. Одредити положај лика.

329. Предмет  $AB$  налази се у жижи танког расипног сочива. Одредити положај лика.

330. На оптичкој оси танког сабирног сочива налази се правоугаоник чије је једно теме у жижи као на слици. Наћи лик овог правоугаоника.



Сл. уз зад. 330

331. Жижна даљина танког сабирног сочива је 30 cm. На главној оптичкој оси, на растојању 60 cm од центра сочива, постављен је предмет. Где се налази лик? Да ли је он реалан или имагинаран?

332. Испред танког сабирног сочива жижне даљине 40 cm постављен је предмет на растојању 10 cm од жиже ближе центру сочива. Одредити положај лика овог предмета. Да ли је лик реалан или имагинаран?

333. Танко сабирно сочиво има жижну даљину 40 cm. Одредити положај предмета на главној оптичкој оси ако се његов реалан лик налази на двострукој жижиној даљини од центра сочива.

334. Танко расипно сочиво има жижну даљину 30 cm. На главној оптичкој оси на растојању 40 cm од центра сочива налази се предмет. Одредити положај лика. Да ли је он реалан или имагинаран?

335. Растојање предмета и реалног лика које даје танко сабирно сочиво је 50 cm. Лик је увећан девет пута. Одредити жижну даљину овог сочива.

336. Танко сабирно сочиво има жижну даљину 30 cm. На главној оптичкој оси налази се предмет висине  $h = 4$  cm на растојању  $p = 1,5f$ . Одредити положај лика и његову величину  $h'$ .

337. Предмет висине 2 cm налази се на главној оптичкој оси танког расипног сочива жижне даљине 40 cm, на растојању 50 cm од његовог центра. Наћи положај лика и његову величину.

338. На главној оптичкој оси танког сабирног сочива жижне даљине 60 cm налази се предмет чији је лик реалан и увећан два пута. Одредити растојање предмета и лика од центра сочива.

339. Лик предмета који даје танко расипно сочиво умањен је два пута. Ако се предмет одмакне за 50 cm, лик је умањен три пута у односу на предмет. Наћи жижну даљину овог сочива.

340. а) Танко сабирно сочиво жижне даљине  $f_1$  даје реалан лик предмета увећан два пута. Колико је увећање лика ако се на место сабирног постави расипно сочиво жижне даљине  $f_2$  једнаке по апсолутној вредности са  $f_1$ .

б) Решити задатак у случају да се сабирним сочивом добија имагинаран лик.

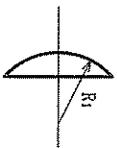
341. Реалан лик предмета који даје танко сабирно сочиво умањен је 1,5 пута. Ако се предмет примакне сочиву 40 cm, лик је увећан два пута у односу на предмет. Одредити оптичку јачину овог сочива.

342. Танко сабирно сочиво даје на зазору реалан лик предмета увећан три пута. Предмет примакнемо сочиву за 15 cm, а затим померамо сочиво док не добијемо реалан лик на зазору умањен два пута. Наћи претходно растојање између предмета и зазора.

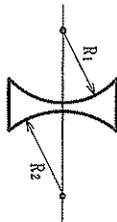
343. а) Колика је жижна даљина биконвексног сочива начињеног од стакла индекса преламања 1,61 ако су полупречници његових кривина 15 cm и 20 cm? Сочиво се налази:

а) у ваздуху; б) у води (индекса преламања 1,33).

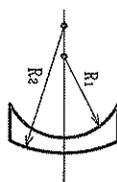
344. Планконвексно сочиво на слици има у ваздуху жижну даљину 50 cm и полупречнике кривина  $R_1 = 30$  cm и  $R_2 = \infty$ . Наћи индекс преламања материјала сочива.



Сл. уз зад. 344



Сл. уз зад. 345



Сл. уз зад. 346

345. Наћи жижну даљину биконкавног сочива на слици начињеног од стакла индекса преламања 1,5. Полупречници кривина сочива износе 30 cm и 50 cm. Сочиво се налази у ваздуху.

346. Полупречници кривина конкавно-конвексног сочива на слици су 30 cm и 50 cm. Одредити ветову оптичку јачину када се погопи у воду. Индекс преламања воде је  $4/3$  а стакла од кога је начињено сочиво 1,5.

347. а) Танко биконвексно сочиво индекса преламања 1,5 има жижну даљину 15 cm када се налази у ваздуху. Колика ће бити жижна даљина овог сочива када се погопи у течност индекса преламања 1,6?

б) Размотрити задатак ако је у питању биконкавно сочиво.

## 9.3. СЛОЖЕНИ ОПТИЧКИ СИСТЕМИ

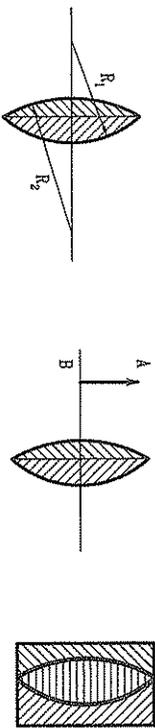
348. Колика је жижна даљина оптичког система кога чине два сабирна сочива чије су жижне даљине 0,5 m и 0,3 m? Сочива се налазе на растојању 2,5 mm а главне оптичке осе им се поклапају.

349. Два сабирна сочива оптичких јачина 6 диоптрија и 3 диоптрије чије се главне оптичке осе поклапају међусобно су удаљена 2 cm. Одредити оптичку јачину овог система сочива.

350. Сочива оптичких јачина 2,5 диоптрија и  $-3,5$  диоптрија чије се главне оптичке осе поклапају међусобно су удаљена 5 cm. Одредити оптичку јачину овог система сочива.

351. Два танка сабирна сочива жижних даљина 40 cm и 60 cm приљубљена су једно уз друго, при чему им се поклапају главне оптичке осе. Колика је жижна даљина овог система сочива?

352. Два планконвексна сочива индекса преламања  $n_1 = 1,6$  и  $n_2 = 1,8$  респективно, приљубљена су тако да им се главне оптичке осе поклапају (слика). Полупречници кривина су  $R_1 = 30$  cm и  $R_2 = 40$  cm. Колика су оптичка јачина и жижна даљина овог система сочива?



Сл. уз зад. 352

Сл. уз зад. 353

Сл. уз зад. 355

353. На слици је приказан систем од два танка планконвексна сочива чије се главне оптичке осе поклапају и предмет АВ. Ако се углони друго сочиво, увећање предмета износи  $U_1 = 2$ , а кад се углони прво сочиво  $U_2 = 4$ . Колико увећање даје овај систем сочива? Растојање предмета од сочива се не мења.

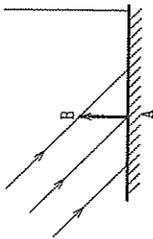
354. Два танка симетрична сочива направљена од стакла индекса преламања  $n_1 = 1,61$  и  $n_2 = 1,50$ , радијуса кривина  $R_{12} = 20$  cm и  $R_{24} = -20$  cm, респективно, приљубљена су тако да им се главне оптичке осе поклапају. Одредити оптичку јачину овог система сочива када се он налази у течности индекса преламања  $n_T = 1,41$ .

355. Три сочива су приљубљена као на слици тако да чине планпаралелну плочу. Оптичка јачина система прва два сочива је  $D_{12} = 5$  m<sup>-1</sup> а система који чине друго и треће сочиво  $D_{23} = 4$  m<sup>-1</sup>. Наћи жижне даљине сва три сочива.

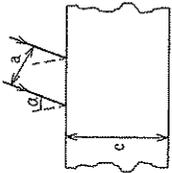
## 9.4. РАЗНИ ЗАДАЦИ

356. На предмет висине 2 m који стоји на равном огледалу пада паралелни свон светлости. Одредити величину сенке на заклопу (слика).

357. Равно огледало нагнуто је под углом од 60° према хоризонталној равни. Колика је минимална дужина огледала која омогућује да се у њему види човек висине 180 cm? Растојање од очију човека до огледала је 1 m. Запамтује се растојање од очију до темења човека.



Сл. уз зад. 356



Сл. уз зад. 358

358. На планпаралелну плочу под углом  $\alpha$  пада светлосни сноп ширине  $a$  као на слици, који садржи две спектралне компоненте, таласних дужина  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Индекси преламања стакла за ове две компоненте су  $n_1$  и  $n_2$  респективно. Одредити минималну дебљину плоче при којој ће светлост након проласка кроз њу бити раздвојена на два снопа, при чему ће сваки сноп садржати само једну спектралну компоненту.

359. На главној оптичкој оси конкавно огледала полупречника кривине  $60 \text{ cm}$ , на растојању  $40 \text{ cm}$  од огледала налази се тачкасти светлосни извор. На ком растојању од темена овог огледала би требало поставити равно огледало (нормално на оптичку осу сферног) да би зраци одбијени од њега пролазили кроз светлосни извор?

360. Испред танког сабирног сочива, у његовој жижи, налази се предмет  $AB$ . Иза сочива, нормално на његову главну оптичку осу, постављено је равно огледало. Конструирати лик који даје овај оптички систем. Зависи ли положај лика од међусобног растојања сочиво-огледало?

361. Танко биконвексно сочиво жижне даљине  $20 \text{ cm}$  и конкавно огледало радијуса кривине  $20 \text{ cm}$ , постављени су тако да се њихове оптичке осе поклапају. Испред сочива на растојању  $40 \text{ cm}$  на оптичкој оси налази се тачкасти извор светлости  $P$ . Светлосни зраци после преламања кроз сочиво одбијају се од огледала и након поновног преламања кроз сочиво стичу се у извору. Колико је међусобно растојање сочива и огледала?



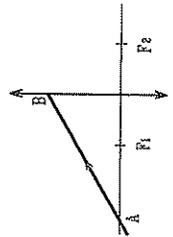
а)

б)

Сл. уз зад. 362

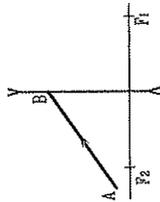
362. На сликама су дати предмет  $P$ , његов лик  $L$  и оптичка оса сочива (каког?) помоћу кога је лик добијен. Конструирати положај сочива и његове жиже. Да ли је лик реалан или имагинаран?

363. На слици је dato танко сабирно сочиво, његове жиже и зрак  $AB$  који пада на њега. Конструирати пут зрака после преламања на сочиву.

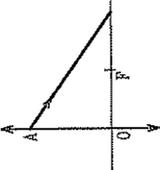


Сл. уз зад. 363

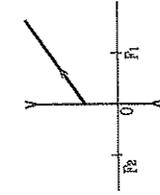
364. На слици су дати танко расипно сочиво, његове жиже и један зрак  $AB$ . Конструирати овај зрак после преламања на сочиву.



Сл. уз зад. 364



Сл. уз зад. 365



Сл. уз зад. 366

365. На слици су дати танко сабирно сочиво, његове жиже и један зрак после преламања на њему. Конструирати пут зрака пре преламања на сочиву.

366. На слици су дати танко расипно сочиво, његове жиже и један зрак после преламања на њему. Конструирати пут зрака пре преламања.

367. На слици је дата главна оптичка оса танког сочива (сабирног) и један светлосни зрак пре и после преламања на њему. Конструирати жиже сочива.



Сл. уз зад. 367



Сл. уз зад. 368

368. На слици је дата главна оптичка оса танког сочива и један светлосни зрак пре и после преламања на њему. Конструирати жиже сочива.

369. На слици је дат систем од три танка сочива

чије се главне оптичке осе поклапају. Међусобна растојања сочива су по  $d = 5 \text{ cm}$ , а жижне даљине

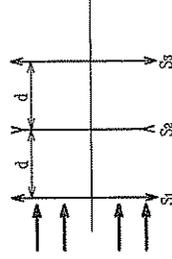
$f_1 = 10 \text{ cm}$ ,  $f_2 = -10 \text{ cm}$  и  $f_3 = 10 \text{ cm}$ . Светло-

сни сноп паралелан оптичкој оси система пада на

сочиво  $S_1$ . Одредити положај тачке у којој се

секу зраци светлосног снопа после проласка кроз

систем.

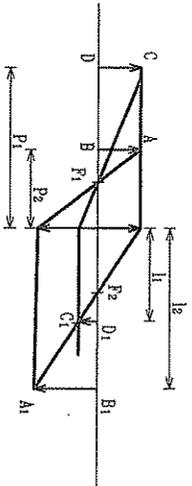


Сл. уз зад. 369

370. а) Два танка сочива чије се главне оптичке осе поклапају, међусобно су удаљена  $15 \text{ cm}$ . Жижне даљине сочива су  $20 \text{ cm}$  и  $-50 \text{ cm}$ . Предмет се налази на оптичкој оси  $30 \text{ cm}$  испред првог (сабирног) сочива. Одредити (рачуњски) положај лика.

б) Одредити положај лика ако сочива замене места.

371. Два предмета исте висине налазе се испред танког сабирног сочива на међусобном растојању од  $60 \text{ cm}$  као на слици. Колико је растојање њихових реалних ликова ако су им увећања  $2$  и  $4$ , респективно?



Сл. уз зад. 371



Сл. уз зад. 372

372. Жижва дужина планконвексног сочива је 30 см. Ако се равна страна овог сочива посребри (слика), одредити жижву дужину овог система.

## 10. ФОТОМЕТРИЈА

373. Извор светлости је светлосна јачине 250 cd. Колики је укупни светлосни флукс који емитује овај извор?

374. Колика је осветљеност тачке А која се налази на растојању 25 см од извора светлосне јачине  $I = 10$  cd?

375. На растојању 2 m од белог зида налази се извор светлости. На које растојање од зида треба поставити три пута јачи извор да би осветљеност била као са првим извором?

376. У соби светли сијалица. Осветљеност једног зида је 24 lx, а њему наспрамног зида 6 lx. Колико је пута сијалица ближа првом зиду?

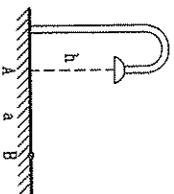
377. Два светлосна извора јачина  $I_1$  и  $I_2$  налазе се на растојању  $a$  од заклона. Како би требало померити заклон да би његова осветљеност остала иста када се искључи извор јачине  $I_2$ ?

378. Осветљеност тачке А на растојању 0,5 m од извора светлости је 60 lx. Колика је светлосна јачина овог извора?

379. Колика је сјајност (луминација, блесак) површи светлосног извора од 0,5 m<sup>2</sup> ако је његова светлосна јачина 50 cd? Светлосни извор сматрати изотропним.

380. Луминација површине 0,2 m<sup>2</sup> изотропног извора светлости је 180 nit-a. Колика је светлосна јачина овог извора?

381. Улична светилка постављена је на висину од 10 m. Колика је осветљеност у тачки А а колика у тачки В удаљеној од А 3 m? Светлосна јачина сијалице је 150 cd.



Сл. уз зад. 381

382. Електрична сијалица од 60 cd удаљена је 1 m од књиге која лежи на столу. Осветљеност књиге је 40 lx. Одредити угао под којим зраци падају на књигу. Колика је удаљеност лампе од стола?

383. Колика би морала да буде светлосна јачина сваке од две уличне светилке да би осветљеност тачке на земљи, на средини растојања између њих, била 0,2 lx? Светилке су постављене на висину 10 m и међусобно су удаљене 40 m.

384. Осветљеност равне површи у тачки која је најближа тачкастом извору светлости је 200 lx. Колика је осветљеност у тачкама где светлост пада под углом од 30°, 45°, 60° у односу на нормалу те површи?

385. Са обе стране заклона који потпуно рефлектује светлост налази се по један светлосни извор, светлосне јачине 60 cd и 30 cd. Осветљеност заклона је иста са

обе стране. Ако је први извор на растојању 80 cm од заклона, колика је удаљеност другог извора од заклона?

386. Изнад стола квадратног облика постављена је сијалица (можемо је сматрати тачкастим извором) на висини 2 m изнад његовог центра. Осветљеност центра стола је 40 lx а осветљеност угла стола (темена квадрата) 30 lx. Одредити светлосну јачину сијалице и дужину стране стола.

387. Изнад стола кружног облика полупречника 1 m постављена је сијалица на некој висини изнад његовог центра. Осветљеност центра је 1,728 пута већа од осветљености тачака на ободу стола. На којој висини изнад стола се налази сијалица?

388. Светлосни зраци неког извора падају на две равне површи  $S_1$  и  $S_2$ . На површ  $S_1$  која је на растојању 74 cm од извора зраци падају под углом од  $60^\circ$ . Под којим углом треба да падају зраци на површ  $S_2$  која је од извора удаљена 1 m да би осветљеност површи била једнака?

389. Два светлосна извора светлосних јачина 40 cd и 25 cd налазе се на неком растојању. Колико пута се смањи осветљеност тачака на симетралаи дужи која спаја изворе када се искључи други извор?

390. Тачкасти извор светлости постављен је на неком растојању  $L$  од заклона, при чему је осветљеност у центру заклона  $E_0 = 1$  lx. Како ће се изменити осветљеност ако се са друге стране извора постави равно огледало на истом растојању као и заклон? Равно огледало и заклон су паралелни а огледало потпуно рефлектује светлост која падне на њега.

## 11. ОПТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ

391. Сочиво жижне даљине 20 mm користи се као лупа. Колико је увећање ове лупе?

392. Увећање лупе је 6. Колика је оптичка јачина сочива које представља лупу?

393. Систем од три приљубљена центрирана сабирна сочива истих жижних даљина  $f_i = 7$  cm користи се као лупа. Колико је њено увећање?

394. Колико је увећање лупе жижне даљине 7 cm постављене 4 cm испред ока?  
395. Увећање објектива микроскопа је 50 а окулара 15. Колико је увећање микроскопа?

396. Оптичка јачина објектива микроскопа је 500 диоптрија а окулара 30 диоптрија. Увећање које даје овај микроскоп је 600. Колико је растојање жижна објектива и окулара?

397. Оптичка јачина објектива микроскопа је 400 диоптрија а окулара 40 диоптрија. Увећање које даје овај микроскоп је 800. Колико ће бити увећање ако повећамо растојање окулара и објектива за 1 cm?

398. Увећање астрономског дурбина је 120. Оптичка јачина сочива окулара је 60 диоптрија. Колика је оптичка јачина сочива објектива?

399. Растојање објектива и окулара астрономског дурбина је 2 m а увећање које даје је 99. Колике су оптичке јачине сочива објектива и окулара?

400. Галилејев дурбин има објектив оптичке јачине 12 диоптрија и увећање 2,5. Колика је оптичка јачина сочива окулара?

401. Имамо два сабирна сочива, једно жижне даљине 13 cm а друго 5 cm. Како је потребно поставити ова сочива да се овај систем може користити као:  
а) микроскоп; б) дурбин?

402. Колики су жижна даљина и оптичка јачина сочива наочара за отклањање далековидости човека чија је даљина јасног вида 50 cm?

403. Кратковиди човек може да види јасно предмете чије растојање од ока није веће од 20 cm. Колика је жижна даљина и оптичка јачина сочива наочара за отклањање кратковидости?

404. Биконвексно сочиво полупречника кривина  $R_1 = R_2 = 5$  cm има увећање 6 када се користи као лупа. Колики је индекс преламања материјала од кога је направљено?

405. Објектив микроскопа има жижну даљину 4 mm а окулар 4,5 cm. Предмет се налази на растојању 4,5 mm испред објектива. Наћи увећање овог микроскопа и растојање између објектива и окулара. Даљина јасног вида је 25 cm.

406. Објектив и окулар Галилејевог дурбина имају жижвне даљине 40 см и —2 см, респективно. Наћи максимално и минимално растојање објектива и окулара која обезбеђују оштар лик предмета ако су ближа и даља тачка акомодације ока 10 см и ∞.

407. Човек за читање користи наочаре оптичке јачине —4 диоптрије. На ком растојању  $l$  мора бити постављено равно огледало да би он у њему могао да види свој лик без наочара?

408. Ближа тачка акомодације далековидог човека је 2 m. Колику жижвну даљину морају имати сочива наочара која стоје 1,5 см испред ока да би човек видео оштро предмете на удаљености 25 см?

409. Кратковиди човек не види оштро на даљинама већим од 80 см. Колику жижвну даљину морају имати сочива наочара која стоје 1,5 см испред ока да би човек видео оштро предмете и на већој удаљености?

## 12. ТЕСТОВИ

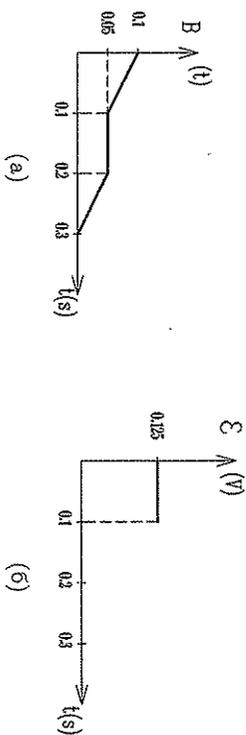
### 12.1. Електромагнетна индукција

#### I. Допуни реченице

1. Електромагнетна индукција је настаanak електричне струје, односно електромоторне силе у проводнику услед кретања проводника у \_\_\_\_\_ пољу или услед промене \_\_\_\_\_ поља.
2. Настајање електромоторне силе у проводнику услед промене \_\_\_\_\_ у њему назива се самоиндукција.
3. Коэффициент самоиндукције бројно је једнак \_\_\_\_\_ самоиндукције која настаје при јединичној брзини промене јачине струје.
4. У бетатрону се убрзавају електрони помоћу \_\_\_\_\_ поља. електри-
5. Густина енергије магнетног поља сразмерна је \_\_\_\_\_ индукције магнетног поља.

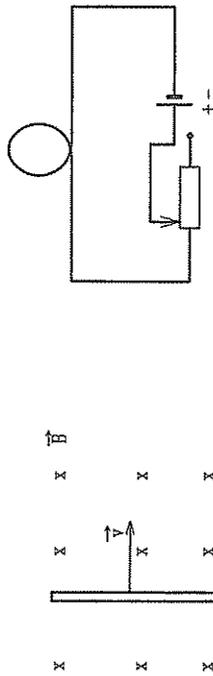
#### II. Допуни преглеж

6. Даг је график (а) зависности промене магнетног флукса кроз квадратни рам странице 0,5 m од времена. Допуни на графику зависност ЕМС од времена у интервалу [0,1 s; 0,3 s]. Линије индукције су нормалне на рам.



Сл. у3 зад. 6

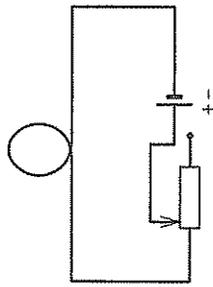
7. На слици је приказан проводник који се креће кроз хомогено магнетно поље. Означите половине овако добијеног извора ЕМС.



Сл. уз зад. 7

Сл. уз зад. 8

8. У колу приказаном на слици означите у кружном проводнику струју самоиндукције ако се клизач променљивог отпорника помера удесно.



### III. Одговори са ДА или НЕ

9. Електромагнетну индукцију открио је Ерстед.
10. При померању проводника дуж линија индукције магнетног поља индуктована електромоторна сила је максимална.
11. Коefицијент самоиндукције калема зависи од:  
 а) јачине струје која протиче кроз калем;  
 б) броја навојака калема;  
 в) површине попречног пресека калема.
12. Смер индуктоване електромоторне силе зависи:  
 а) од смера вектора магнетне индукције;  
 б) од тога да ли се магнетни флуks повећава или смањује.

13. Проводни рам се обрће у хомогеном магнетном пољу. Да ли ће се у њему индуктовати електромоторна сила ако рам ротира око осе која је:

- а) паралелна линијама индукције; б) нормална на линије индукције?

14. Проводна контура садржи кондензатор и покретну шипку  $MN$  и налази се у хомогеном магнетном пољу (слика). Хоће ли у контури бити струје ако се шипка помера:  
 а) равномерно; б) убрзано?

Сл. уз зад. 14

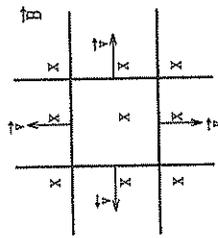
### IV. Одговори са: ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ или НЕ МЕЊА СЕ

15. Кроз раван обухваћену проводним прстеном равномерно расте магнетна индукција хомогеног магнетног поља. Како се мења:  
 а) индуктована ЕМС; б) магнетни флуks?

16. Проводна шипка се креће кроз хомогено магнетно поље сталном брзином при чему су вектор магнетне индукције, вектор брзине и правац проводника међусобно нормални. Ако се проводник обрне за  $30^\circ$  у односу на вектор магнетне индукције, како се мења индуктована ЕМС?

17. У хомогеном магнетном пољу клизе један

по другом четири неизолована хомогена проводника нормално на линије магнетне индукције (слика). Како се мења јачина струје у контури ако се проводници крећу једнаким брзинама  $v$  као на слици?

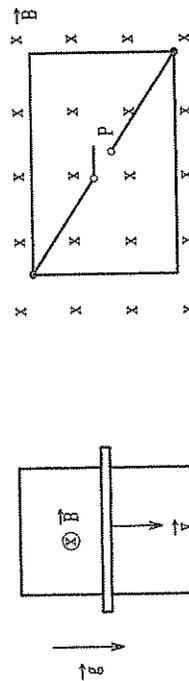


Сл. уз зад. 17

18. Ако се у калем увуче језгро од гвожђа, шта се дешава са коefицијентом самоиндукције калема?

19. Проводни рам савијен као на слици постављен је вертикално у хомогено магнетно поље. Низ рам се пусти да клизи проводни штап  $MN$ . Електрични отпор савијеног проводника је занемарљив. Како се у почетку крећава мења:

- а) брзина штапа; б) убрзање штапа?



Сл. уз зад. 19

Сл. уз зад. 20

20. У хомогеном магнетном пољу, чија се индукција равномерно повећава, налази се правоугаони рам (слика). Како ће се променити топлотна снага ослобођена у раму ако се затвори прекидач?

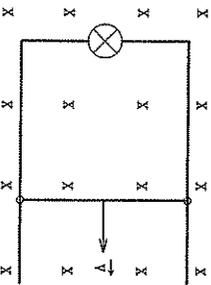
- V. Одговори са:  $A > B$ ,  $A < B$  или  $A = B$

21. У случају  $A$  авион се креће сталном брзином по писти, а у случају  $B$  узлеће сталном брзином под углом  $\alpha$  у односу на писту. Упореди индуктовану ЕМС на крајевима крила.

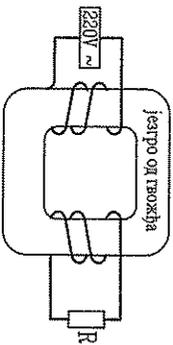
22. Крајевни проводних шина спојени су сијалицом. По шинама може да клизи проводник. Систем је смештен у хомогено магнетно поље чије су линије индукције нормалне на контуру (систем проводника). Упореди јачину којом светли сијалица ако се проводник креће брзином интензитета  $v$  усмереном:

а) у десно ( $A$ );

б) у лево ( $B$ ).



Сл. у3 зад. 22



Сл. у3 зад. 26

23. Од бакарне жиче дужине  $l$  направљен је кадем са  $N_A$  навојака и постављен је у хомогено магнетно поље чија се индукција равномерно повећава. Линије магнетне индукције паралелне су са осом кадема. Ако се исти проводник стави у кадем са мањим бројем навојака  $N_B$  и постави на исти начин у поље, упореди индуковане ЕМС на крајевима кадема.

24. Два бакарна прстена једнаких маса и пречника  $d_A$  и  $d_B$ ,  $d_A > d_B$ , налазе се у хомогеном магнетном пољу. Линије индукције су нормалне на раван у којој леже прстенови. Ако се индукција поља мења, упореди:

а) индуковане ЕМС у прстеновима; б) јачине струја кроз прстенове.

## VI. Заокружите тачан одговор

25. Проводник дужине  $0,5\text{ m}$  креће се брзином  $10\text{ m/s}$  нормално на линије магнетне индукције. Ако при томе на крајевима проводника настане разлика потенцијала  $0,02\text{ V}$ , магнетна индукција поља је:

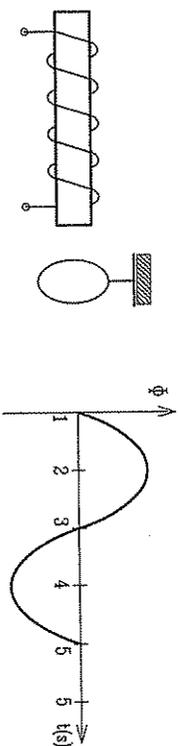
а)  $2 \cdot 10^{-3}\text{ T}$  б)  $4\text{ mT}$  в)  $2,5\text{ mT}$  г)  $0,0048\text{ T}$  д)  $4\text{ T}$

26. Слика приказује:

а) индукциони кадем  
в) генератор  
д) индукциону пел

б) електромотор  
г) трансформатор

27. У близини електромагнетне виси проводни прстен (слика а). Магнетни флуks кроз прстен мења се као на слици б). У којим интервалима времена ће се прстен приближавати електромагнету?



Сл. у3 зад. 27

а) [1, 2], [2, 3] б) [3, 4], [4, 5] в) [1, 2], [3, 4] г) [2, 3], [4, 5] д) [2, 3], [3, 4]

28. У хомогеном магнетном пољу променљиве јачине налазе се два кружна навојака. Линије индукције су нормалне на равни оба навојака. Први је савијен од једнаког комада неизолованог проводника као и други, али сложеног дупло. Наћи однос индукованих струја у првом и другом навојаку у истом тренутку.

а) 1 б) 2 в)  $1/2$  г) 4 д) ниједан од понуђених одговора није тачан

29. Који од наведених израза одговара магнетном флуксу кроз контуру индуктивности  $L$  ако кроз њу протиче струја јачине  $I$ ?

а)  $LI$  б)  $\frac{LI}{I}$  в)  $L \frac{\Delta I}{\Delta t}$  г)  $LI^2$  д)  $\frac{LI^2}{2}$

## 12.2. Осцилације

### I. Допунни реченице

1. Највећа удаљеност тела од равнотежног положаја приликом осциловања назива се \_\_\_\_\_.

2. Математичко клатно је тело \_\_\_\_\_ масе. \_\_\_\_\_ димензија окачено о неистегљив конци \_\_\_\_\_.

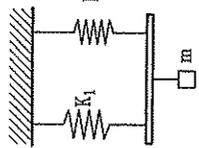
3. Физичко клатно је свако тело које може да осцилује око осе \_\_\_\_\_ под дејством \_\_\_\_\_.

4. Удаљеност тела од равнотежног положаја у почетном тренутку зависи од амплитуде осциловања и \_\_\_\_\_ фазе.

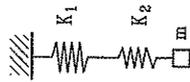
5. У електричном осцилатору прелазак енергије \_\_\_\_\_ у енергију магнетног поља је периодичан процес.

### II. Повежи одговарајуће појмове

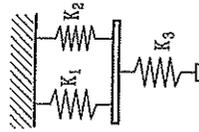
6. Придружи сваком систему опруга одговарајућу формулу (маса петог система је  $m$ ).



а)



б)



в)

1)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$

2)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{mk_2}{k_1 + k_2}}$

3)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$

4)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(k_1 + k_2)k_3}{m(k_1 + k_2 + k_3)}}$

5)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2 + k_3)}{k_1 k_2 k_3}}$

6)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2 k_3}{m(k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_3 k_1)}}$

7. Придржи величинама одговарајуће јединице:

а) елонгација

1) m/s

б) коефицијент пригушења

2) N/s m

в) фазна разлика

3) m

4) s<sup>-1</sup>

5) s

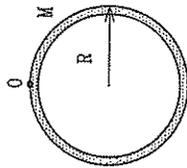
6) rad

8. Придржи сваком клатну период осциловања око осе кроз тачку O (сва тела су хомогена):

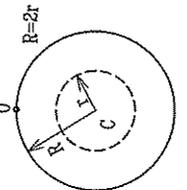
а) танак штап



б) танак прстен



в) шупља сфера



1)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{3g}}$

2)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}}$

3)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{4R}{5g}}$

4)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$

5)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{10IR}{70g}}$

6)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{4R}{5g}}$

9. Придржи сваком појму одговарајућу једначину:

а) хармонијско осциловање

1)  $ma = kx$

2)  $ma = -kx + bv$

3)  $ma = -kx$

4)  $ma = -kx - bv$

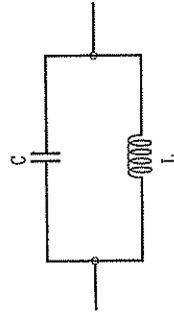
5)  $ma = -kx - bv + F_0 t$

6)  $ma = -kx - bv + F_0 \sin \omega t$

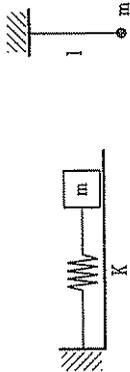
в) принудне осцилације

10. Придржи осцилатору сопствену фреквенцију:

а)



б)



1)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$

2)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

3)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}}$

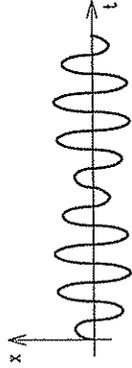
4)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{l}{g}}$

5)  $\nu = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 LC}}$

6)  $\nu = \sqrt{\frac{k}{4\pi^2 m}}$

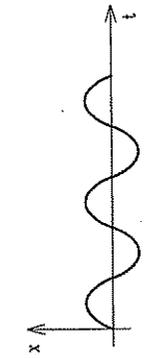
11. Повежи појам са одговарајућим графиком:

а) хармонијске осцилације

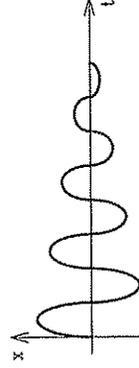


1)

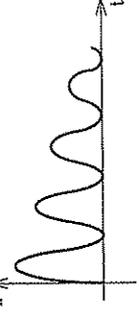
б) пригушене осцилације



2)



3)



4)

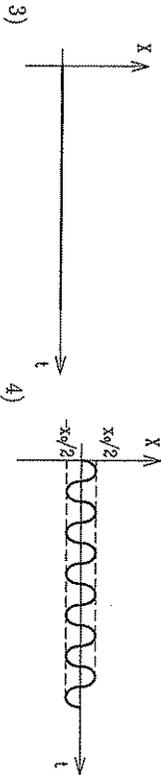
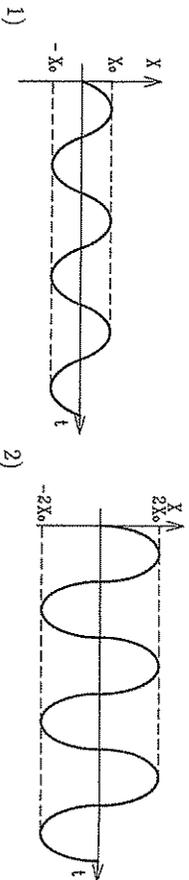
12. Повежи пар латинских осцилација и одговарајући график сложене осцилације:

а)  $x_1 = x_0 \sin(\omega t + \pi)$

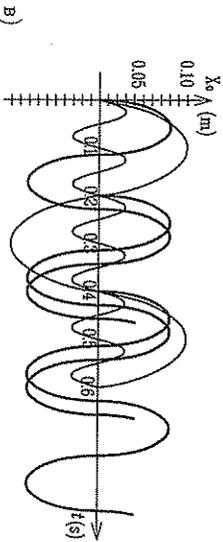
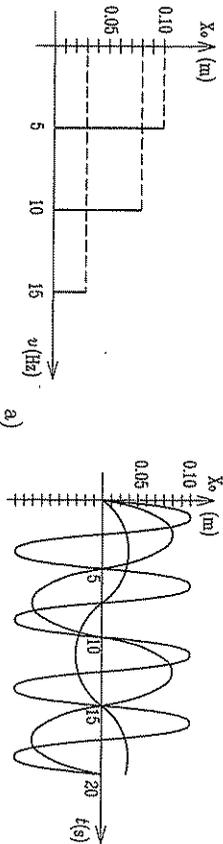
б)  $x_1 = x_0 \sin(\omega t)$

$x_2 = x_0 \sin(\omega t + 3\pi)$

$x_2 = x_0 \sin(\omega t + \pi)$



13. Датом спектру придружи графике хармоника.



### III. Одговори са ДА или НЕ

14. Хармоничке осцилације се јављају ако на осцилатор делује сила чији је

интензитет линеарно сразмеран удаљености тела од равнотежног положаја а смер кој је ка равнотежном положају.

15. Слободне осцилације су увек пригушене.
16. Собствена фреквенција механичког осцилатора зависи од средине у којој он осцилује.
17. Ако се маса тела код математичког клатна повећа а дужина клатна се не промени, период осциловања ће се смањити.
18. Када се успоставе принудне осцилације, осцилатор осцилује фреквенцијом принудне силе.
19. Амплитуда принудних осцилација је највећа ако се изједначи фреквенција принудне силе са собственом фреквенцијом осцилатора.

### IV. Одговори са: ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ или НЕ МЕНЈА СЕ

20. Како се мења фреквенција осциловања при порасту дужине математичког клатна?
21. Како се мења енергија осциловања хармоничког осцилатора ако се он удаљава од равнотежног стања?
22. Ако се опрута са телом који може да осцилује из воде премести у глиперин, шта се догађа са периодом осциловања?
23. Механички осцилатор принудно осцилује на резонантној фреквенцији. Шта ће бити са амплитудом осциловања ако се повећа фреквенција принудне силе?
24. Електрични осцилатор има променљиви кондензатор и катем сталног коефицијента самондуплиције. Када се кондензатор веже на извор (прекљоник  $P$  је у положају 1), когу се доводи енергија, а затим се преклопник пребаци у положај 2. Ако се повећава капацитет кондензатора, шта се дешава са:
 

Од. уз зад. 24

а) сопственом фреквенцијом осцилатора; б) коефицијентом самондуплиције?

У. Одговори са:  $A > B$ ,  $A < B$  или  $A = B$

25. Два математичка клатна хармонички осцилују при чему су им једнаке угаоне амплитуде. Угаоне фреквенције су им  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , при чему је  $\omega_1 < \omega_2$ . Упореди интензитете линијских брзина  $v_1$  ( $A$ ) и  $v_2$  ( $B$ ) тела у:

а) равнотежном положају; б) амплитудном положају.

26. У случају  $A$  лифт се креће равномерно, а у случају  $B$  убрзано навише. За та два случаја упореди:

- а) деформације опруге у равнотежном положају;  
 б) периоде осциловања тега.

27. Упореди кинетичку енергију ( $A$ ) и потенцијалну енергију ( $B$ ) линеарног хармонијског осцилатора када му је елонгација једнака половини амплитуде.

28. Два идеална електрична осцилаторна кола хармонијски осцилују једнаким фреквенцијама. Ако за индуктивности калемова првог и другог кола важи  $L_1 = 2L_2$ , упореди електричне капацитете кондензатора у првом ( $A$ ) и другом колу ( $B$ ).

29. У почетном тренутку кондензатор идеалног осцилаторног кола је био максимално наелектрисан. Упореди енергију магнетног ( $A$ ) и електростатичког ( $B$ ) поља у тренутку  $\frac{3}{8}T$  ( $T$  – период осциловања).

#### VI. Заокружи тачан одговор

30. Тело осцилује дуж  $x$ -осе, при чему му се координата мења са временом по закону  $x = 0,2 \cos 0,63t$  (m). Колики су амплитуда и период осциловања?

- а) 0,2 m, 0,8 s   б) 0,63 m, 0,2 s   в) 0,2 m, 10 s   г) 0,2 m, 0,1 s   д) 0,1 m, 0,2 s

31. Како ће се променити период слободног осциловања математичког клатна дужине 10 m при повећању амплитуде са 10 cm на 20 cm?

- а) повећаће се 2 пута   б) смањиће се 2 пута   в) смањиће се 4 пута  
 г) повећаће се 4 пута   д) неће се променити

32. Идеални електрични осцилатор чине калем индуктивности 0,1 H и кондензатор. Ако је период осциловања осцилатора  $\pi \cdot 10^{-3}$  s, капацитет кондензатора је:

- а)  $2\pi \cdot 10^{-7}$  F   б)  $2,5 \mu\text{F}$    в)  $10 \mu\text{F}$    г)  $0,5 \mu\text{F}$    д)  $10^{-6}$  F

33. Осцилатору је дата енергија  $E_0$  и он хармонијски осцилује са амплитудом  $x_0$ . Ако се осцилатору дода енергија  $3E_0$ , он ће осциловати са амплитудом:

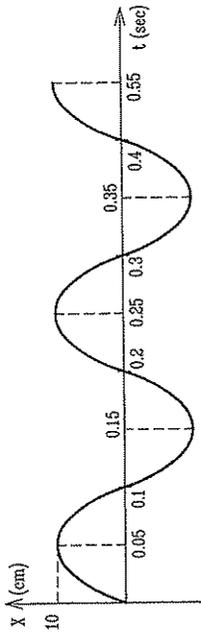
- а)  $3x_0$    б)  $4x_0$    в)  $x_0$    г)  $1,5x_0$    д)  $2x_0$

34. Угаона фреквенција пригушених осцилација дата је формулом ( $\omega_0$  – сопствена фреквенција;  $\beta$  – коефицијент пригушења):

- а)  $\omega = \sqrt{2\omega_0^2 - 4\beta}$    б)  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$    в)  $\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$   
 г)  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 4\beta^2}$    д)  $\omega = 2\pi \sqrt{2\omega_0^2 - \beta^2}$

35. Дат је график осциловања тела масе 10 g окаченог о еластичну опругу. Енергија осциловања тега је:

- а) 1,5 mJ   б) 4 J   в) 0,05 J   г) 1,78 J   д) 10,3 mJ



Слика уз зад. 35

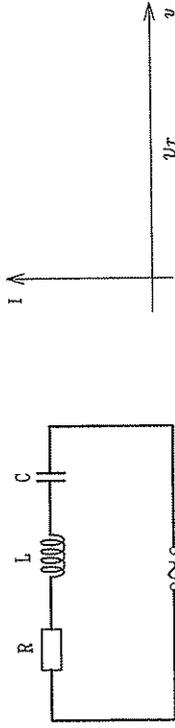
## 12.3. Наизменична струја

### I. Допуни реченице

- Струја која периодично мења смер и јачину током времена назива се \_\_\_\_\_.
- Отпор калема укљученог у коло наизменичне струје зависи од \_\_\_\_\_ калема и \_\_\_\_\_ наизменичне струје.
- Максимална вредност јачине наизменичне струје у колу једнака је количнику \_\_\_\_\_ вредности напона на крајевима кола и \_\_\_\_\_ кола.
- При резонанцији у редном  $RLC$ -колу \_\_\_\_\_ и напон на крајевима кола су у фази.
- Слага наизменичне струје у \_\_\_\_\_ отпору назива се активна снага.

### II. Допуни цртеж

- На слици је приказано  $RLC$ -коло са наизменичним извором променљиве фреквенције и координатни систем  $\nu I$ . Уцртај линију која одговара максималној вредности струје при промени фреквенције извора.

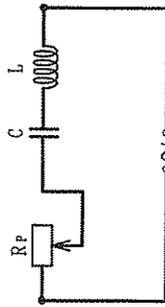




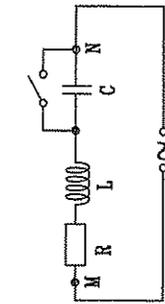
14. Активни отпор у колу наизменичне струје зависи од фреквенције извора.  
 15. Фазна разлика између струје и напона у редном  $RLC$ -колу не зависи од фреквенције.  
 16. Средња вредност трофазне струје је у сваком тренутку једнака нули.  
 17. При преношењу електричне енергије на даљину губици су мањи ако се преношење врши на вишем напону.

#### V. Одговори са: ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ или НЕ МЕЊА СЕ

18. Промењиви кондензатор је везан за извор наизменичне струје. Ако се повећава капацитет кондензатора, како се мења:  
 а) фреквенција извора; б) капацитивни отпор?  
 19. Редно  $RLC$ -коло прикључено је на наизменични извор чија фреквенција може да се мења. У почетном тренутку коло је у резонанцији. Ако се фреквенција извора повећава, шта се дешава са:  
 а) активним отпором у колу; б) импедансом кола;  
 в) ефективном вредношћу јачине струје?  
 20. На извор синусне ЕМС прикључена су два редно везана отпорника. Како ће се променити ефективна вредност струје ако један од отпорника заменимо калемом чији је термодени отпор занемарљив, а индуктивни отпор је једнак отпору замењеног отпорника?  
 21. Редно  $RLC$ -коло везано је за наизменични извор чија фреквенција може да се мења. Ако фреквенција извора расте ка резонантној фреквенцији кола, шта се дешава са фактором снаге кола?  
 22. Како се мења фазна разлика струје и напона на крајевима  $RLC$ -кола ако се клизач на променљивом отпору у колу на слици помера слева у десно?



Сл. уз зад. 22



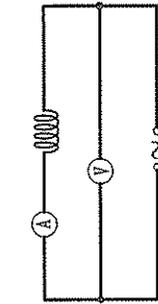
Сл. уз зад. 24

#### VI. Одговори са: $A > B$ , $A < B$ или $A = B$

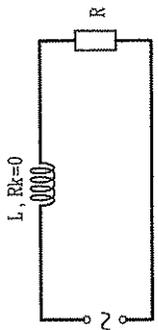
23. Упоређи топлотну снагу ослобођену у отпорнику ако кроз њега пропиче променљива струја  $i = I_0 \sin \omega t$  (A), односно стална струја  $I = I_0 / \sqrt{2}$  (B).

24. На слици је приказано редно  $RLC$ -коло. Ако је  $X_L = X_C$ , упоређи фазну разлику струје у колу и напона између тачака M и N ако је прекидач отворен (A) и ако је затворен (B).

25. На крајеве кола на слици укључи се једносмерни извор (A), а затим се он замени извором наизменичне струје (B). Упоређи показивање амперметра ако у оба случаја волтметар показује исту вредност.



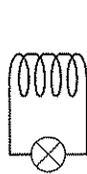
Сл. уз зад. 25



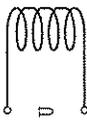
Сл. уз зад. 26

26. Фреквенцију наизменичне струје у колу на слици је могуће мењати. При некој фреквенцији фазна разлика струје и напона на крајевима кола је  $\varphi_A$ . Упоређи периоде струје пре (A) и после (B) опадања фазне разлике на  $\varphi_B$ .

27. На слици су дата два случаја везивања трансформатора. Упоређи јачине којом светле сијалице у случајевима A и B ( $U$  - ефективна вредност напона извора).



(A)



(B)

Сл. уз зад. 27

#### VII. Заокружи тачан одговор

28. Ако је у редном  $RLC$ -колу остварена струјно-напонска резонанција, фазна разлика струје и напона на калему је:

- а) 0 б)  $\pi$  в)  $\pi/4$  г)  $\pi/2$  д)  $\pi/6$

29. Јединица за импедансу је:

- а)  $\text{kgm} / \text{As}$  б)  $\text{A kg} / \text{m}^2 \text{s}$  в)  $\text{kgm}^2 / \text{A}^2 \text{s}^3$  г)  $\text{kgm}^2 \text{s} / \text{A}$  д)  $\text{kgm}^2 / \text{As}$

30. Ако се растојање између плоча кондензатора повећа два пута при сталној фреквенцији, капацитивни отпор постаје:

- а) 4 пута мањи б) 4 пута већи в) 2 пута мањи г) 2 пута већи д) непромењен

31. Која од наведених формула је тачна за редно  $RLC$ -коло:

- а)  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$  б)  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{C}{2\pi\nu} - 2\pi\nu L\right)^2}$   
 в)  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$  г)  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \omega C)^2}$   
 д)  $Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}$
32. Ефективна вредност наизменичне струје амплитуде  $I_0$  је:
- а)  $I_0\sqrt{2}$  б)  $\frac{I_0}{2}$  в)  $0,707I_0$  г)  $\frac{I_0}{\sqrt{3}}$  д)  $I_0$

## 12.4. Механички таласи

### 1. Допуни реченице

- Процес преносења осцилација у простору у току времена назива се \_\_\_\_\_ или \_\_\_\_\_ је површ нормална на правцу кретања таласа, на којој све честице (тачке) осцилидују у истој фази.
- \_\_\_\_\_ је најкраће растојање, у правцу кретања таласа, између две честице у истој фази осциловања.
- \_\_\_\_\_ је величина бројно једнака енергији коју талас пренесе у јединици времена кроз јединичну површину нормалну на правцу протирања таласа.
- Резултат суперпозиције два таласа исте карактеристичне фреквенције и исте амплитуде који се крећу у супротним смеровима је \_\_\_\_\_.
- Наше уво региструје звучне осцилације од \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_.

### II. Допуни преглеж

- Одреди смер брзина тачака А и В ако се талас креће удесно.

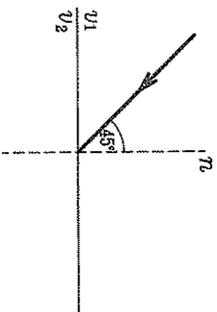


Сл. у3 зад. 7

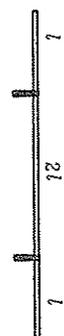
Сл. у3 зад. 8

- Талас се простире дуж  $x$ -осе. Фазна разлика таласа у тачкама А и В је  $\frac{\pi}{2}$ . Учртрај бар два могућа облика таласа између тачака А и В.

- Ако је  $v_2 = v_1\sqrt{2}$ , учртрај правец протирења таласа у другој средини.



Сл. у3 зад. 9



Сл. у3 зад. 10

- Шипка учвршћена као на слици побуди се на осциловање. Нацртај други хармони.

- Пријемник се креће дуж  $x$ -осе брзином  $v$  а извор се налази у тачки S емитујући звук фреквенције  $\nu_0$ . Пријемник чује звук фреквенције  $\nu_A = \frac{u}{u + v \cos \alpha} \nu_0$  када се налази у тачки А ( $u$  је брзина звука а  $\alpha$  угао под којим пријемник „види“ извор звука). Учртрај смер брзине пријемника у тачки А.

Сл. у3 зад. 11

### III. Повежи одговарајуће појмове

- Свакој величини придружи одговарајућу јединицу:

- |                             |                     |                      |
|-----------------------------|---------------------|----------------------|
| а) таласна дужина           | 1) m/s              | б) рад/s             |
| б) брзина таласа            | 2) Hz               | в) m                 |
| в) интензитет таласа        | 3) J/m <sup>2</sup> | г) m <sup>-1</sup>   |
| г) субјективна јачина звука | 4) W/m <sup>2</sup> | д) dB/m <sup>2</sup> |
| д) таласни број $k$         | 5) dB               |                      |

- Свакој величини (закону) придружи одговарајућу формулу ( $u$  – брзина таласа,  $\lambda$  – таласна дужина,  $\nu$  – фреквенција,  $T$  – период,  $E$  – енергија таласа,  $S$  – површина нормална на правец протирења таласа,  $\alpha$  – удаљени угао таласа,  $\beta$  – преломни угао таласа,  $L$  – субјективна јачина звука,  $I$  – објективна јачина звука,  $I_0$  – праг чујности):

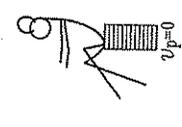
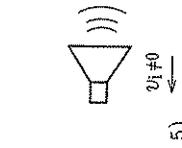
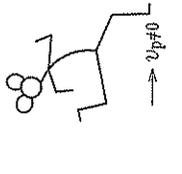
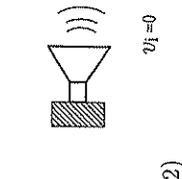
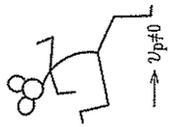
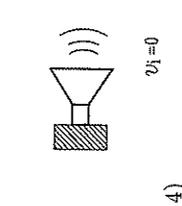
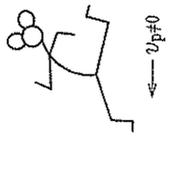
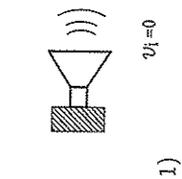
- |                             |   |                                     |
|-----------------------------|---|-------------------------------------|
| а) брзина таласа            | 1) $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$                        | 5) $u = \lambda\nu$                 |
| б) закон преламања таласа   | 2) $L = 10 \log \frac{I_0}{I}$                        | 6) $u = \lambda T$                  |
| в) објективна јачина звука  | 3) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{u_2}{u_1}$ | 7) $I = \frac{E}{\Delta t \cdot S}$ |
| г) субјективна јачина звука | 4) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{u_1}{u_2}$ | 8) $I = \frac{E}{S}$                |

14. Датим формулама придружи одговарајуће слике:

а)  $v = \frac{u + v_p}{u}$   $v_0$

б)  $v = \frac{u - v_p}{u + v_i}$   $v_0$

в)  $v = \frac{u}{u - v_i}$   $v_0$



2)

5)

3)

6)

15. Наведеним појмовима придружи одговарајућа својства:

- а) инфразвук 1) мало  $\lambda$ , велика енергија  
 б) ултразвук 2) велико  $\nu$ , мала енергија  
 3) велико  $\lambda$ , мали степен дифузије и апсорпције при простирању  
 4) мало  $\nu$ , велика енергија

16. Дате су једначине равног таласа у неком тренутку. Придружи им одговарајуће слике ( $u$  – брзина таласа):

а)  $x = x_0 \cos(\omega t - ky)$

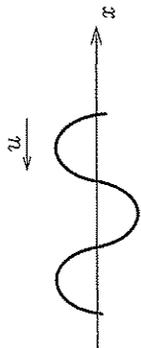
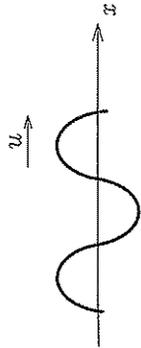
б)  $x = x_0 \cos(\omega t + ky)$

$u$



1)

2)



Сл. уз зад. 16

3)

4)

#### IV. Одговори са ДА или НЕ

17. Лонгитудинални таласи се могу простираги:

- а) само кроз чврсте еластичне средине;  
 б) кроз средине сва три агрегатна стања.

18. Принципи суперпозиције важи:

- а) само за трансверзалне таласе; б) само за лонгитудиналне таласе;  
 в) за трансверзалне и лонгитудиналне таласе.

19. Праг чујности зависи од:

- а) фреквенције звука; б) удаљености звучног извора.

20. Ултразвук у односу на звук у дагој средини има већу:

- а) таласну дужину; б) брзину простирања.

21. Ако се извор звука креће равномерно брзином по кружници у чијем центру се налази слушалац (посматрач), опажа се Доплеров ефекат.

#### V. Одговори са: ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ или НЕ МЕЊА СЕ

22. Како се мења брзина звука при преласку:

- а) из ваздуха у воду;  
 б) из топлијих у хладније слојеве ваздуха;  
 в) из кисеоника у водоник (истих температуре)?

23. Како се мења интензитет таласа (при промени само назначене величине):

- а) ако се његова фреквенција повећава;  
 б) ако се повећава таласна дужина;  
 в) ако се смањује амплитуда таласа?

24. Са порастом редног броја хармоника звучног таласа, како се мења:

- а) таласна дужина; б) фреквенција таласа?

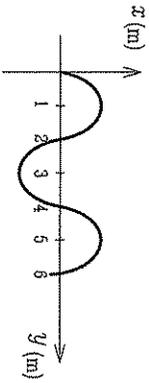
25. Ако се затегнута жица скрати, а сила затезања остане иста, како се мења:

- а) фреквенција основног тона; б) брзина звука;  
 в) таласна дужина првог хармоника?

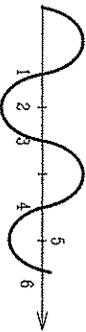
26. Ако се извор звука приближава пријемнику који мирује, како се мења:  
 а) фреквенција коју пријемник региструје;  
 б) субјективна јачина звука коју пријемник региструје?

VI. Заокружи тачан одговор

27. На слици је дат облик таласа у неком тренутку. Таласна дужина овог таласа износи:  
 а) 1 m б) 2 m в) 4 m г) 6 m



Сл. уз зад. 27



Сл. уз зад. 28

28. На слици је дат облик таласа у неком тренутку. Таласној дужини одговара растојање између тачака:  
 а) 1-4, 2-5, 1-3 б) 1-3, 1-4, 3-4 в) 1-4, 2-5, 3-6

29. Звучни талас стиже на граничну површ две средине под углом од  $60^\circ$  у односу на нормалу. Ако се брзине звучног таласа у ове две средине односе као  $\sqrt{3} : 1$ , колика је вредност преломног угла?  
 а)  $45^\circ$  б)  $60^\circ$  в)  $30^\circ$  г)  $90^\circ$

30. После међусобног сусрета два таласа, тј. истовременог проласка кроз исту област, таласи настављају кретање у првобитном правцу:

- а) променивши облик и интензитет б) променивши интензитет а не облик  
 в) променивши облик а не интензитет г) не променивши ни облик ни интензитет

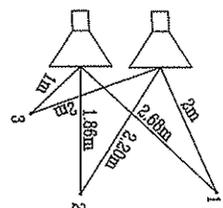
31. У ваздушном стубу дужине  $L$ , отвореном на једном крају, може настати стојећи талас максималне таласне дужине:

- а)  $4L$  б)  $\frac{4}{3}L$  в)  $\frac{4}{5}L$  г)  $2L$  д)  $L$

32. Залегута жица има дужину  $L$ . Минимална фреквенција стојећег таласа који може настати у жици је ( $u$  – брзина таласа):

- а)  $\frac{u}{4L}$  б)  $\frac{u}{2L}$  в)  $\frac{u}{L}$  г)  $\frac{3u}{2L}$  д)  $\frac{3u}{L}$

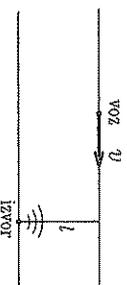
33. Кохерентни звучни извор емитује звук таласне дужине 0,34 m. Интерференциони максимуми ових звучних таласа настају:



Сл. уз зад. 33

34. Објективној јачини звука од  $10^{-6} \text{ W/m}^2$  одговара субјективна јачина од:  
 а) 75 dB б) 100 dB в) 60 dB г) 0 dB

35. Воз се креће као на слици. Фреквенција звука коју чује путник у возу се:  
 а) стално смањује б) стално повећава  
 в) прво повећава па онда смањује  
 г) прво смањује па онда повећава



Сл. уз зад. 35

12.5. Електромагнетни таласи

1. Допунски реченице  
 1. Извори електромагнетних таласа су \_\_\_\_\_ честице које се крећу \_\_\_\_\_  
 2. Светлост која садржи само једну одређену фреквенцију (таласну дужину) електромагнетног зрачења назива се \_\_\_\_\_  
 3. Одступање светлости од праволинијског проширања при проласку поред ивице непрозрачних предмета или кроз \_\_\_\_\_ отворе, називамо \_\_\_\_\_  
 4. \_\_\_\_\_ светлосни таласи су они чији правци осциловања припадају \_\_\_\_\_ или паралелним равнинама.  
 5. Однос брзина светлости у вакууму и посматраној средини назива се \_\_\_\_\_ преламања.  
 6. Зависност \_\_\_\_\_ преламања средине од кружне фреквенције светлости назива се \_\_\_\_\_

II. Допуни пртеж

7. На слици је приказан настанак магнетног поља при промени електричног. Уцртај смер линија сила магнетног поља.

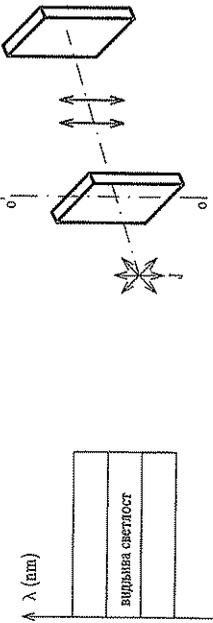


Сл. уз зад. 7

Сл. уз зад. 8

8. На слици је представљено настајање вртложног електричног поља услед промене магнетног поља. Уцртај смер линија сила електричног поља.

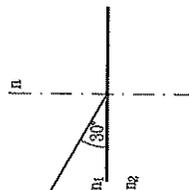
9. Уплити у одговарајуће правоугаонике називе делова спектра оптичког зрачења.



Сл. уз зад. 9

Сл. уз зад. 10

10. Две плочице од турмалина су постављене као на слици. Уцртај правац оптичке осе на другој плочици (анализатору) при којем она не пропушта светлост.



Сл. уз зад. 11

11. Светлосни зрак пада на граничну површ две средине чији се индекси преламања односе као  $1 : \sqrt{3}$ . Нацртај правац преломљеног зрака.

III. Повежи одговарајуће појмове

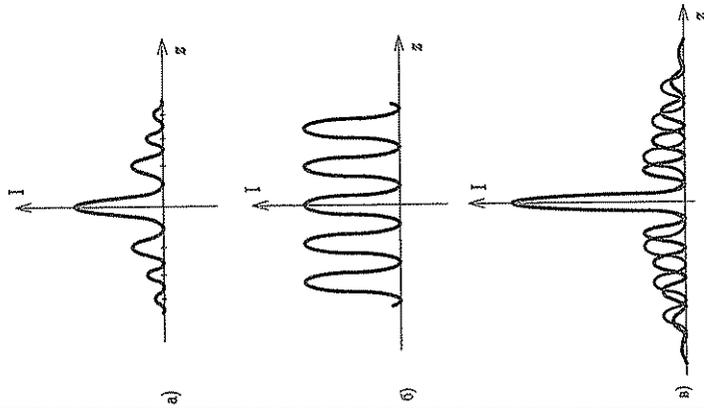
12. Свакој величини придружи одговарајућу јединицу:

- а) индекс преламања 1)  $W/m^2$  4) бездимензиона величина  
 б) брзина електромагнетних таласа 2)  $m/s$  5)  $m^2/s^2$   
 в) јачина вртложног електричног поља 3)  $N/C$

13. Свакој величини (закону) придружи одговарајућу формулу ( $\epsilon_0$  - диелектрична пропустљивост вакуума,  $\mu_0$  - магнетна пропустљивост вакуума,  $c$  - брзина светлости,  $\alpha$  - упадни угао светлости,  $\lambda$  - таласна дужина,  $d$  - растојање суседних атомских равни,  $n_{21}$  - релативни индекс преламања):

- а) брзина светлости кроз вакуум 1)  $c = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  4)  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$   
 б) Брустеров закон 2)  $d \sin \varphi = k\lambda$  5)  $\tan \alpha = \frac{c_2}{c_1}$   
 в) Брегова формула 3)  $\tan \alpha = n_{21}$  6)  $2d \sin \varphi = k\lambda$

14. Графичким приказима придружи одговарајуће називе ( $I$  - јачина осветљености):

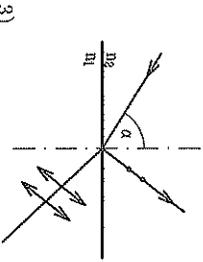
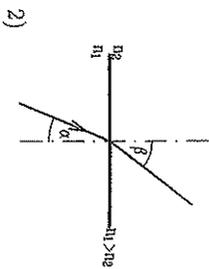
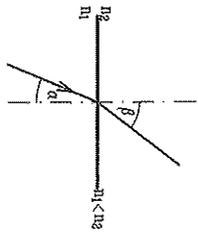


- 1) интерференциона слика два кохерентна таласа  
 2) дифракциона слика монокромотатске светлости  
 3) дифракциона слика полихроматске светлости  
 4) поларизована светлост

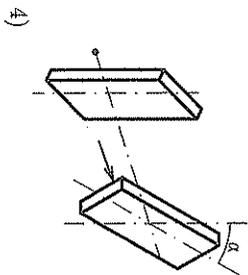
15. Дати формулама придружи одговарајуће слике:

а)  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$

б)  $I = I_0 \cos^2 \alpha$



Сл. уз зад. 15



#### IV. Одговори са ДА или НЕ

16. При преласку светлости на оптички гушће у оптички ређу средину:

- а) повећава се брзина светлости; б) повећава се фреквенција осциловања;  
в) повећава се таласна дужина.

17. У односу на виљиву светлост већу таласку дужину имају:

- а) радио таласи; б) ултраљубичасти светлост.

18. Конструктивна интерференција у некој тачки простора настаје ако је путна разлика два кохерентна светлосна таласа који стижу у ту тачку једнака ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ):

- а)  $(2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ; б)  $k\lambda$ .

19. Да би дошло до тоталне рефлексије светлости потребан (али не и довољан) услов је:

- а) да светлост пада на углачану равну површ;  
б) да светлост прелази из оптички гушће у оптички ређу средину.

20. При аномалној дисперзији светлости у некој средини:

- а) индекс преламања средине расте са порастом фреквенције;  
б) постоји више области фреквенција светлости за коју средину у којима се она испољава.

#### V. Одговори са: ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ или НЕ МЕНА СЕ

21. При преласку светлости из оптички гушће у оптички ређу средину, како се мења:

- а) анослутни индекс преламања;  
б) угао светлосног зрака у односу на нормалу?

22. Како се мења растојање између интерференционих максимума ако се:

- а) повећава таласна дужина светлости;  
б) смањује растојање кохерентних светлосних извора;  
в) удаљава заклон од извора светлости?

23. Како се мења број максимума добијен дифракционом решетком ако се:

- а) повећава таласна дужина светлости;  
б) повећава број разреза по јединици дужине;  
в) удаљава заклон?

24. Како се мења Брустеров угао при поларизацији светлости ако се:

- а) повећава релативни индекс преламања друге средине у односу на прву;  
б) повећава таласна дужина светлости у другој средини?

25. Како се мења апсорпција светлости:

- а) при преласку из прозрачне у непрозрачну средину;  
б) при повећању дебљине апсорбера;  
в) ако се фреквенција светлости приближава фреквенцији осциловања електрона у атомима средине или атома у молекулима (резонанција)?

#### VI. Заокружи тачан одговор

26. Човек види светлост у интервалу фреквенције:

а)  $3,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 7,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  б)  $10^{14} \text{ Hz} - 10^{15} \text{ Hz}$  в)  $2,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 3,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

27. Два светлосна таласа простиру се кроз вакуум. Ако је однос њихових таласних дужина 1 : 2, однос фреквенција ових таласа је:

а) 1 : 2 б) 1 : 4 в) 2 : 1 г) 4 : 1

28. Ако су  $c$ ,  $\lambda$ ,  $\nu$  брзина, таласна дужина и фреквенција светлосног таласа, респективно, онда се при преласку светлости из једне средине у другу мења:

- а) само  $c$  б) само  $\nu$  в) само  $\lambda$  г)  $\lambda$  и  $\nu$  д)  $\lambda$  и  $c$

29. Када светлосни талас пада на површ која га потпуно рефлектује, он на њу делује приближном ( $I$  – интензитет таласа,  $c$  – брзина светлости,  $p$  – притисак):

а)  $p = \frac{I}{c}$  б)  $p = \frac{2I}{c}$  в)  $p = \frac{I}{2c}$  г)  $p = \frac{2c}{I}$  д)  $p = \frac{c}{2I}$

30. Када кроз дифракциону решетку пропустимо белу светлост, централни максимум је:

- а) црвене боје б) љубичасте боје в) спектар боја од црвене на крајевима до љубичасте у средини г) беле боје

31. Кроз дифракциону решетку пропушта се бела светлост. Први максимум се види у облику спектра од црвене до љубичасте боје. Ближе централном максимуму је боја:

- а) црвена б) љубичаста

32. Када се извор светлости и пријемник узајамно приближавају, Доплеров ефекат се изражава формулом:

а)  $\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$  б)  $\nu' = \nu \sqrt{1 + \frac{v}{c}}$  в)  $\nu' = \nu \sqrt{1 - \frac{v}{c}}$  г)  $\nu' = \nu \sqrt{1 - \frac{v}{c}}$

## 12.6. Геометријска оптика

### I. Допуни реченице

1. \_\_\_\_\_ је глатка равна или закривљена површ која рефлектује светлост.
2. Прозрачно тело ограничено двема сферним површима или једном сферном и једном равном назива се \_\_\_\_\_.
3. Угао који заклапају зраци који полазе од граничних ивица предмета и пролазе кроз оптички центар очног сочива назива се \_\_\_\_\_.
4. Даљина од 25 см на којој здраво, нормално око јасно и без напрезања види предмете назива се \_\_\_\_\_.
5. \_\_\_\_\_ су уређаји за мерење визуелне јачине светлости.

### II. Допуни цртеж

6. Два равна огледала заклапају угао од 90° као на слици. Светлосни зрак пада на огледало I под углом  $\alpha$  у односу на нормалу. Упртај правац светлосног зрака после одбјања од II огледала.



Сл. уз зад. 6

Сл. уз зад. 7

7. Конструисали лик квадрата стране  $f$  у конкавном огледалу жишне даљине  $f$  ако је ближа страна квадрата у жижној равни огледала.

8. Одреди положај лика на слици.



Сл. уз зад. 8

Сл. уз зад. 9

9. На слици је dato далековидо око. Продужи светлосне зраке до места пресека.

### III. Повежи одговарајуће појмове

10. Свакој величини придружи одговарајућу јединицу:

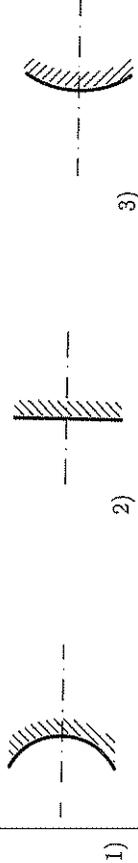
- а) полупречник кривине огледала 1) 1/m
- б) оптичка јачина сочива 2) lx
- в) увећање оптичког инструмента 3) m
- г) светлосни флуks 4) бездимензиона величина
- 5) m<sup>2</sup>
- 6) lm

11. Свакој величини (закоу) придружи одговарајућу формулу ( $f$  – жижна даљина,  $n$  – релативни индекс преламања,  $l$  – удаљеност лика,  $p$  – удаљеност предмета,  $U$  – увећање,  $s$  – даљина јасног вида,  $R$  – полупречник кривине):

- а) жижна даљина сочива 1)  $f = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$  4)  $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$
- б) једначина сферног огледала 2)  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$  6)  $l + p = f$
- в) увећање луне 3)  $U = \frac{s}{f}$  6)  $U = 1 + \frac{s}{f}$

12. Датим формулама придружи одговарајуће слике:

а)  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = 0$  б)  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  ( $f < 0, l < 0$ )

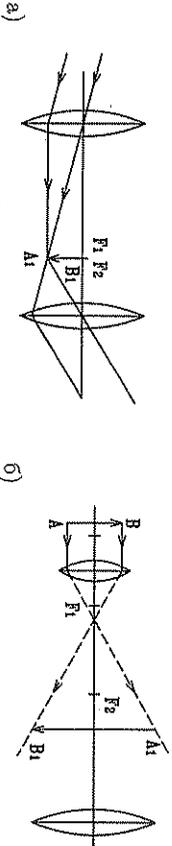


13. Сликама придружи одговарајуће називе:



- 1) планконвексно сочиво    2) конвексно огледало    3) планконкавно сочиво  
4) биконкавно сочиво    5) биконвексно сочиво    6) конкавно огледало

14. На слици су дати узајамни положаји објектива и окуларна оптичких инстру-  
мената. Сликама придружи називе:



- 1) рефлекторски телескоп    2) дурбин    3) микроскоп

#### IV. Одговори са ДА или НЕ

15. Помоћу конкавног сферног огледала могуће је добити:

- а) само реалне ликове;    б) само имагинарне ликове;  
в) реалне и имагинарне ликове.

16. Биконвексна сочива се понашају:

- а) увек као сабирна;    б) увек као расипна;  
в) као сабирна или расипна, што зависи од средине у којој се налазе.

17. Подупречник кривине танког сочива:

- а) увек је једнак двострукој жижној даљини;  
б) увек се узима са знаком плус;  
в) може да има бесконачну вредност.

18. Аберације (недостаци) сочива последица су:

- а) грешака при изради сочива;    б) таласних особина светлости.

19. Лик предмета који се добија дурбином је:

- а) много већи од предмета па га зато боље видимо;  
б) није већи од предмета али се види под већим видним углом него слободним  
оком;  
в) увећан и обрнут.

V. Одговори са: ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ или  
НЕ МЕНЈА СЕ

20. Повећањем подупречника кривине конкавног огледала, како се мења ( $p > f$ ;  
 $p = \text{const}$ ):

- а) удаљеност лика од темена огледала;  
б) линеарно увећање огледала;    в) жижна даљина огледала?

21. Повећањем удаљености предмета од центра сабирног сочива ( $p > f$ ), како  
се мења:

- а) линеарно увећање;    б) жижна даљина    в) величина лика?

22. Када се танко сабирно сочиво премести из ваздуха у воду, како се мењају:

- а) жижна даљина;    б) подупречници кривина;  
в) линеарно увећање (при истој удаљености предмета од центра сочива)?

23. Како се мења увећање луте која се држи непосредно уз око ако се:

- а) повећа њена жижна даљина;    б) посматра предмет већих димензија?

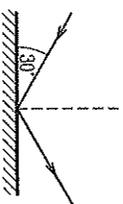
24. Како се мења осветљеност неке површи на коју пада светлост из некот  
извора:

- а) када се повећава растојање од извора до површи;  
б) када се повећава јачина светлосног извора;  
в) када се повећава упадни угао светлости?

#### VI. Заокружжи тачан одговор

25. Светлост пада на огледало као на слици.  
Упадни угао је:

- а)  $30^\circ$     б)  $60^\circ$     в)  $120^\circ$



Ст. уз зад. 25

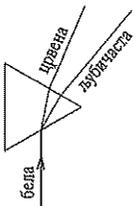
26. Тело се креће по нормали ка равном огледалу брзином интензитета  $v = 3 \text{ m/s}$ . Лик у огледалу се у односу на тело креће брзином:

- а)  $0 \text{ m/s}$     б)  $3 \text{ m/s}$     в)  $0,5 \text{ m/s}$     г)  $6 \text{ m/s}$

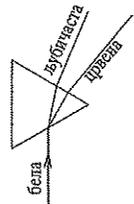
27. Човек стоји испред равном огледала удаљеног од њега  $0,5 \text{ m}$ . Растојање  
човека и његовог лика износи:

- а)  $0,5 \text{ m}$     б)  $1 \text{ m}$     в)  $0,75 \text{ m}$

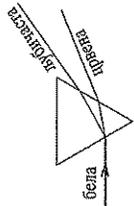
28. На којој слици је представљен правилан пут светлости при проласку кроз призму?



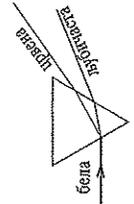
а)



б)



в)



г)

29. При проласку кроз стаклену призму највише скрећу таласи приказани сли-  
ком



1)



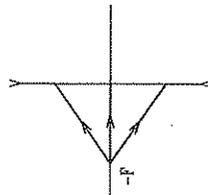
2)



3)

а) 1 б) 2 в) 3 г) сви исто

30. Тачасти извор светлости налази се у жижи танког расиног сочива жижне даљине  $f$ . Лик се налази на оптичкој осци:



- а) лево од сочива на растојању  $f$   
 б) лево од сочива на растојању  $f/2$   
 в) десно од сочива на растојању  $f$   
 г) десно од сочива на растојању  $f/2$   
 д) лево од сочива у бесконачности

Сл. уз зад. 30

31. Линеарно увећање луле коју чине два приљубљена сабирна сочива сочива оптичких јачина  $D_1 = 10 \text{ m}^{-1}$  и  $D_2 = 40 \text{ m}^{-1}$  износи (даљина јасног вида је  $s = 0,25 \text{ m}$ ):

а) 12,5 б) 13,5 в) 14,5 г) 11,5

32. Јединица за осветљеност је:

а) лумен (lm) б) лукс (lx) в) кандела (cd)

Трећи део

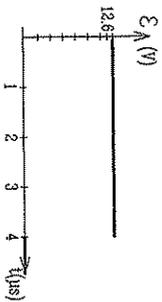
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

# 1. Електромагнетна индукција

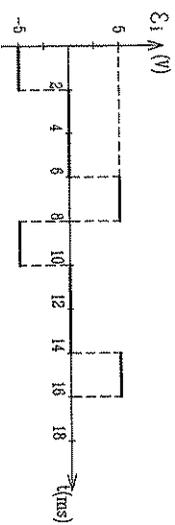
1. По Фарадејевом закону електромагнетне индукције  $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , где је  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  брзина промене магнетног флукса. Значи,  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 24 \text{ Wb/s}$ .

2. Како се магнетна индукција равномерно мења, то значи да ће индукована ЕМС имати сталну вредност током читри секунде. Њена вредност може се израчунати из израза за индуковану ЕМС,  $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(BS)}{\Delta t}$ . Како је површина константна,

$$\mathcal{E}_i = -S \frac{\Delta B}{\Delta t} = -S \frac{B_2 - B_1}{\Delta t} = -1^2 \pi \frac{B_2 - B_1}{\Delta t} = 12,56 \text{ V.}$$



Сл. уџ зак. 2



Сл. уџ зак. 3

3. В. слику. 4. а) Да; б)  $15 \text{ Wb/s}$ . 5. Из  $\mathcal{E}_i = Blv$  следи  $v = \frac{\mathcal{E}_i}{Bl} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ .

6.  $v = 8 \text{ km/s}$ . 7.  $B = \frac{U_i}{Lv} = 4 \text{ mT}$ .

8.  $\mathcal{E}_i = Blv \sin \alpha = Blv \sin(90^\circ - 30^\circ) = Blv \cos 30^\circ = 0,17 \text{ mV}$ .

9. а) Угао између правца вектора брзине авиона (односно трупна авиона) и површине Земље треба да буде  $30^\circ$ . б) Треба да се обрне око осе дуж трупа за  $30^\circ$ .

10. а) При померању проводника  $CD$  у колу се индукује струја чија јачина може да се одреди из Омовог закона,  $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{uk}}}$ , где је  $\mathcal{E}$  електромоторна сила извора, а  $R_{\text{uk}}$  укупан отпор у колу. У овом случају  $\mathcal{E}$  је индукована ЕМС због кретања проводника,  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_i = Blv$ , па је јачина струје у покретном проводнику

$$I = \frac{Blv}{R} = 0,2 \text{ A.}$$

Напон на крајевима покретног проводника је  $U_{AB} = IR = Blv = 0,4 \text{ V}$ .

б) Ако се отпорнику паралелно веже иста такав отпорник, укупан отпор у колу је  $R_{\text{uk}} = R/2$ , па је јачина струје у покретном проводнику  $I_1 = \frac{2Blv}{R} = 0,4 \text{ A}$ . Вредност напона на крајевима покретног проводника је тада

$$U_{CD_1} = I_1 R_{\text{uk}} = Blv = \mathcal{E}_i = 0,4 \text{ V,}$$

што потврђује закључак да индукована ЕМС у покретном проводнику не зависи од јачине струје у њему.

11. У сваком навоју се индукује ЕМС

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS_0)}{\Delta t} = \frac{\Delta(\mu_0 H S_0)}{\Delta t} = -\mu_0 S_0 \frac{\Delta H}{\Delta t},$$

где је  $S_0$  површина коју обухвата један навојак и износи  $S_0 = r^2\pi$ . Како је ко-  
ло састављено од  $N$  навоја, индукована ЕМС је дата изразом  $\mathcal{E}_i = -N\pi r^2\mu_0 \frac{\Delta H}{\Delta t}$ .  
Одавде је време за које се равномерно промени јачина магнетног поља до нуле  
 $\Delta t = -N\pi r^2\mu_0 \frac{\Delta H}{\mathcal{E}_i} = 3,29 \cdot 10^{-6}$  s.

12.  $U_i = 2 \cdot 10^{-3}$  V. 13.  $\Delta\Phi = 10^{-3}$  Wb.

14. Из Фарадејевог закона  $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , знајући да се у сваком навојуку ЕМС  
исте јачине, добија се  $\mathcal{E} = NS\mu_0 \frac{H}{t}$ . Одавде је  $S = \frac{\mathcal{E}t}{N\mu_0 H} = 10^{-3}$  m<sup>2</sup>.

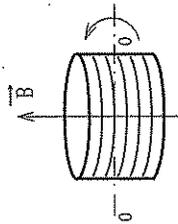
15. Из  $|\mathcal{E}_i| = NS\frac{\Delta B}{\Delta t}$  и  $q = C\mathcal{E}_i$  се добија  $q = 12,57 \cdot 10^{-8}$  C.

16. а) Нула; б)  $\mathcal{E}_i = \frac{\sigma^2 B}{t}$ .

17. При обраћању камена флуks магнетног поља се промени од  $\Phi_1 = nS_0B$  до  $\Phi_2 =$   
 $-nS_0B$ , па је промена флуksа  $\Delta\Phi = -2NS_0B$ . Због ове промене флуksа индукује се  
ЕМС  $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2NS_0B}{\Delta t}$  при чему је  $S_0 = r^2\pi$ , па је  $\mathcal{E}_i = \frac{2\pi r^2\pi B}{\Delta t}$ . Како су  
крајњи камена спојени, кроз кадем протиче  
индукована струја

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{2N\pi r^2\pi B \cdot S}{\Delta t \cdot 2N\pi r\rho} = \frac{rBS}{\rho\Delta t}.$$

Из  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$  се налази протегла количина на-  
електрисања  $\Delta q = \frac{rBS}{\rho}$ . 18.  $I = 1,4$  A.



Сл. уз зад. 17

19. При извлачењу кадема из магнетног поља долази до појаве индуковане ЕМС због  
чега ће кроз коло протећи извесна количина наелектрисања. Индукована ЕМС може се  
одредити применом Фарадејевог закона ЕМИ:

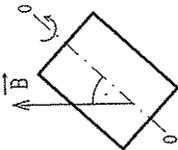
$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -NS\frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Одавде може да се изрази индукција магнетног поља  $B = \frac{\mathcal{E}_i\Delta t}{NS}$ . Како је укупан  
отпор у колу познат, применом Омовог закона може се одредити  $\mathcal{E}_i = I_i R$ , где је  $I_i$   
јачина индуковане струје која протиче кроз коло и сразмерна је са измереном количином  
наелектрисања,  $I_i = \frac{q}{\Delta t}$ , где је  $\Delta t$  време за које се кадем извуче из магнетног поља.

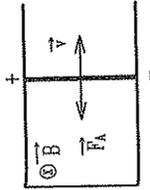
Заменом у израз за индукцију магнетног поља добија се  $B = \frac{qR}{NS}$ .

20. Обртањем рама долази до индуковања електричне струје, што значи да се кроз  
рам крећу наелектрисања. Применом Фарадејевог закона ЕМИ добија се за количину  
наелектрисања  $q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$ , па је:

а)  $q = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{R} = \frac{|BS \cos \alpha - BS|}{R} = 6,76 \cdot 10^{-2}$  C; б)  $q = 1,82 \cdot 10^{-2}$  C;  
в)  $q = 2,5 \cdot 10^{-2}$  C.



Сл. уз зад. 20



Сл. уз зад. 23

21. При равномерној промени магнетне индукције кроз кадем протиче индукована струја  
сталне јачине  $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$ , где је  $\mathcal{E}_i$  индукована ЕМС и једнака је  $\mathcal{E}_i = -S\frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot n$ , па је  
јачина струје у кадему  $I_i = -\frac{RS\Delta B}{\Delta t} \cdot n$ . Приликом струје кроз кадем он се загрева.  
Према Џул-Ленцовом закону ослобођена количина топлоте је  $\Delta W = I^2 R \Delta t$ , а снага  
топлотних губитака:  $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = I^2 R$ . Авишано израз за јачину струје, за снагу се  
добија

$$P = \frac{N^2 S^2}{R} \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 = 10^{-7}$$
 W.

22.  $P = 10^{-13}$  W.

23. а) Како се проводник  $AB$  креће у магнетно пољу, због деловања Лоренцове силе  
на слободна наелектрисања долази до њиховања дуж шпике. Тако крај  $A$  постаје  
позитиван а  $B$  негативан. Индукована ЕМС може се одредити из Фарадејевог закона

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -B\dot{y} = -1$$
 V.

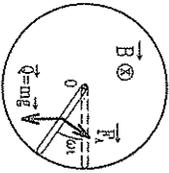
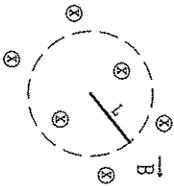
б) Због индуковања ЕМС у колу  $ABCD$  се формираје индукована струја, па на шпiku  
делује Амперова сила  $F_A = IBL$  чији је вектор од смера кретања правоугаоника  
(слика), што успорава проводник. Да би се наша константна брзину, на њу треба  
деловати силом исте јачине и правца као  $F_{из}$  у супротном смеру,  $F = F_A = IBL$ ,  
где је  $I$  струја индукована у колу (њена јачина може да се одреди из Омовог закона).  
Заменом се добија  $F = \frac{\mathcal{E}BL}{R} = 1,25$  N.

в) Рад силе  $F$  у 1 s је  $A = \frac{F \cdot x}{t} = F \cdot v$ , тачнија топлоте која се ослободи у 1 s је  
 $Q = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \cdot A/t = \frac{1,25^2 \cdot 4}{5} = 1$ . 24.  $I = 2 \cdot 10^{-12}$  N.

25. Под утицајем Земљине теже проводљива шпика при чему долази до индук-  
овања ЕМС, па кроз коло протиче индукована струја  $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$ . Због протицања струје на  
покретни проводник делује Амперова сила  $F = I_i BL$  која је усмерена супротно од силе  
Земљине теже. Како се проводник креће са брзином, важи  $\vec{F}_A = -m\vec{g}$ . Следи:  
 $F_A = mg$ . Заменом јачине струје у изразу  $I_i$  добија се  
 $\frac{B \cdot BL_i}{R} \cdot L = mg$ .

$$\text{одакне је } R = \frac{B^2 L^2 v}{mg} = 25 \cdot 10^{-4} \Omega.$$

26. При обртању жица пребрише површину једнаку површини круга (слика)  $\Delta S = l^2 \pi$  (где је  $l$  дужина жице) за време  $\Delta t = T = \frac{1}{\nu}$ , где је  $\nu = 4\pi \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$  фреквенција обртања, а  $T$  период. Број линија које пребрише проводник за време  $\Delta t$  је  $\Delta \Phi = B \Delta S = B l^2 \pi$ , па је индукована ЕМС на крајевима жице  $\mathcal{E}_i = B l^2 \pi \nu = 1 \text{ V}$ . 27.  $v = 2,5 \text{ m/s}$ .



Оп. уз зад. 26

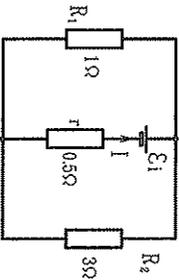
Оп. уз зад. 28

28. Када штап почне да се креће, долази до индуковања струје, па на проводник делује и Амперова сила, поред  $mg$ . Услов да угаона брзина буде константна, је да резултујући момент сила које делују на штап буде једнак нули. На слици су нацртане силе које делују на штап. Моменти  $M_A$  и  $M_Q$  су супротном смера, а њихови интензитети су: момент Амперове силе је  $M_A = F_A l$ , јер је  $F_A$  увек нормална на штап, а момент силе Земљине теже

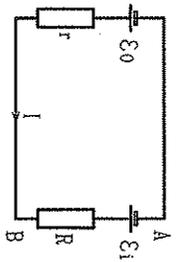
$$M_Q = mg \cdot \frac{l}{2} \sin(90^\circ - \omega t) = mg \cdot \frac{l}{2} \cos \omega t.$$

Из услова да је  $\ddot{\omega} = 0$  следи  $F_A = mg \cos \omega t$ . Како је  $F_A = I B l$ , добија се да струја треба да се мења по закону  $I = \frac{mg}{B l} \cos \omega t$ .

29. При померању проводника долази до индуковања ЕМС па се на крајевима проводника  $ab$  појављује разлика потенцијала  $U = \mathcal{E}_i - I_a R$ . Како је отпор правоугаоника занемарљив, напон  $U$  је једнак нули, па је  $I_a = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\mu_0 H l v}{R}$ .



Оп. уз зад. 30



Оп. уз зад. 31

30. а) Проводник (жица) који се помера у магнетном пољу представља извор струје кога приказаног на слици. Јачина струје кроз жицу је  $I = \frac{\mathcal{E}_i}{R_a}$ , где је  $R_a$  укупан отпор у колу и једнак је  $R_a = r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , а индукована ЕМС  $\mathcal{E}_i = B l v$ . Заменом се добија за јачину струје

$$I = \frac{B l v}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2} (R_1 + R_2) = 2,4 \text{ mA}.$$

- 6) Ако прегори отпорник од  $3 \Omega$ , прекида се веза између тих крајева шина, па је тада јачина струје у колу  $I_1 = \frac{B l v}{r + R_1} = 2 \text{ mA}$ .

31. При померању проводника у колу се појављује и индукована ЕМС, па може да се напруга коју мало другачије (слика). Напон између тачака  $A$  и  $B$ , тј. крајева жице је  $U = \mathcal{E}_0 - I r$ , где је  $I$  јачина струје у колу и једнак је

$$I = \frac{\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_i}{R_a} = \frac{\mathcal{E}_0 - B l v}{r + R_1},$$

па се за тражени напон добија  $U = \frac{\mathcal{E}_0 R + B l v r}{r + R_1}$ .

32. а) Индукција магнетног поља у кадему је  $B = \mu_0 \frac{N I}{l}$ , где је  $N$  број навојака,  $l$  дужина навојака,  $I$  јачина струје кроз кадем а  $\mu_0$  магнетна пермеабилност вакуума. Флукс кроз један навојак је  $\Phi_0 = S B$ , а како има  $N$  навојака, укупан флукс кроз све навоје је  $\Phi = N \Phi_0$ . Како је укупан флукс  $\Phi = L I$ , може се одредити индуктивност кадема

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = 1,26 \text{ mH}.$$

- 6) Из Фарадејевог закона  $\mathcal{E}_s = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$  одређује се  $\mathcal{E}_s = -12,6 \text{ mV}$ . Дакле, бројна вредност индуковане ЕМС је  $12,6 \text{ mV}$ , а смер је супротан (контра електромоторна сила) од смера извора струје.

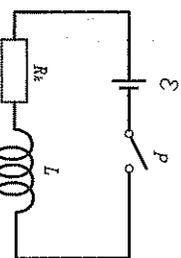
33. Магнетни флукс кадема зависи од коефицијента самоиндукције кадема и од јачине струје у кадему:  $\Phi = L I$ . Промена магнетног флукса је дакле  $\Delta \Phi = L \Delta I$ , па је  $L = \frac{\Delta \Phi}{\Delta I} = \frac{1}{8} \cdot 10^{-3} \text{ H}$ . Електромоторна сила самоиндукције може се одредити из Фарадејевог закона ЕМИ:  $\mathcal{E}_s = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -1 \text{ V}$ . Знак „-“ је због Ленцовог правила. 34.  $N = 1200$ .

35. Из израза за ЕМС самоиндукције  $\mathcal{E}_s = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$  следи  $\frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{\mathcal{E}_s}{L}$ , па се добија да је  $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 10 \text{ A/s}$ . Како је промена јачине струје позитивна, значи да струја расте.

36.  $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 318 \text{ A/s}$ .

37. Када затворимо прекидач, извор напона коју енергијом. Та енергија се делом проши на успостављање магнетног поља кадема, а делом на загревање кадема. Када струја достигне стајну (максималну) вредност, енергија магнетног поља се неће менати. У том тренутку (и после тога) кроз колу протиче стајна струја јачине  $I = \mathcal{E}/R_a$ , па је енергија „ускладиштена“ у магнетном пољу

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \frac{\mathcal{E}^2}{R_a^2} = 6 \text{ J}.$$



Оп. уз зад. 37

Снага топлотних губитака биће по Џул-Ленцовом закону ( $\Delta Q = I^2 R \Delta t$ ),

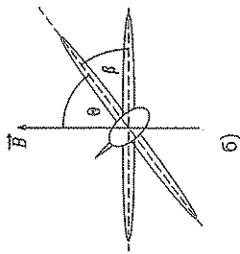
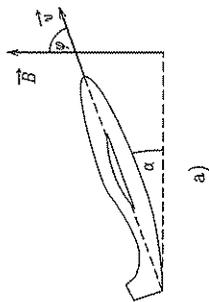
$$P_g = I^2 R = 24 \text{ W}.$$

Када струја достигне сталну вредност, снага извора  $P = \mathcal{E}I$  износи  $24 \text{ W}$ . Из тога се може закључити да се енергија извора после успостављања сталног магнетног поља калема троши само на загревање калема.

38. а) У овом случају крила (проводник) су нормална на линије нормалне компоненте магнетног поља Земље, па се индукована ЕМС може одредити из израза

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = Blv \sin \varphi,$$

где је  $l$  распон крила. Одавде је  $\sin \varphi = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}}}{Blv} = 0,86$ , па је  $\varphi = \pi/3$ . Са слике (а) се види да авион треба да се подиже под углом  $\pi/2 - \varphi = \pi/6$  према хоризонталној равни.



Сл. уз зад. 38

б) У овом случају брзина авиона је нормална на вертикалну компоненту магнетног поља Земље. Ако индукована ЕМС треба да има исту вредност као у претходном случају, авион мора да се обрне око уздужне осе трупа за неки угао  $\beta$ . Тада индукована ЕМС може да се одреди користећи израз

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = Blv \sin \theta,$$

па из  $\sin \theta = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}}}{Blv} = 0,86$  добијамо  $\theta = \pi/3$ . Са слике (б) се види да је тражени угао  $\beta = \pi/2 - \theta = \pi/6$ .

39.  $\Delta q = \frac{Id^2}{4\rho} \sqrt{\frac{L\mu_0\pi}{4l}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ .

40. Осмица може да се направи на два начина (слика 1).



а) увртањем

б) скупљањем

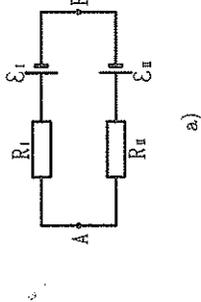
Сл. 1 уз зад. 40

а) При искључивању магнетног поља у обе контуре се индукује ЕМС и кроз прстен протиче струја. Ако се напрта шема кола (слика 2а), разлика потенцијала је  $U_{AB}^a =$

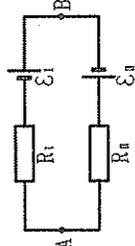
$\mathcal{E}_I + IR_I$ , где је  $I = \frac{\mathcal{E}_{II} - \mathcal{E}_I}{R_I + R_{II}}$ ,  $R_I$  и  $R_{II}$  су отпори одговарајућих дужина проводника. Сређивањем се добија

$$U_{AB}^a = \frac{\Delta B \cdot r_1^2 \pi}{\Delta t} + \frac{\Delta B \cdot \pi (r_2^2 - r_1^2)}{\Delta t \cdot \frac{\rho}{S} \cdot 2\pi (r_1 + r_2)} \cdot \frac{\rho}{S} \cdot 2\pi r_1 r_2 = \frac{B\pi r_1 r_2}{\Delta t} = 0,94 \text{ V} \approx 1 \text{ V}.$$

Значи, неће доћи до пробоја јер је  $U_{\text{max}} > U_{AB}^a$ .



а)



б)

Сл. 2 уз зад. 40

б) У овом случају коло је приказано на слици 2б), па је  $U_{AB}^b = IR_I - \mathcal{E}_I$ , при чему је  $I = \frac{\mathcal{E}_I + \mathcal{E}_{II}}{R_I + R_{II}}$ . Заменом одговарајућих израза добија се

$$U_{AB}^b = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \pi r_1 r_2 \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} < U_{AB}^a.$$

41.  $Q_1 > Q_2$ .

42. Када се пусти тело масе  $M$ , оно се спушта убрзано. Како је овај тег неистегљивим коцкел спојен са шпиком и шпика ће да се убрзава. Због кретања шпике доћи ће до појаве индуковане струје, тако да ће на проводник деловати и магнетно поље. Убрзање система ће се смањивати и када оно постане једнако нули тело  $M$  ће се кретати сталном брзином. Значи, то ће бити највећа брзина тела. На слици су означене силе које делују у систему. На шпикку делују силе  $\vec{F}_{\parallel}$ ,  $\vec{T}$  и  $\vec{F}_A$ , а како се шпика креће сталном брзином  $v_m$ , резултанта ових сила мора бити једнака нули, па је

$$(1) \quad IBl = mg \sin \alpha + T.$$

На тело делују силе  $2T$  и  $Mg$ . Њихова резултанта је такође нула, па је  $2T = Mg$ , тј.

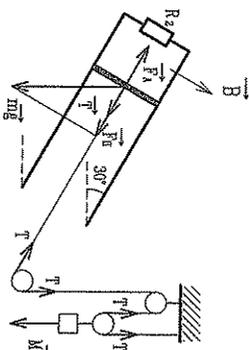
$$(2) \quad T = \frac{Mg}{2}.$$

Струја која се индукује због кретања проводника је

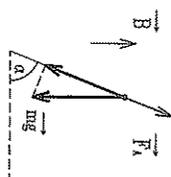
$$(3) \quad I = \frac{\mathcal{E}_i}{R_1 + R_2} = \frac{Blv_m}{R_1 + R_2}.$$

Заменом (2) и (3) у (1) и сређивањем добија се  $v_m = \frac{R_1 + R_2}{B^2 l^2} g \left( m \sin \alpha + \frac{M}{2} \right)$ , што представља брзину кретања шпике у стационарном режиму. Како је брзина тела  $M$   $v_t = \frac{1}{2} v_m$ , за максималну брзину тела се добија

$$v_M = \frac{R_1 + R_2}{2B^2 l^2} g \left( m \sin \alpha + \frac{M}{2} \right) = 0,33 \text{ m/s}.$$



Сл. уз зад. 42



Сл. уз зад. 43

43. Када се проводник пусти, у њему се индукује ЕМС  $\mathcal{E} = Bv \cos \alpha$ , па кроз колу пролиће струја јачине  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , где је  $\Delta q$  количина наелектрисања која се нагомילה на плочама кондензатора; за време  $\Delta t$  она износи  $\Delta q = C \Delta \mathcal{E} = C v B \Delta v \cos \alpha$ . Следи

$$I = C v B \cos \alpha \frac{\Delta v}{\Delta t} = C v B a \cos \alpha,$$

где је  $a$  убрзање проводника и може да се одреди из основне једначине динамике

$$m a = m g \sin \alpha - l B v \cos \alpha = m g \sin \alpha - C v^2 B^2 a \cos^2 \alpha.$$

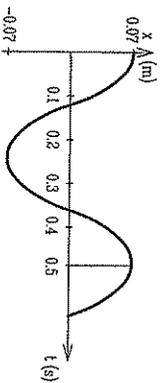
За убрзање се добија  $a = \frac{m g \sin \alpha}{m + C v^2 B^2 \cos^2 \alpha}$ . Видимо да је убрзање стално, па је пут који пређе шипка  $s = l = \frac{a t^2}{2}$ , одакле се добија за време

$$t = \sqrt{\frac{2l}{m g \sin \alpha}} (m + C v^2 B^2 \cos^2 \alpha).$$

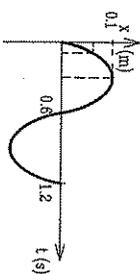
Брзина шипке ће бити  $v = at = \sqrt{\frac{2l m g \sin \alpha}{m + C v^2 B^2 \cos^2 \alpha}}$ .

## 2. Осцилације

44. а)  $x = 0,04 \sin \frac{2\pi}{3} t$ . б) Како честота у минути направи 120 осцилација, значи да је период осциловања  $T = \frac{t}{n} = \frac{60}{120} = 0,5 \text{ s}$ . Једначина осциловања гласи  $x = 0,07 \sin \left( 4\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$  (слика).



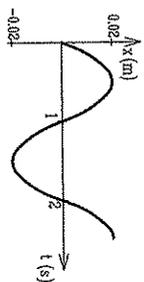
Сл. уз зад. 44



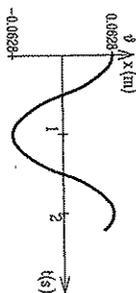
Сл. уз зад. 46

45. Општа једначина хармоничког осциловања гласи  $x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ . Поређењем са једначином  $s = 0,1 \sin(440\pi t + 1)$ , знајући да су јединице међународног система, добија се да је фреквенција  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{440}{2\pi} = 70 \text{ Hz}$ , амплитуда  $s_0 = 0,1 \text{ m}$ , а почетна фаза  $\varphi_0 = 1 \text{ rad}$ .

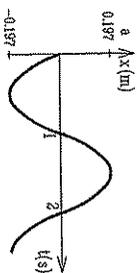
46. Из  $0,05 = 0,1 \sin \frac{2\pi t}{1,2}$  се добија  $\frac{2\pi t}{1,2} = \frac{\pi}{6}$  и  $t = 0,1 \text{ s}$  (слика). 47.  $x = 2,94 \text{ cm}$ .



а)



б)



в)

Сл. уз зад. 48

48. В. слике. б) Брзина се мења по закону  $v = x_0 \omega \cos \pi t = 0,0608 \sin \left( \pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ . в) Убрзање се мења по закону

$$a = -x_0 \omega^2 \sin \pi t = x_0 \omega^2 \sin(\pi t + \pi) = 0,197 \sin(\pi t + \pi).$$

49. Сила која делује на тело сразмерна је удаљености тела од равнотежног положаја,  $F = -kx$ , односно  $|F| = k|x|$ , па је пражена вредност  $F_0 = kx_0 = \omega^2 x_0 m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ .

50. Ако се тело окачи о еластичну опругу, она ће се под утицајем силе Земљине теже истегнути. У равнотежном положају тела сила еластичне опруге по инвензијету је једнака тежини тела, односно  $kx = mg$ . Одавде је  $k = \frac{mg}{x} = 10 \text{ N/m}$ . Сада може да се одреди

угаона фреквенција  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 18,28 \text{ rad/s}$ . Како је тело пуштено са удаљености 5 cm од равнотежног положаја, значи да му је амплитуда 0,05 m, а почетна фаза  $\frac{\pi}{2}$ . Тражена једначина гласи  $x = 0,05 \sin \left( 18,28t + \frac{\pi}{2} \right)$  (m). 51.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} = 0,44 \text{ s}$ .

52. а) Фреквенција осциловања тела масе  $m$  је  $\nu_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ , а фреквенција осциловања

са додатном масом  $\nu_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}}$ . Из услова задатка  $\nu_2 = \frac{1}{4} \nu_1$  следи  $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{m}{m + \Delta m}}$ , па је  $\Delta m = 15m = 3 \text{ kg}$ . Треба додати масу 3 kg. б)  $T = 1,76 \text{ s}$ .

53.  $\Delta m = 3m$ .

54. Максимална кинетичка енергија при хармонијском осциловању дата је изразом

$$E_{k,max} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x_0^2 = 2 m \pi^2 \nu^2 x_0^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$$

55.  $T = 0,63 \text{ s.}$

56. Из једначине за брзину  $v = 35 \cos \pi t$  (cm/s) може се одредити амплитуда и период. Амплитуда је  $x_0 = \frac{v_0}{\omega} = 11,1 \text{ cm}$ , а период  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \text{ s}$ . Како у свакој четвртини периода тело пређе пут једнак амплитуди (слика), укупан пут који пређе тело једнак је

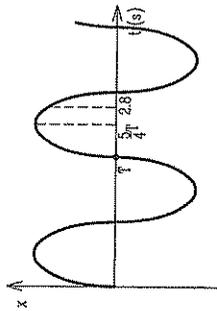
$$s = 5x_0 + x_0 - x_0 \sin 2,8\pi = 6x_0 - x_0 \sin 0,8\pi = x_0(6 - \sin 0,8\pi) = 60,1 \text{ cm.}$$

57. Како тело осцилује по линији дужине  $l = 20 \text{ cm}$ , значи да је амплитуда  $x_0 = \frac{l}{2} = 10 \text{ cm}$ .

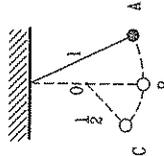
а) Брзина при пролазу кроз равнотежни положај је максимална и износи  $v_0 = x_0 \cdot \frac{2\pi}{T} = 0,16 \text{ m/s}$ . Убрзање је  $a = -\omega^2 x = 0$  јер је  $x = 0$ .

б) Максимална сила  $F_{max} = -kx_0 = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x_0 = -0,25 \text{ N}$ . Знак „-“ је због тога што је ова сила увек усмерена ка равнотежном положају.

в) Максимална кинетичка енергија је при пролазу кроз равнотежни положај,  $E_{k,max} = \frac{1}{2} m v_0^2 = 0,013 \text{ J}$ . 58.  $t = \frac{l}{8v} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ . 59.  $x = \pm 0,58 x_0$ .



Сл. уз зад. 56



Сл. уз зад. 63

60. При хармонијском осциловању кинетичка енергија тела је највећа у равнотежном положају,  $E_{k,max} = \frac{1}{2} m \frac{4\pi^2}{T^2} x_0^2$ . Ако се амплитуда повећа за  $\Delta x$ , кинетичка енергија у равнотежном положају биће  $E_{k,max_2} = \frac{2\pi^2}{T^2} m(x_0 + \Delta x)^2$ , па је тражена промена кинетичке енергије

$$\Delta E_{k,max} = E_{k,max_2} - E_{k,max_1} = \frac{2\pi^2}{T^2} m[(x_0 + \Delta x)^2 - x_0^2] = 2,2 \text{ mJ.}$$

61. Период математичког клатна је  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ , а фреквенција је  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$ . Из услова задатка  $\nu_2 = 1,5\nu_1$  следи

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l - \Delta l}} = 1,5 \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}},$$

односно  $\Delta l = l \left(1 - \frac{1}{2,25}\right) = \frac{g}{(2\pi\nu)^2} \cdot 0,55 = 8,8 \text{ mm}$ . 62.  $T_M - T_Z = 1,49 \text{ s}$ .

63. Време кретања од тачке А до тачке В (слика) одговара четвртину периода клатна дужине  $l$ ,  $t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}}$ . Од тачке В до тачке С протекне четвртину периода клатна дужине  $l'$ ,  $t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l'}{2g}}$ . Ако тело треба да се врати у тачку А (пуна осцилација), мора два пута да пређе растојање АВ и два пута ВС, па је

$$T = 2(t_1 + t_2) = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \left( \sqrt{l} + \sqrt{\frac{l'}{2}} \right).$$

Како је за две осцилације потребно време  $t = 2T$ , за дужину клатна се добија

$$l = \frac{t^2 g}{4\pi^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 78 \text{ cm.}$$

64. а)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} = 1,89 \text{ s}$ ; б)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2,09 \text{ s}$ .

65.  $m = 0,5 \text{ kg}$ . 66.  $d = \frac{36m\pi^3}{\rho T^4 g^2} = 2,1 \text{ mm}$ .

67. На месту где је убрзање  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  период осциловања клатна је  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{mg}}$ , а на висини на којој је убрзање Земљине теже  $g'$  период је  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{mg'}}$ . Из услова задатка следи да је  $\frac{86400}{T} = \frac{86410}{T'}$ . Заменом вредности за  $T$  и  $T'$  и сређивањем добија се да је  $g' = \left(\frac{86400}{86410}\right)^2 g = 9,8077 \text{ m/s}^2$ .

68. Време после којег се понавља јачина поља у кондензатору је период електричних осцилација и једнако је  $T = 2\pi \sqrt{LC}$ . Одавде се може одредити  $L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = 0,253 \text{ H}$ .

69. Из једначине  $i = 0,01 \sin 10^3 t$  се види да је угаона фреквенција  $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$ . Како кружна (угаона) фреквенција зависи од  $L$  и  $C$  као  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , за капацитет кондензатора се добија  $C = \frac{1}{\omega^2 L} = 25 \text{ }\mu\text{F}$ .

70. Капацитет кондензатора је  $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ . Ако се промени растојање између плоча, промениће се и капацитет кондензатора и биће  $C_1 = 2C$ . Због тога ће угаона фреквенција осцилаторног кола ( $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ) да буде  $\omega_1 = \sqrt{2} \omega$ . Дакле биће  $\sqrt{2}$  пута мања него пре

приближавања плоча. Релативна промена периода осциловања је  $\delta T = \frac{T_1 - T}{T} = 0,41$ , односно 41%.

71. Капацитет кондензатора је  $C = \epsilon \frac{S}{d}$ , где је  $\epsilon$  апсолутна диелектрична пропусљивост диелектрика,  $S$  површина плоче, а  $d$  удаљеност између плоча, па се  $\epsilon$  може

изразити као  $\epsilon = \frac{Cd}{S}$ . Како је позната фреквенција осцилатора, може да се одреди капацитет кондензатора  $C = \frac{1}{\omega^2 L}$ . Заменом у израз за  $\epsilon$  добија се

$$\epsilon = \frac{d}{\omega^2 LS} = \frac{d}{4\pi^2 \nu^2 LS} = 1,056 \cdot 10^{-10} \text{ F/m.}$$

72.  $E_m = 2,97 \cdot 10^{-7} \text{ J.}$

73. а)  $\nu_p = \frac{v_1 v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$ ; б)  $\nu_r = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ . (Напомена. Еквивалентни капацитет

паралелне везе два кондензатора  $C_{\text{ар}} = C_1 + C_2$ , а редне везе  $C_{\text{ар}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ .)

74.  $I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = 1,96 \text{ A, } E_{m_0} = 9,6 \mu\text{J, } t = 6,4 \mu\text{s.}$

75. Једначина принудних осцилација је  $x = x_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$ , где је  $\beta$  коефицијент пригушења, а  $\omega$  кружна фреквенција принудних осцилација. Израз  $x_0 e^{-\beta t}$  показује како се мења амплитуда због пригушења. Ако је у неком тренутку  $t$  амплитуда  $x_{01} = x_0 e^{-\beta t}$ , прва следећа амплитуда је  $x_{02} = x_0 e^{-\beta(t+T)}$ . Однос ове две амплитуде је

$$\frac{x_{01}}{x_{02}} = \frac{x_0 e^{-\beta t}}{x_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T} = e^{0,1} = 1,1.$$

76. Однос амплитуда је  $\frac{x_{01}}{x_{02}} = 3$ , одакле је  $\beta = \frac{\ln 3}{T}$ . Како је кружна фреквенција принудних осцилација  $\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ , заменом се добија

$$\frac{2\pi}{T} = \omega^* = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 - \left(\frac{\ln 3}{T}\right)^2}.$$

Квадрирањем и решавањем по  $T$  добија се  $T = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\ln 3}{2\pi}\right)^2} = 1,02 T_0$ .

77. а) Резонанција настаја када је угаона фреквенција принудне силе  $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ .

Како је  $\beta \approx 0$ , следи  $\omega_r \approx \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 0,12 \text{ s}^{-1}$ .

б) Када постоји пригушење,  $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = 0,09 \text{ s}^{-1}$ .

78. Амплитуда принудних осцилација је

$$x_0 = \frac{F_0}{m|\omega_0^2 - \omega^2|} = \frac{F_0}{m \left| \frac{k}{m} - \omega^2 \right|} = \frac{F_0}{|k - m\omega^2|} = 5 \text{ cm.}$$

79. Фактор доброт је  $Q = \frac{F_{\text{ел0}}}{F_{\text{тр0}}}$ ;  $F_{\text{ел0}}$  — максимална вредност еластичне силе,  $F_{\text{тр0}}$  — максимална вредност силе отпора средине. Како је

$$F_{\text{ел0}} = x_0 \cdot k, \quad \text{а} \quad F_{\text{тр0}} = b v_0 = b \omega_0 x_0 = b \omega_0 \sqrt{\frac{k}{m}},$$

заменом у израз за  $Q$  добија се  $Q = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{k}{m}}$ , одакле  $b = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{k}{m}} = 0,32 \text{ kg/s.}$

80. Укупна енергија осцилатора је енергија електричног поља на почетку:  $E_u = \frac{Q^2}{2C}$ . Ако су осцилације потпуно пригушене, целокупна енергија електричног поља на почетку пропеса је прешла у количину топлоте  $W = \frac{1}{2} Q^2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ J.}$

81. На основу аналогije између механичких и електричних осцилација, за  $Q$ -фактор се добија  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ , где је  $R$  термотени отпор кола. Из услова задатка се види да се на термотеном отпору губи снага  $P = I_0^2 R = 125 \mu\text{W}$ , па је  $R = \frac{P}{I_0^2}$ . Ако ово заменимо у

израз за  $Q$ , добијамо  $Q = \frac{I_0^2 \sqrt{L}}{P \sqrt{C}} = 1,4 \cdot 10^5$ .

82. Како су масе опруга занемарљиве, на обе опруге делује сила  $mg$ , па је прва опруга истегнута за  $x_1 = \frac{mg}{k_1}$ , а друга за  $x_2 = \frac{mg}{k_2}$ . Овај систем од две опруге могао би да се замени једном (еквивалентном) опругом коефицијента  $k$  која би се под утицајем тежине тела истегла за  $x = x_1 + x_2$ . Дакле,  $\frac{mg}{k} = \frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2}$ , па је коефицијент еквивалентне опруге (када су две опруге везане једна за другу)  $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ . Заменом у израз за период осциловања добија се  $T = 2\pi \sqrt{m \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}}$ .

83. Када се тел окачи о штап, штап треба да остане у хоризонталном положају, што значи да ће обе опруге да се истегну за исту вредност (сизка). Тако на штап делују силе  $F_{e1} = k_1 x$ ,  $F_{e2} = k_2 x$  и  $mg$ . Услови равнотеже штапа су:  $mg = x(k_1 + k_2)$  и  $l_1 F_{e1} = (L - l_1) F_{e2}$  (услов да је резултујући момент у односу на тачку где је окачено тело једнак нули). Замењујући  $F_{e1}$  и  $F_{e2}$  добија се  $l_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} L$ .

Ако се тело мало повуче и пусти, на тело делује повратна сила  $F = kx = k_1 x + k_2 x = (k_1 + k_2)x$ , одакле се добија да је еквивалентни коефицијент еластичности  $k = k_1 + k_2$ .

Период осциловања тела ће дакле бити  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$ .



Сл. уз зад. 83

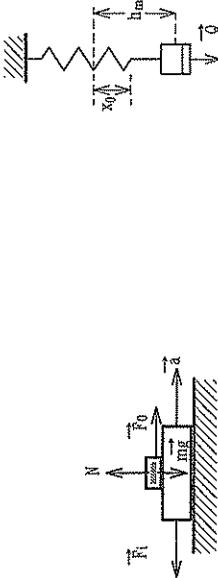
Сл. уз зад. 85

84. Период осциловања тела је дат изразом  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}}$ , где је  $k' = k_1 + k_2$  (на тело при осциловању делује сила  $F = -(k_1 + k_2)x$ ). Пошто су опруге еластичне до правине важења Хуковог закона, коефицијенти  $k_1$  и  $k_2$  се неће променити. Због тога се неће променити ни период осциловања ако се опруге уместо у  $A_1$ ,  $A_2$  учврсте у  $B_1$ ,  $B_2$ . Променитиће се само равнотежни положај тела (помериће се).

85. Пре промене притиска у једном краку, нивој живе у оба крака су били на истој висини (висинска разлика је нула). Када се изазове промена притиска, појавиће се висинска разлика  $\Delta h = 2x$  (што одговара извођењу система из равнотежног положаја за  $x$ , слика). Стуб живе ће осциловати под утицајем силе  $F = \Delta m \cdot g$ , где је  $\Delta m$  маса стуба живе висине  $2x$ , па је  $F = 2\rho S x g = kx$ . Одавде је  $k = 2\rho g S$ . Заменом у израз за период осциловања,  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ , добија се

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho g S}} = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{2\pi m}{\rho g}} = 0,68 \text{ s.}$$

86. На слици су означене силе које делују на плочичу у неком тренутку. Инерцијална сила  $F_i$  мења се периодично и њена максимална вредност је  $F_0 = m\omega_0^2 \frac{4\pi}{T^2}$ . Тело ће почети да клизи када инерцијална сила достигне вредност максималне силе статичког трења,  $F_0 = \mu N = \mu mg$ , па се добија за коефицијент трења  $\mu = \frac{4\pi^2 x_0}{T^2 g} = 0,08$ .



Сл. уз зад. 86

87. Када се куглице наелектришу, оне делују привлачним силама, због чега се растојање међу њима смањује, а опруга се истеже док се не изједначи Кулонова сила са еластичном силом опруге. Како се растојање међу куглицама смањило, издужење опруге је  $x = r_1 - r_2$ , тако да је  $k(r_1 - r_2) = \frac{1}{q^2} \frac{4\pi\epsilon_0 r_2^2 (r_1 - r_2)}{q^2}$ . Када се доња куглица уземљи, она се разелектрише, па престаје деловати Кулонове силе. Тако горња куглица осцилује под дејством еластичне силе опруге. Фреквенција осциловања је

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m r_2^2 (r_1 - r_2)}} = 28,7 \text{ Hz.}$$

88. Ако је тело отишло до висине  $h_m$  у односу на првобитни равнотежни положај, значи да је амплитуда осциловања  $x_0 = \frac{h_m}{2}$  (слика). Како је нови равнотежни положај (када је откинут део тела) на  $h_m/2$ , то значи да је под утицајем тежине откинутог тела опруга била истегнута за  $h_m/2$ , па важи да је коефицијент  $k = \frac{mg}{x} = \frac{2Mg}{3h_m}$ . Максимална брзина је  $v_0 = x_0\omega$ , где је  $\omega = \sqrt{\frac{3k}{2M}}$ , па је

$$v_0 = \frac{h_m}{2}\sqrt{\frac{g}{h_m}} = \frac{1}{2}\sqrt{h_m g} = 1 \text{ m/s.}$$

Максимално убрзавање  $a_0 = x_0\omega^2 = \frac{g}{2} \frac{h_m}{h_m} = \frac{g}{2} = 4,9 \text{ m/s}^2$ .

89. Када лифт мирује,  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , а када се креће убрзано навише,  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$ , па периоди нису једнаки. Да би периоди били једнаки, потребно је променити дужину клатна за  $\Delta l$ . Из услова  $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l+\Delta l}{g+a}}$  добија се да је  $\Delta l = \frac{la}{g} = l$ .

90. Период осциловања клатна пре причвршћивања опруге је  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ , јер је маса штала занемарљива. Када се причврсти опруга, систем ће да се креће око осе  $O$  под утицајем момента силе  $Mg$  и силе  $kx$  (слика). Резултујући момент има интензитет

$$M = mgL \sin \alpha + kx \frac{L}{2} \sin(90^\circ + \alpha),$$

где је  $x$  деформација опруге,  $x = \frac{L}{2} \sin \alpha$ , па се добија

$$M = mgL \sin \alpha + \frac{1}{4}kL^2 \cos \alpha \sin \alpha.$$

За мале осцилације,  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\sin \alpha \approx \alpha$ . На основу аналогије са линеарним хармонијским осцилацијама ( $F = -kx$ ) може се написати  $k'\alpha = mgL\alpha + \frac{1}{4}kL^2\alpha$ . За период осцилација у овом случају важи

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k'}} = 2\pi\sqrt{\frac{4mL}{4mg + kL}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g + \frac{kL}{4m}}},$$

што значи да ће се период малих осцилација смањити ( $T_2 < T_1$ ).



Сл. уз зад. 90

Сл. уз зад. 91

91. Ако се штал изведе из равнотежног положаја, он ће осциловати под утицајем момента две силе,

$$M = mg \frac{L}{2} \sin \varphi + kxL \sin(90^\circ + \varphi).$$

Са слике се види да је  $x = L \sin \varphi$ . Ако су у питању мале осцилације, важи  $\cos \varphi \approx 1$ ,  $\sin \varphi \approx \varphi$ , па се добија  $M = mg \frac{L}{2} \varphi + kL^2 \varphi$ . Укупан момент је  $M = I\alpha$ , где је  $I = \frac{1}{3}mL^2$  момент инерције штала, а  $\alpha$  угаоно убрзавање,  $\alpha = \varphi\omega^2$ , тако да може да се напише једначина  $I\varphi\omega^2 = \frac{1}{2}mgL\varphi + kL^2\varphi$ , одакле се, знајући да је  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , добија за период малих осцилација  $T = 2\pi\sqrt{\frac{2mL}{6kL + 3Mg}}$ .

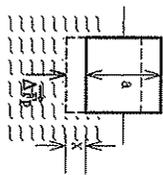
92. Када копка плива у води, значи да је сила потиска једнака тежини копке. Ако се копка потопи за мало растојање (дубину)  $x$  (слика), јавиће се повећање силе потиска  $\Delta F_p = \rho_0 g a^2 x$ . Када се копка прсти, ова сила потиска ће да изазове осцилације, па

може да се напише једначина  $kx = \rho_0 g a^2 x$ , одакле се добија да је  $k = \rho_0 g a^2$ . Период малих осцилација је

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_0 a^3}{\rho_0 g a^2}}$$

где је  $\rho$  густина дрвета. Дакле, тражена густина је

$$\rho = \frac{T^2 \rho_0 g}{4\pi^2 a}$$



Сл. уз зад. 92

93. Сила која делује на опругу је облика  $F = kx_0 \cos \omega t$ . Када се успостави стационарно стање, тело ће осциловати фреквенцијом принудне силе и амплитудом

$$A_0 = \frac{F_0}{m|\omega^2 - \omega_0^2|} = \frac{kx_0}{|m\omega^2 - k|}$$

јер је  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  сопствена фреквенција осцилатора.

94. Ако се тело постави на дно суда, опруга ће се сабити за  $x = \frac{mg}{k}$ , чему одговара потенцијална енергија  $\frac{1}{2}kx^2$ . Ако тело пада са висине  $h$ , опруга ће бити додатно сабијена, јер тело предаје своју кинетичку енергију суду. Енергија еластичне опруге је значи  $\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + mgh$ . Замена  $x = \frac{mg}{k}$  за амплитуду осциловања се добија

$x_0 = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}}$ . Како су осцилације хармонијске, енергија осциловања је једнака енергији еластичне опруге у тренутку највеће сабијености,  $E = mgh + \frac{m^2 g^2}{2k}$ .

95. Како се оба компонента осциловања ( $x_1$  и  $x_2$ ) врше у истом правцу, резултујућа елонгација добија се као алгебарски збир  $x_1$  и  $x_2$ . Дакле,  $x = x_1 + x_2$ , тј.

$$x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = 5 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + 10 \sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{4}\right),$$

$$x_0 \sin \omega t \cos \varphi_0 + x_0 \cos \omega t \sin \varphi_0 = \frac{5\sqrt{2}}{2} \sin \omega t + \frac{5\sqrt{2}}{2} \cos \omega t - 5\sqrt{2} \sin \omega t - 5\sqrt{2} \cos \omega t,$$

где је  $x_0$  амплитуда резултујуће осцилације, а  $\varphi_0$  њена почетна фаза. Изједначавањем коефицијената уз  $\sin \omega t$  и  $\cos \omega t$  добија се

$$(1) \quad x_0 \cos \varphi_0 = \frac{5\sqrt{2}}{2} - 5\sqrt{2} = -\frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$(2) \quad x_0 \sin \varphi_0 = \frac{5\sqrt{2}}{2} - 5\sqrt{2} = -\frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Деловањем ове две једначине добија се  $\text{ctg } \varphi_0 = 1$ . Како се ове две осцилације разликују по фази за  $\pi$ , а друга осцилација има већу амплитуду, почетна фаза резултујуће осцилације је  $\frac{5\pi}{4}$ . Амплитуда се одређује тако што се једначине (1) и (2) квадрирају, а затим саберу:

$$x_0^2 \cos^2 \varphi_0 + x_0^2 \sin^2 \varphi_0 = 25, \quad \text{тј. } x_0^2 = 25 \text{ и } x_0 = 5. \quad \text{Тражена једначина гласи } x = 5 \sin\left(2\pi t + \frac{5\pi}{4}\right).$$

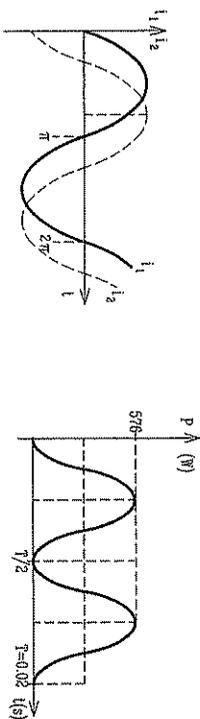
96. Слаганем хармонијских осцилација са амплитудом  $x_{01}$  и  $x_{02}$  добија се хармонијска осцилација за чију амплитуду  $x_0$  важи  $x_0^2 = x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos(\varphi_{01} - \varphi_{02})$ , па је

$$\Delta \varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02} = \arccos \frac{x_0^2 - x_{01}^2 - x_{02}^2}{2x_{01}x_{02}} = \arccos 0,1 = 84,26^\circ \approx 1,47 \text{ рад.}$$

### 3. Наizmенична струја

97. Једначина за тренутну вредност јачине струје гласи  $i = I_0 \sin \omega t$ , где је  $I_0$  максимална вредност наizmеничне струје, а  $\omega = 2\pi\nu$ , где је  $\nu$  фреквенција. Дакле, тражена једначина гласи  $i = 2 \sin 60\pi t$  (А).

98.  $i_1 = I_0 \sin \omega t$ ,  $i_2 = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$  (слика).



Сл. уз зад. 98

Сл. уз зад. 101

99. а)  $I_e = 10 \text{ A}$ ,  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . б)  $U_e = I_e R = \frac{I_0}{\sqrt{2}} R = 284 \text{ V}$ .

100. Како волтметар мери ефективну вредност напона, максимална вредност наizmеничног напона је  $U_0 = U_e \sqrt{2}$ , па је максимална вредност јачине струје  $I_0 = \frac{U_e \sqrt{2}}{R} = 3,38 \text{ A}$ . Једначина тренутне вредности струје кроз отпор гласи  $i = 3,38 \sin 314t$  (А).

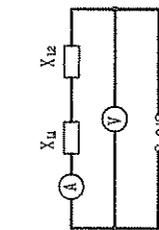
101. а)  $p = \frac{u^2}{R} = \frac{U_0^2}{R} \sin^2 314t = 576 \sin^2 314t$  (слика). б)  $p_s = \frac{P_0}{2} = 288 \text{ W}$ .

102.  $L = 0,051 \text{ H}$ . 103.  $\frac{X_{L2}}{X_{L1}} = 3$ .

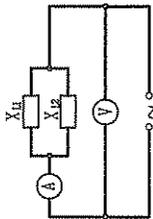
104. а) Амперметар показује ефективну вредност наizmеничне струје која пролази кроз  $L_1$  и  $L_2$ , а волтметар разлику потенцијала (ефективних вредности) на редној вази  $L_1$  и  $L_2$ . Сваки кадем има свој индуктивни отпор, па комо можемо приказати као на слици. Применом Омовог закона на део струјног кода добија се

$$I = \frac{U}{X_{L1} + X_{L2}} = \frac{U}{\omega(L_1 + L_2)} = 0,35 \text{ A.}$$

Амперметар ће показивати вредност  $0,35 \text{ A}$ .



а)



б)

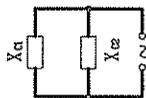
Сл. уз зад. 104

б) На слици је приказано одговарајуће коло. Применом Омовог закона добија се

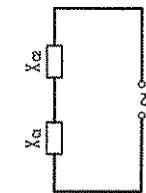
$$I = \frac{U}{X_{L1}X_{L2}}(X_{L1} + X_{L2}) = \frac{U}{\omega L_1 L_2}(L_1 + L_2) = 1,59 \text{ A.}$$

Амперметар ће показивати већу струју за  $\Delta I = 1,24 \text{ A}$ .

105. Са слике се види да је  $\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R}$ , па је  $\omega L = R \text{tg } \varphi$ , одакле је  $L = \frac{R \text{tg } \frac{\pi}{3}}{2\pi\nu} = 55 \text{ mH}$ . 106.  $I_0 = U_e \sqrt{2} \cdot 2\pi\nu C = 8,85 \text{ A}$ .



а)



б)

Сл. уз зад. 105

Сл. уз зад. 107

107. а) Ако напруга коло (слика а), укупан капацитивни отпор је

$$X_{Cp} = X_{C1} + X_{C2} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} = \frac{C_1 + C_2}{\omega C_1 C_2} = 382 \Omega.$$

Исти резултат се добија и ако се нађе еквивалентни капацитет  $C_e$  и одреди  $X_{Cr} = \frac{1}{\omega C_e}$ .  
 б) У овом случају коло је као на слици б), па за укупан капацитиван отпор  $X_{Cp}$  важи

$$\frac{1}{X_{Cp}} = \frac{1}{X_{C1}} + \frac{1}{X_{C2}} \quad \frac{1}{X_{Cp}} = \frac{X_{C1}X_{C2}}{X_{C1} + X_{C2}} = \frac{X_{C1}X_{C2}}{\frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}} = \frac{1}{\omega(C_1 + C_2)} = 53 \Omega.$$

Исти резултат се добија ако се одреди  $C_e$  па онда нађе  $X_{Cp}$ . Упоредивањем се добија  $\frac{X_{Cr}}{X_{Cp}} = 7,1$ .

108. Како су сви елементи везани редно, трепутна вредност наизменичне струје је иста у свим елементима кола. Напон на кондензаторима и напон на калему су у пролифази,

јер  $U_C$  касни за струјом за  $\frac{\pi}{2}$ , а  $U_L$  предлачи струји за  $\frac{\pi}{2}$ . Резултујући напон је  $U_L - U_C$ , односно  $U = |IX_L - IX_C|$  па је  $I = \frac{U}{|X_L - X_C|}$ . Отпор  $X_L = \omega L = 628 \Omega$ , а  $X_C = \frac{1}{\omega C} = 546 \Omega$ , па како је  $X_L > X_C$ ,  $I = \frac{U}{X_L - X_C} = 4,6 \text{ A}$ .

109. а) Како калем има термомени отпор, при пролипању струје у њему ће се сваке секунде ослобађати количина топлоте која је једнака активној снази,  $\frac{Q}{t} = P_e = U_e I_e \cos \varphi = \frac{U_e^2}{Z^2} R$ , па је тражена количина топлоте  $Q = \frac{U_e^2}{Z^2} R t = 2424 \text{ J}$ .

б) Ако се израчунају индуктивни и капацитивни отпор, добија се  $X_L = 9,98 \Omega$  и  $X_C = 9,98 \Omega$ , што значи да је укупан отпор у колу  $Z = R$ , па је и ослобођена количина топлоте  $Q = 4840 \text{ J}$ .

110. а)  $L = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\left(\frac{U_e}{I_e}\right)^2 - R^2} = 12,7 \text{ mH}$ .

б)  $P = I_e U_e \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_e^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 16,83 \text{ W}$ .

111.  $\nu = \frac{R}{2\pi L} \sqrt{3} = 1894 \text{ Hz}$ .

112. Јачина струје је максимална кад је  $X_L = X_C$ . Следи:  $C_2 = \frac{C_1}{C_1 L \omega^2 - 1} = 129 \mu\text{F}$ ;  
 $I = \frac{U}{R} = 10 \text{ A}$ . 113. а)  $Z = 506 \Omega$ ; б)  $\varphi = 38^\circ$ .

114. Ефективна вредност струје је  $I = \frac{U}{Z}$ . У случају када је у колу само калем,  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ , па је  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = 0,7 \text{ A}$ . Када се у колу веже и кондензатор, тада је импеданса  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ , па је ефективна вредност струје  $I = 45 \text{ A}$ .

115. а) При фреквенцији  $\nu = 50 \text{ Hz}$  импеданса кола је

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2} = 480 \Omega,$$

па је јачина ефективне струје  $I = \frac{U}{Z} = 0,05 \text{ A}$ . Резонантна угаона фреквенција је

$$\omega_r = 2\pi\nu_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 632 \text{ rad/s}$$

( $\nu_r = 100,7 \text{ Hz}$ ). Знамо да је тада импеданса кола  $Z = R$ , па је јачина ефективне струје у колу  $I = \frac{U}{R} = 1,2 \text{ A}$ .

6) Нацртајмо фазорски дијаграм (ротирајуће векторе), слика. Видимо да је

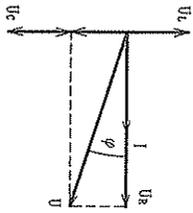
$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z} = 0,04167.$$

Како је при том  $U_L < U_C$ , то је  $\varphi \approx -1,53 \text{ рад}$ .

в) Ефективне вредности напона на капеку и кондензатору су једнаке, па може да се одреди један од њих, нпр.

$$U_L = \omega L = 632 \text{ рад/с} \cdot 0,5 \text{ Н} = 316 \text{ В}.$$

Пренутне вредности напона  $U_L$  и  $U_C$  су у противфазу.



Сл. уз зад. 115

116. При резонанцији у колу  $Z = R$ , па је  $R = \frac{U_e}{I_e} = 637 \Omega$ , а  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ . Капа-

цитет  $C = \frac{I_e}{\omega U_C} = 3,3 \mu\text{F}$ . За индуктивност капема се добија  $L = \frac{1}{\omega^2 C} = 3,06 \text{ Н}$ .

117.  $U_{OC} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \omega L = 0,785 \text{ В}$ .

118. Импеданса кола је најмања при резонантној фреквенцији и износи  $50 \Omega$ . У том случају  $X_L = X_C$ , па је  $C = \frac{1}{(2\pi\nu)^2 L}$ . Замена у израз за импедансу добија се

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{(2\pi\nu)^2 L^2}{2\pi\nu}\right)^2}.$$

Решавањем ове једначине по  $L$  долази се до

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi\nu - \frac{R^2}{2\pi\nu}} = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Сада може да се одреди и капацитет кондензатора  $C = 5 \mu\text{F}$ .

119.  $n = \frac{2\pi\nu L}{R}$ ;  $U_C = \frac{2\pi\nu L}{R} \mathcal{E}_0 = 419 \text{ В}$ . 120.  $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{RI}{U} = \frac{1}{2}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .

121.  $R = 34,7 \Omega$ ,  $C = 88 \mu\text{F}$ ,  $L = 0,23 \text{ Н}$ .

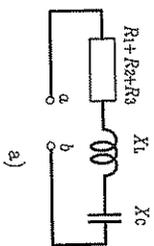
122. Ако струја има највећу вредност при фреквенцији од  $100 \text{ Нз}$ , значи да је наступила резонанција, па је  $Z = R$ , а  $X_L = X_C$ .

а)  $\frac{U_e}{I_{e,\text{max}}} = R = 10 \Omega$ .

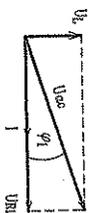
б) Активна снага је  $P_a = U_e I_e \cos \varphi = \frac{U_e^2}{Z^2} R$ , где је

$$Z^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{\omega^2 L^2}{\omega}\right)^2 = R^2 + L^2 \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega}\right)^2,$$

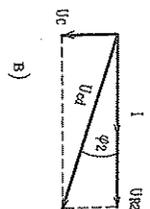
$$\text{па је } P_a = \frac{U_e^2 R}{R^2 + L^2 \left[\frac{(2\pi\nu)^2 - (2\pi\nu_0)^2}{2\pi\nu}\right]^2} = 45 \text{ W}.$$



а)



б)



в)

Сл. уз зад. 123

123. а) Да бисмо одредили тражену струју, потребно је одредити импедансу кола које може да се представи и на начин као на слици а). Импеданса кола је

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_L - X_C)^2} = 13 \Omega,$$

па је тражена јачина струје је  $I = \frac{U}{Z} = 10 \text{ А}$ .

б) Ако нацртамо фазорски дијаграм, слика б), видимо да је

$$U_{OC} = \sqrt{U_{R1}^2 + U_L^2} = I \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = 100 \text{ В}.$$

При томе је фазна разлика струје и напона  $U_{OC}$  једнака  $\varphi_1$  (напон предлажи за  $\varphi_1$ ).

в) Постукићемо се фазорским дијаграмом и у овом случају, слика в). Тражени напон је

$$U_{OC} = \sqrt{U_{R2}^2 + U_C^2} = I \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = 42,3 \text{ В}.$$

при чему је фазна разлика  $\varphi_2$  (струја предлажи напону).

г) Активна снага је једнака снази којом се у колу електрична енергија (узета од извора) трансформира у топлоту. Знамо да се то дешава само у активним елементима у колу ( $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ ). Како кроз све њих протиче струја исте јачине, добијамо

$$P_a = I^2(R_1 + R_2 + R_3) = 1200 \text{ W}.$$

Исту вредност бисмо добили и помоћу фактора снаге  $\cos \varphi$ , где је  $\varphi$  фазна разлика струје у колу и напона на крајевима кола. У нашем случају је

$$\cos \varphi = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{Z} = \frac{12}{13}.$$

Знајући да је  $P_a = UI \cos \varphi$ , где је  $U$  ефективни напон на крајевима кола ( $UI$  је привидна снага), добијамо  $P_a = 130 \text{ В} \cdot 10 \text{ А} \cdot \frac{12}{13} = 1200 \text{ W}$ . Реактивна снага може да се одреди

из израза  $P_r = UI \sin \varphi$ . Како је  $\sin \varphi = \frac{X_L - X_C}{Z} = \frac{5}{13}$ , добијамо реактивну снагу

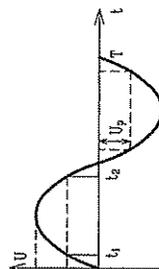
$P_r = 500 \text{ VAR}$  (вара). Провера: привидна снага је  $P = 1300 \text{ VA}$ . Већа ове три врсте снаге гласи  $P^2 = P_a^2 + P_r^2$ . Заменаом добијених вредности за  $P_a$  и  $P_r$  добијамо да је та релација задовољена.

д) Резонантна фреквенција је фреквенција при којој је  $X_L = X_C$  и она износи  $\nu_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Величине  $L$  и  $C$  могу се одредити помоћу  $X_L$  и  $X_C$ ,  $L = \frac{X_L}{2\pi\nu}$  и  $C = \frac{1}{2\pi\nu X_C}$ . Заменаом у израз за резонантну фреквенцију добијамо

$$\nu_r = \nu \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} = 36,74 \text{ Нз}.$$

124.  $C = 61,6 \mu\text{F}$ ;  $Z = 15,1 \Omega$ ;  $P_a = 7,58 \text{ W}$ . 125. а)  $2,25 \text{ мНз}$ ; б)  $300 \text{ А}$ .

126. а) Како је снага леђи  $2 \text{ kW}$ , ако се леђ укључи исправно,  $I_e = \frac{P}{U_e} = 9,1 \text{ A}$ .
- б) Отпор грејача леђи  $R = \frac{U^2}{P}$ , па је при укључењу на линијски напон  $I_e = \frac{U_{Le}}{R} = \frac{U_e U_{Le}}{U_e^2} P = 15,7 \text{ A}$ . ( $U_{Le} = 380 \text{ V}$ .)
127. а) Како и кроз калем примара и калем секундара пролази исти број линија, ако се мања флукс у примару, у секундару ће се јављати иста промена флукса. Како је  $\mathcal{E}_{ip} = -N_p \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  и  $\mathcal{E}_{is} = -N_s \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ , добија се да је  $\frac{\mathcal{E}_{ip}}{\mathcal{E}_{is}} = \frac{U_p}{U_s} = \frac{N_p}{N_s}$ , па је  $U_s = U_p \frac{N_s}{N_p} = 5,5 \text{ V}$ .
- б) Како нема губитака, снага у примару једнака је снази у секундару, па важи  $I_p U_p = I_s U_s$ , односно  $\frac{I_p}{I_s} = \frac{U_s}{U_p}$ . Струја у секундару  $I_s = I_p \frac{N_p}{N_s} = 40 \text{ A}$ . 128.  $\eta = 0,74$ .
129. Ако се на извор укључи примар,  $\frac{U}{U_{s1}} = \frac{N_p}{N_s}$ , а ако се укључи секундар,  $\frac{U}{U_{p2}} = \frac{N_s}{N_p}$ . Из ове две једначине добија се  $\left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 = \frac{U_{p2}}{U_{s1}} = 9$ , па је  $\frac{N_p}{N_s} = 3$ .
130. Како је снага која се преноси иста у оба случаја,  $U_s I_s = U_{s1} I_{s1}$ , добија се да је  $I_{s1} = \frac{U_s I_s}{U_{s1}} = 1000 U_s$ . Снага која се губи на загревање је  $P_t = I_{s1}^2 R$ , па добијамо  $P_{t1} = I_{s1}^2 R = \frac{I_s^2 R}{10^6}$ . Губици су смањени милион пута.
131. Правилна снага  $P = UI$ . Снага је иста у примару и секундару, па је  $U_1 I_1 = U_2 I_2$ . Како је  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$ , добија се  $I_1 = \frac{P}{N_1}$ , где је  $I_1 = \frac{P}{U_1} = 3,33 \text{ A}$ , па се за струју у секундару добија  $I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2} = 45,45 \text{ A}$ .
132. а) Лампа ће светлети само када је напон на њој  $U_p \geq 84 \text{ V}$  (слика). Једначина која представља тренутну вредност гласи  $u = U_0 \sin 2\pi \nu t$ , где је  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Из услова задатка  $U_p = U_0 \sin \frac{2\pi}{T} t$ , одакле следи  $\sin 100\pi t = \frac{U_p}{U_0} = \frac{U_p}{U_s \sqrt{2}} = 0,5$ . Са слике се види да у току једног полупериода постоје трекући  $t_1$  и  $t_2$  за које је  $u = 84 \text{ V}$ . Унутар интервала  $[t_1, t_2]$  лампа ће светлети. Одредимо  $t_1$  и  $t_2$ . Како је  $\sin \frac{2\pi}{T} t = 0,5$ , следи  $\frac{2\pi t_1}{T} = \frac{\pi}{6}$  и  $\frac{2\pi t_2}{T} = \frac{5\pi}{6}$ , па је  $t_1 = \frac{T}{12} = 1,7 \text{ ms}$ , а  $t_2 = \frac{5T}{12} = 8,33 \text{ ms}$ , па у сваком полупериоду лампа светли  $6,63 \text{ ms}$ . б)  $t = 40 \text{ s}$ .
133.  $\nu = 53 \text{ Hz}$ ;  $u = -57,12 \text{ V}$ .
134. 13%.
135.  $L = \frac{1}{8\pi^2 \nu^2 C} = 11,6 \text{ mH}$ ,  $R = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \frac{X_C^2}{4}} = 17,8 \Omega$ . 136. а)  $Z = 48 \Omega$ ; б)  $Z = 240 \Omega$ .



Сл. уз зад. 132

137. При непригушеним осцилацијама ефективна вредност струје у колу је  $I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = U_0 \sqrt{\frac{C}{2L}}$ . При прогицању струје кроз коло ослобађа се у јединици времена Цуло-ва топлота  $I_e^2 R$ . Да би осцилације биле непригушене, потребно је предавати снагу  $P = R U_0^2 \frac{C}{2L} = 8,33 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ .
138. У тренутку када је у калему максимална јачина струје, кондензатор је празан, па је  $\frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} L I_0^2$ . Ако се у том тренутку искључи кондензатор, а прикључи отпорник на калем (калем сада има улогу извора), кроз отпорник ће тећи струја  $I_0$ , па ће напон на отпорнику бити максималан. Значи,  $U_{R, \text{max}} = R \sqrt{\frac{L}{C}} U_0$ .
139. Пре додавања навојака на секундар важи
- $$(1) \quad \frac{U_p}{U_s} = \frac{N_p}{N_s},$$
- а када се додају навоји на секундар, важи
- $$(2) \quad \frac{U_p}{U_{s1}} = \frac{N_p}{N_s + 10}.$$
- Ако се из (1) изрази  $N_p$  и замени у (2), добија се  $N_s = \frac{10 U_s}{U_{s1} - U_s} = 100$ , а  $N_p = \frac{10 U_p}{U_{s1} - U_s} = 1100$ .
140. При преносу до потрошача део снаге се губи. На примару другог трансформатора напон је  $U_{p2} = U_{s1} - \frac{P_2}{U_{s1}^2} \cdot 2\rho \frac{l}{S}$ . Промена напона због губитака је занемарљива ( $\Delta U = \frac{P_2}{U_{s1}^2} \cdot 2\rho \frac{l}{S} = 10,68 \text{ V}$ ) у односу на напон који је на секундару првог трансформатора. Из  $\frac{U_{p2}}{U_{s2}} = \frac{N_{p2}}{N_{s2}}$  добија се  $N_{s2} = \frac{U_{p2}}{U_{s2}} N_{p2} = 40$ . 141.  $U_s = \eta \frac{U_p I_p}{I_s} = 2760 \text{ V}$ .
- ### 4. Механички таласи
142. а)  $u = \lambda \nu = 320 \text{ m/s}$ . б)  $0,6 \text{ m}$ . 143.  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v/v_1}{v/v_2} = \frac{v_2}{v_1} = 3,6$ .
144. Најкраће растојање две честичке у истој фази осциловања једнако је таласној дужини. Како је  $\lambda = \frac{u}{\nu}$ , то је  $l = \lambda = 1,1 \text{ m}$ .
145. а)  $u = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ ; б)  $u = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 94,9 \text{ m/s}$ .
146.  $u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ . После квадрирања  $u^2 = \frac{F}{\mu}$ , па је  $F = \mu u^2 = \frac{m \omega^2}{l} = 50 \text{ N}$ .
147.  $u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 1,45 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ . 148.  $237,5 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ .

$$149. u = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = 3,42 \cdot 10^2 \text{ m/s.} \quad 150. \text{ а) } u = \sqrt{\frac{F_T}{M}} = 3,47 \cdot 10^2 \text{ m/s; б) } 0.$$

$$151. \text{ а) } 30 \text{ g/mol. б) } \frac{u_2}{u_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 1,04.$$

$$152. \epsilon = \frac{1}{2} \rho v^2 x_0^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot 4\pi^2 \nu^2 x_0^2 = 24,649 \text{ J/m}^3.$$

$$153. I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 x_0^2 = \frac{1}{2} \rho \lambda \nu \cdot 4\pi^2 \nu^2 x_0^2 = 2\pi^2 \rho \lambda \nu^3 x_0^2 = 4,4 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2.$$

$$154. E = IS\Delta t = 9 \text{ kJ.}$$

$$155. \text{ Поређењем са једначином } x = x_0 \cos(\omega t - k y) \text{ добијемо } k = \frac{2\pi}{\lambda} = 8\pi, \text{ одакле } \lambda = \frac{1}{4} \text{ m} = 0,25 \text{ m. Из } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ следи } 10\pi = \frac{2\pi}{T}, \text{ тј. } T = 0,2 \text{ s. Коначно, } u = \frac{\lambda}{T} = 1,25 \text{ m/s.}$$

$$156. \frac{v_0}{u} = \frac{\omega x_0}{\lambda \nu} = \frac{2\pi \nu x_0}{\lambda} = \frac{2\pi x_0}{\lambda} = 12 \cdot 10^{-2}.$$

$$157. \text{ Како је } x = x_0 \cos(\omega t - k y), \text{ биће } x = 2 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3}{4} T - \frac{2\pi}{\lambda} \lambda\right) = -2 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

$$158. x = x_0 \cos\left(2\pi \nu t - \frac{2\pi \nu}{u} y\right) = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

$$159. \text{ Из услова } \frac{x_0}{2} = x_0 \cos(\omega t - k y) \text{ следи да је } \omega t - k y = \frac{\pi}{3}, \text{ тј. } y = \frac{\omega t - \pi/3}{k} = 959 \text{ m.}$$

$$160. \text{ Једначина таласа у тачки } M \text{ је } x = x_0 \cos(\omega t - k y) = 2 \cdot 10^{-2} \cos\left(50\pi t - \frac{2\pi \nu}{u} y\right).$$

$$\text{Из услова } \cos\left(50\pi t - \frac{50\pi}{300} \cdot 100\right) = 1 \text{ следи } t = 0,33 \text{ s.}$$

$$161. \text{ а) } \nu = 500 \text{ Hz; б) } \lambda = 4 \text{ m; в) } v_{\max} = 6,28 \text{ m/s; г) } F = 31,2 \text{ kN.} \quad 162. 120^\circ.$$

$$163. \text{ Из } \sin \beta = \frac{u_2}{u_1} \sin \alpha \text{ следи } \beta = \arcsin\left(\frac{u_2}{u_1} \sin \alpha\right) = \arcsin 0,715 = 45^\circ 39'.$$

$$164. \alpha = \arcsin\left(\frac{v_1}{v_2} \sin \beta\right) = 7^\circ 41'.$$

$$165. \text{ Одјојни угао } \alpha' \text{ једнак је угадном } \alpha. \text{ Из релације } \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta} = \frac{u_1}{u_2} \text{ следи } u_2 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha'} = 288,68 \text{ m/s.} \quad 166. \lambda_2 = \lambda_1 \frac{u_2}{u_1} = 3 \text{ m.}$$

$$167. \Delta s = n\lambda; \lambda = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m.} \quad 168. d \sin \alpha = n\lambda, \alpha = \arcsin \frac{n\lambda}{d} = 36^\circ 52'.$$

169. На слици је приказан стојећи талас најмање фреквенције  $\nu_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F_1}{\mu}}$ . Фреквенција другог хармоника је  $\nu_2 = 2\nu_1$ , па се заменом датих величина добија  $\frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F_2}{\mu}} = 2 \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F_1}{\mu}}$ , одакле је  $F_2 = 4F_1 = 8 \text{ kN}$ . Загегуловог жице треба повећати четири пута.



Сл. уз зад. 169

170. Расстојање између два брета таласа једнако је таласној дужини. Пошто ово растојање талас пренази за 5 s, биће  $u = \frac{s}{t} = \frac{\lambda}{t} = 6 \text{ m/s}$ .

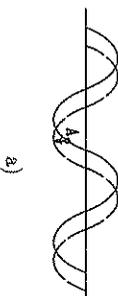
171. Расстојању 16 бретова таласа одговара 15 таласних дужина. Из  $u = \frac{s}{t} = \frac{15\lambda}{t}$  следи  $\lambda = \frac{ut}{15} = 40 \text{ m}$ .

172. Како је  $u = \frac{s}{t} = \lambda \nu$ , биће  $\nu = \frac{s}{\lambda t} = \frac{5\lambda}{\lambda t} = \frac{5}{t} = 2,5 \text{ Hz}$ .

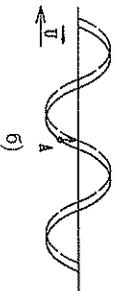
173.  $\Delta \varphi = \omega t - k y_1 - \omega t + k y_2 = k(y_2 - y_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y = \frac{2\pi \nu}{u} \Delta y = \frac{\pi}{2}$ .

174. Фазна разлика  $\omega t - k y_1 - \omega t + k y_2 = \frac{2\pi}{3}$ , па је  $k(y_2 - y_1) = \frac{2\pi}{3}$ ; следи  $\frac{2\pi}{\lambda}(y_2 - y_1) = \frac{2\pi}{3}$ . Таласна дужина је  $\lambda = 3(y_2 - y_1)$ . Како је  $u = \frac{\lambda}{T}$ , добија се  $u = 300 \text{ m/s}$ .

175. а) Ако простирале таласа умесно представимо графички, видимо да је смер брзине тачке А надолге.



Сл. уз зад. 175



б) Ако нацртамо положај тачке А, у следећем тренутку видећемо да се талас простире умесно.

176. Време потребно да се талас врати је  $t = \frac{2l}{u}$ , где је  $l$  дужина сајде, а  $u$  брзина таласа. Пошто је  $u = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F l}{m}}$ , следи

$$t = \frac{2l}{\sqrt{\frac{F l}{m}}} = 2l \sqrt{\frac{m}{F l}} = 2\sqrt{\frac{l m}{F}} = 1,4 \text{ s.}$$

177. Расстојање између честица у амплитудном положају са супротним смером осциловања је  $\Delta y = \frac{\lambda}{2}$ . Из  $u = \lambda \nu$  следи да је  $\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{u}{2\Delta y} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2\Delta y}$ . За идеалан гас је  $\nu = 1,67$ . Коначно,  $\nu = 28,7 \text{ Hz}$ .

178.  $u = \frac{l}{t} = \frac{2h}{t} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , па је  $h = \frac{t}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 1400 \text{ m}$ .

179. Из једначине таласа у тачки А,  $x_A = x_0 \cos(\omega t - k y_1)$ , одредимо  $x_0$  па смоном у једначину таласа у тачки В добијемо

$$x_B = \frac{x_0 \cos(\omega t - k y_2)}{\cos(\omega t - k y_1)}.$$

Како је  $\omega = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{10\pi}{3}$ ,  $x_B = -10^{-2} \text{ m} = -1 \text{ cm}$ .

180. Елонгације тачака на растојању  $y_1$  и  $y_2$  од извора у истом тренутку су

$$x_1 = x_0 \cos(\omega t - ky_1) \quad \text{и} \quad x_2 = x_0 \cos(\omega t - ky_2),$$

при чему су им брзине у том тренутку

$$v_1 = -x_0 \omega \sin(\omega t - ky_1) \quad \text{и} \quad v_2 = -x_0 \omega \sin(\omega t - ky_2).$$

Како је  $\cos(\omega t - ky_1) = \frac{x_1}{x_0}$ , а  $\sin(\omega t - ky_1) = -\frac{v_1}{x_0 \omega} = -\sqrt{1 - \cos^2(\omega t - ky_1)}$ , добија се

$$\text{да је } v_1 = -x_0 \omega \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{x_0^2}} = -\omega \sqrt{x_0^2 - x_1^2}. \quad \text{На исти начин се добија } v_2 = -\omega \sqrt{x_0^2 - x_2^2}.$$

Ако се елиминше  $\omega$ , добија се да је

$$x_0 = \sqrt{\frac{(v_2 x_1)^2 - (v_1 x_2)^2}{v_2^2 - v_1^2}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

181. Како је фреквенција таласа једнака фреквенцији осциловања извора, при преласку таласа из једне средине у другу неће се променити фреквенција, тако да је  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{v_2}{\nu} - \frac{v_1}{\nu}$ . Одавде се добија да је  $\Delta u = \Delta\lambda \cdot \nu = 150 \text{ m/s}$ .

182. Тачка А неће осциловати ако се у њој поништавају таласи, тј. ако таласи стижу у ту тачку у противфази. Како извори осцилују у фази, њихова разлика пређених путева треба да буде  $\Delta s = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$ . Због услова задатка  $\nu = \nu_{\text{min}}$  следи  $n = 0$ , односно

$\Delta s = \frac{\lambda}{2}$ . Разлика у пређеним путевима ма одговара растојању међу изворима (слика), па је таласна дужина  $\lambda = 2\Delta s$ . Извори треба да осцилују фреквенцијом  $\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{u}{2\Delta s} = 666,7 \text{ Hz}$ .



Сл. уз зад. 182

## 5. АКУСТИКА

183. Како је  $u = \lambda\nu = \lambda_{\text{max}}\nu_{\text{min}} = \lambda_{\text{min}}\nu_{\text{max}}$ , следи  $\lambda_{\text{max}} = 16,5 \text{ m}$ ,  $\lambda_{\text{min}} = 0,0165 \text{ m}$ .

184. а) Из  $u = \lambda\nu = \lambda_{\text{max}}\nu_{\text{min}}$  следи  $\lambda_{\text{max}} = \frac{u}{\nu_{\text{min}}} = 0,0165 \text{ m}$ ; б) 0.

185.  $2,1 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ . 186.  $\nu_n = \frac{n}{2l} u = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ .  $\nu_1 = 25 \text{ Hz}$ ,  $\nu_2 = 50 \text{ Hz}$ .

187.  $\nu = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ . После квадрирања,  $\frac{F l}{\mu} = \frac{4l^2 \nu^2}{n^2}$ , одавде  $F = \frac{4\pi l \nu^2}{n^2} = 36 \text{ N}$ .

188.  $\nu_A = \frac{l}{l - \Delta l} \nu_1 = 400 \text{ Hz}$ . 189.  $l = 0,3 \text{ m}$ . 190.  $l = \frac{u}{2\nu} = 0,33 \text{ m}$ .

191.  $\nu_2 = \frac{2}{2l} \sqrt{\frac{R}{M} T}$ . После квадрирања,  $l^2 \nu_2^2 = \gamma \frac{R}{M} T$ , одавде  $T = \frac{M l^2 \nu_2^2}{\gamma R} = 288,5 \text{ K}$ .

192. а) Из  $\nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = \frac{2n-1}{4l} u$ , узевши да је  $n = 1$  добијамо  $u = 4l\nu = 320 \text{ m/s}$ .

б) Како је  $\nu_n = \frac{n}{2l} u$ , следи  $u = \frac{\nu_n \cdot 2l}{n}$ . За  $n = 3$  добијамо  $u = 320 \text{ m/s}$ .

193. а)  $\frac{\nu'}{\nu''} = \frac{\frac{n}{2l} u}{\frac{2n-1}{4l} u}$ , па је  $\nu' = \frac{\nu''}{2}$ ,  $\nu'' = 200 \text{ Hz}$ . б) Остаје исти.

194. Из формуле  $\nu_n = \frac{2n-1}{4l} u$  за  $n = 1$  добијамо  $\nu_1 = 1125 \text{ Hz}$ .

195. Из  $\nu = \frac{2n-1}{4l} u = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  после квадрирања следи  $E = 16l^2 \nu^2 \rho = 8,7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ .

196. Са слике се види да је  $l = \frac{\lambda}{2}$ . Из једначине  $\nu_1 = \frac{1}{2l} u = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  следи  $l = \frac{1}{2\nu_1} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 5 \text{ m}$ .



Сл. уз зад. 196



Сл. уз зад. 197

197.  $\nu_1 = \frac{u}{\lambda_1} = \frac{u}{l}$  је  $5500 \text{ Hz}$ , јер из  $\frac{\lambda_1}{l} = \frac{l}{4}$  следи  $\lambda_1 = l$  (слика).

198.  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{E}{tS_1}}{\frac{E}{tS_2}} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{4r_2^2 \pi}{4r_1^2 \pi} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ . Следи:  $I_2 = I_1 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 10^{-8} \text{ W/m}^2$ .

199. Како је  $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ , следи  $n = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 2$ .

200.  $L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log 10^4 = 40 \text{ dB}$ .

201.  $L_1 - L_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$ . Следи:  $\log \frac{I_1}{I_2} = \frac{L_1 - L_2}{10}$ ,  $\frac{I_1}{I_2} = 10^4$  и  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{L_1 - L_2}{10}$ .

202.  $L_2 - L_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$ .  $L_2 = L_1 + 10 \log 10 = 110 \text{ dB}$ .

203.  $L_1 - L_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \frac{S_2}{S_1} = 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$ . Следи:  $2 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 2 \log \frac{r_2}{r_1}$  и  $\frac{r_2}{r_1} = 10$ .

204.  $P = \frac{E}{t} = IS$ ,  $10 \log \frac{I}{I_0} = 50$ ,  $I = 10^5 I_0 = 10^{-7}$ ,  $P = 3 \cdot 10^{-7} \text{ W}$ .

205.  $\frac{201}{202} = 10$ . 206.  $v = \frac{u}{u - v_2} v_0 = 515,6 \text{ Hz}$ . 207. Из  $v = \frac{u}{u + v_2} v_0$  следи  $v_0 = \frac{u + v_2}{u} v = 627,3 \text{ Hz}$ . 208. а) 1200 Hz; б) 1000 Hz. 209.  $v_p = \frac{u}{2}$ .

210. Када би се слушалац нашао на месту препреке, чуо би звук фреквенције  $v' = \frac{u - v_2}{u} v_0$ . Пошто се сад препрека понаша као извор звука фреквенције  $v'$ , аутомобил ће регистровати звук

$$v = \frac{u + v}{u} v' = \frac{u + v}{u} \frac{u - v_2}{u} v_0 = \frac{u + v}{u - v} v_0.$$

Одавде  $v = \frac{v - v_0}{v + v_0} = 30 \text{ m/s}$ . 211.  $v = \frac{u - v_p}{u - v_2} v_0 = 930 \text{ Hz}$ .

212. Кад се аутомобил приближава посмагречу, чује звук фреквенције  $v_1 = \frac{u}{u - v_2} v_0$ , а кад се удаљава, звук фреквенције  $v_2 = \frac{u}{u + v_2} v_0$ . Деоом обих једначина добија се  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{u - v_2}{u + v_2} = 0,83$ . Дакле, фреквенција се смањи 0,83 пута, тј. за 17%.

213. У дастој средини  $u_2 = \lambda_2 v$ . Фреквенцију налазимо из брзине кроз ваздух,

$$v = \frac{u_1}{\lambda_1} = \frac{\sqrt{\frac{R}{M} T}}{\lambda_1}, \text{ па добијамо } u_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sqrt{\frac{R}{M} T} = 1534 \text{ m/s}.$$

214. Водоник је двоатомски гас моларне масе 2 г/мол, а хелијум једноатомски гас моларне масе 4 г/мол. За двоатомске гасове је  $\frac{C_p}{C_v} = \frac{2}{1} = \frac{7}{5}$ , а за једноатомске

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} = \frac{5}{3}. \text{ Како је брзина звука у гасу } u = \sqrt{\frac{RT}{M}}, \text{ ако упоредимо брзине у водоник и хелијуму,}$$

$$\frac{u_{H_2}}{u_{He}} = \frac{\sqrt{\frac{RT}{5 M_{H_2}}}}{\sqrt{\frac{RT}{3 M_{He}}}} = 1,3.$$

Брзина у водоник у је 1,3 пута већа него у хелијуму.

215. Означимо са  $t_1$  време падања камена (до површи воде), а са  $t_2$  време потребно да звук стигне до ивице бунара, па важе једначине  $h = \frac{1}{2} g t_1^2$  и  $h = u t_2$ , при чему је  $t = t_1 + t_2$ . Елиминацијом  $h$ ,  $t$  и  $t_2$  добија се једначина  $g t^2 + 2u t - 2u t = 0$ , чије решење је  $t_1 = \frac{-u + \sqrt{u^2 + 2u g}}{g}$  (друго решење је негативно, па не долази у обзир). Одавде је

$$h = u \frac{t g + u - \sqrt{u^2 + 2u g}}{g} = 18,8 \text{ m}.$$

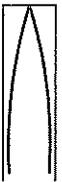
216. Знајући да је  $v_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  добијамо

$$\frac{v_1^2}{v_1^2} = \frac{2l_2 \sqrt{\frac{F_2}{\mu}}}{1 \sqrt{\frac{F_1}{\mu}}} = \frac{l_1 \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}}{l_2} = \frac{1}{1,2}.$$

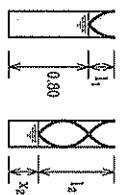
Смањи се 1,2 пута.

217. Минимална дужина ваздушнор стуба мора бити једнака четвртини гласне дужине звука који га побуђује,

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{u}{4v} = \frac{\sqrt{\frac{R}{M} T}}{4v} = 0,284 \text{ m}.$$



Сл. уз зад. 217



Сл. уз зад. 219

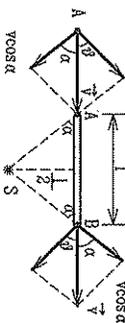
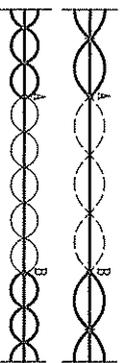
218. Како је  $v_n = \frac{2n - 1}{4l} \sqrt{\frac{RT}{M}}$ , добија се: за  $n = 1$ ,  $v_1 = 220,3 \text{ Hz}$ ; за  $n = 2$ ,  $v_2 = 660,8 \text{ Hz}$ , за  $n = 3$ ,  $v_3 = 1101,4 \text{ Hz}$ .

219. Са слике се види да се две узастопне резонантне дужине ваздушнор стуба разликују за  $\frac{\lambda}{2}$ , тј.  $l_2 - l_1 = \frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$ . Како је  $\lambda = 0,8 \text{ m}$ , добијамо  $l_2 = \frac{3}{4} \lambda = 0,6 \text{ m}$ , па је коначно  $x_2 = l - l_2 = 0,4 \text{ m}$ .

220. Како је  $v_n = \frac{2n - 1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , следи да су у питању 3. и 4. хармоники;  $v_3 = 2500 \text{ Hz}$ ,  $v_4 = 3500 \text{ Hz}$ .

221. На првој слици је други хармоник и види се да је  $l = \frac{3\lambda}{4}$ , па је  $\lambda_2 = \frac{l}{3}$  и  $v_2 = \frac{u}{\lambda_2} = \frac{3u}{l} = 16500 \text{ Hz}$ .

На другој слици је трећи хармоник и види се да је  $l = \frac{5\lambda}{4}$ , па је  $\lambda_3 = \frac{l}{5}$  и фреквенција  $v_3 = \frac{u}{\lambda_3} = \frac{5u}{l} = 27500 \text{ Hz}$ .



Сл. уз зад. 221

Сл. уз зад. 226

222. Како је  $L_2 - L_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)$ , биће  $40 = 10 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)$ , па је  $\left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 10^4$ . Следи да је  $r_2 = \frac{r_1}{100} = 2$  м. Коначно,  $r_1 - r_2 = 198$  м.

223. Звук који погиче од првог извора има субјективну јачину  $L_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$ , од оба извора  $L_1 + \Delta L = 10 \log \frac{I_1 + I_2}{I_0}$ , а само од другог извора  $L_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$ . Из прве једначине  $I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}}$ , а из друге  $I_1 + I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1 + \Delta L}{10}}$ , тј.

$$I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1 + \Delta L}{10}} - I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1 + \Delta L}{10}} - I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}}$$

Осменом у трећу једначину добијамо коначно

$$L_2 = 10 \log \frac{I_0 \left( 10^{\frac{L_1 + \Delta L}{10}} - 10^{\frac{L_1}{10}} \right)}{I_0} = 10 \log \left( 10^{\frac{L_1 + \Delta L}{10}} - 10^{\frac{L_1}{10}} \right) = 10 \log 10^{10} \cdot 99 \text{ dB} = 100 + 10 \log 99 \text{ dB} = 119,96 \text{ dB}.$$

224. Како је  $v_1 = \frac{u - v_p}{u} v_0$ , а  $v_1 = 0,99 v_0$ , биће  $0,99 v_0 = \frac{u - v_p}{u} v_0$ , тј.  $0,99 = \frac{u - v_p}{u}$ . Одакле  $v_p = 0,01 u = 3,3$  м/с. 225.  $s = 649,2$  м.

226. Са слике се види да се посматрач А приближава извору. Узимајући у обзир компоненту брзине ка извору и да је  $\alpha = 45^\circ$ , добијамо  $v_A = \frac{u}{u + v \cos \alpha} v_0 = 1042,7$  Hz.

Слично,  $v_B = \frac{u}{u - v \cos \alpha} v_0 = 957,3$  Hz.

## 6. Електромагнетни таласи

227. Из  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \mu_r \epsilon_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{6}}$  добијамо  $c = 1,22 \cdot 10^8$  м/с.

228. Из релације  $c = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$  следи  $\epsilon_r = \frac{1}{\mu_r} \left( \frac{c_0}{c} \right)^2 = 81$ .

229. Из  $\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sqrt{\mu_r \epsilon_r 1}}{c_0} = \sqrt{\frac{\epsilon_r 2}{\epsilon_r 1}} = \frac{1}{5}$  следи да се повећа 5 пута.

230. Из  $\frac{c_s}{c_0} = \sqrt{\frac{\mu_r \nu \epsilon_r \nu}{\mu_r \nu \epsilon_r \nu}}$  следи  $\mu_r s = \left( \frac{c_s}{c_0} \right)^2 \frac{\epsilon_r \nu}{\mu_r \nu \epsilon_r \nu}$ . Заменом добијамо  $\mu_r s = 0,99$ .

231. а)  $p = \frac{I}{c_0} = 166,7$  нПа; б)  $p = \frac{2I}{c_0} = 333,3$  нПа.

232. Како је  $p = \frac{I}{c_0}$ , то је  $I = p c_0 = 2,4$  W/m<sup>2</sup>.

233. Из  $p = 2 \frac{I}{c}$  следи  $c = 2 \frac{I}{p} = 1,67 \cdot 10^8$  м/с.

234. Пошто се 50% интензитета овог таласа апсорбује а 50% рефлектује, укупан притисак биће једнак збиру притисака апсорбованог и рефлектованог таласа, тј.

$$p = p_1 + p_2 = 0,5 \frac{I}{c_0} + 0,5 \frac{2I}{c_0} = \frac{3}{2} \frac{I}{c_0} = 10^{-7} \text{ Pa}.$$

## 7. Таласна оптика

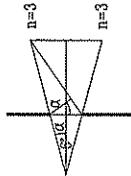
235. Из услова за интерференциони максимум  $\Delta x = k\lambda$ , чему одговара фазна разлика  $\Delta\varphi = k \cdot 2\pi$ , следи  $\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ , тј.  $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda} = 4\pi$ .

236. Из услова  $\Delta x = k\lambda$  и  $\Delta\varphi = k \cdot 2\pi$  следи  $\lambda = \frac{2\pi\Delta x}{\Delta\varphi} = 600$  nm.

237. Из  $\Delta x = k\lambda$  следи  $\lambda = \frac{\Delta x}{k} = 600$  nm. 238.  $\Delta x = 0,8$  μm.

239. Из услова  $d \sin \alpha = k\lambda$  следи  $\lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = 524$  nm.

240. Са слике се види да је угао  $\alpha = 3^\circ$ . Из услова  $d \sin \alpha = k\lambda$  следи  $d = \frac{k\lambda}{\sin \alpha} = 34,4$  μm.



Сл. уз зад. 240

241. Растојање два суседна максимума је  $\Delta z = z_{k+1} - z_k = \frac{\lambda L}{d} = 3$  mm.

242. Међусобна растојања интерференционих максимума су иста и износе  $\Delta z = \frac{\lambda L}{d}$ . Према томе  $z_3 = 3 \frac{\lambda L}{d} = 33$  mm,  $z_5 = 55$  mm,  $z_6 = 66$  mm.

243. Из услова  $\Delta z = \frac{\lambda L}{d}$  следи  $d = \frac{\lambda L}{\Delta z} = 1,95$  mm. 244.  $\Delta z_2 = \frac{\Delta z_1}{1,5}$ .

245. Како је  $\Delta z_1 = \frac{\lambda_1 L}{d}$  а  $\Delta z_2 = \frac{\lambda_2 L}{d}$ , следи  $\Delta = \Delta z_2 - \Delta z_1 = \frac{L}{d} (\lambda_2 - \lambda_1) = 1,25$  mm.

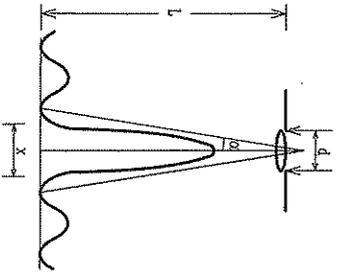
246.  $\Delta = \frac{L}{d} (\lambda_x - \lambda_1)$ , следи  $\lambda_x = \frac{\Delta \cdot d}{L} + \lambda_1 = 610$  nm.

247. Из услова за дифракциони максимум на једном отвору (пукотини)  $d \sin \alpha = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ , следи  $\sin \alpha = \frac{3\lambda}{2d}$ , тј.  $\alpha = 9^\circ 9'$ .

248. Како је  $d \sin \alpha = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ , следи  $\lambda = \frac{2d \sin \alpha}{2k + 1} = 414$  nm.

249. Из услова за дифракциони минимум  $d \sin \alpha = k\lambda$  добија се  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$ , тј.  $\alpha = 8^\circ$ .

250. Ширина главног максимума једнака је растојању два прва минимума. Из услова за први минимум  $d \sin \alpha = \lambda$  одредимо  $\alpha = 8^\circ$ . Са слике видимо да је  $\tan \alpha = \frac{x}{2L}$ , па је  $x = 2L \tan \alpha = 28 \text{ cm}$ .



Сл. уз зад. 250

$$251. \text{ Како је } N = \frac{N_u}{d} = \frac{2000}{2 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 10^5 \text{ разреза/ш, следи } d = \frac{1}{N} = 10^{-5} \text{ m} = 10 \mu\text{m}.$$

$$252. \text{ Из услова за дифракциони максимум } d \sin \alpha = k\lambda \text{ следи } \alpha_1 = \arcsin \frac{2\lambda}{d} = 15^\circ 4', \alpha_2 = \arcsin \frac{3\lambda}{d} = 23^\circ.$$

$$253. d = \frac{k\lambda}{\sin \alpha} = 2 \mu\text{m}.$$

$$254. \text{ Из услова за први дифракциони максимум } \frac{1}{N} \sin \alpha = \lambda \text{ добијемо } N = \frac{\sin \alpha}{\lambda} = 318 \text{ mm}^{-1}.$$

255. а)  $d = \frac{3\lambda}{\sin \alpha} = 9,98 \mu\text{m}$ . б)  $N = \frac{1 \text{ cm}}{d} = 1002$ . в) Максимално скретање је за  $\alpha_{\text{max}} = 90^\circ$ . Максималном реду спектра одговара угао или  $90^\circ$  или мањи, тј.  $\alpha \leq 90^\circ$  из чега следи  $\sin \alpha \leq 1$ . Ако узмемо  $\alpha = 90^\circ$ , добијемо  $k_{\text{max}} = \frac{d \sin \alpha_{\text{max}}}{\lambda} = 16,9$ . Пошто  $k$  мора бити цео број, следи  $k_{\text{max}} = 16$  (не може  $k_{\text{max}} = 17$  јер би то одговарало услову  $\sin \alpha > 1$ ).

256. Услов за добијање дифракционих максимума је  $d \sin \alpha = k\lambda$ . Како је  $\sin \alpha \leq 1$ , следи да и  $\frac{k\lambda}{d} \leq 1$ . Одавде  $k \leq \frac{d}{\lambda} = 2,7$ . Како  $k$  мора бити цео број, биће  $k = 2$ , а укупан број максимума је  $2k + 1 = 5$ , тј. један централни и по два лево и десно од њега.

257. а) 9; б)  $74^\circ$

258. Из услова  $k \leq \frac{d}{\lambda}$  следи  $d \geq k\lambda = 2,4 \mu\text{m}$ .

259. Услови за дифракционе максимуме другог и трећег реда за светлост таласних дужина  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  су, респективно,  $d \sin \alpha_1 = 2\lambda_1$  и  $d \sin \alpha_2 = 3\lambda_2$ . Овде  $d$  из првог услова у други добијемо  $\sin \alpha_2 = \frac{3\lambda_2}{2\lambda_1} \sin \alpha_1$ , тј.  $\alpha_2 = \arcsin \left( \frac{3\lambda_2 \sin \alpha_1}{2\lambda_1} \right) = 55^\circ$ .

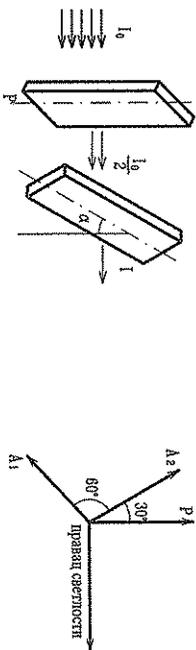
$$260. \gamma = \frac{2\lambda}{N_u d} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 10,3''.$$

$$261. \gamma = \frac{2\lambda}{N_u d} = \frac{2\lambda}{N d} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 10,3''.$$

262.  $\gamma = \frac{2\lambda}{N_u d} = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 11,6''$ . Моћ разлагања  $\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = k_{\text{max}} N_u$ , где  $k_{\text{max}}$  налазимо из услова  $\frac{k_{\text{max}} \lambda}{d} \leq 1$ , одавде је  $k_{\text{max}} \leq \frac{d}{\lambda} = 3,6$ , тј.  $k_{\text{max}} = 3$ . Коначно,  $\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = 3 \cdot 10^4$ .

263. Како је моћ разлагања  $\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = k N_u$ , где је  $N_u = Nl$ , директно сразмерна са  $k$ , добијемо  $k = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \frac{1}{Nl} = 3,44$ . Како  $k$  мора бити цео број, следи  $k = 4$  (не може  $k = 3$  јер  $3N_u < \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$ , па линије не би биле развојене).

264. Нека су  $P$  – поларизатор и  $A$  – анализатор, слика. При проласку светлости кроз поларизатор, њен интензитет се смањи на половину интензитета неполаризоване светлости (јер је средња вредност функције  $\cos^2 \varphi$  на интервалу  $[0, \pi]$  једнака  $\frac{1}{2}$ ). На изласку из анализатора на основу Малусовог закона добијемо  $I = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha = 1,875 \text{ W/m}^2$ .



Сл. уз зад. 264

Сл. уз зад. 267

265. Видети претходни задатак. Како је  $I = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$ , добијемо  $\cos \alpha = \sqrt{\frac{2I}{I_0}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ , а  $\alpha = 45^\circ$ .

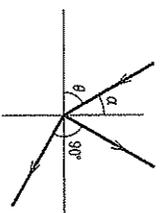
266. Из услова  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_2}$  добијемо  $\cos^2 \alpha_2 = \frac{I_2}{I_1} \cos^2 \alpha_1$ , тј.  $\cos \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha_1 = \frac{1}{2}$ . Одавде  $\alpha_2 = 60^\circ$ , па  $\alpha_2 - \alpha_1 = 15^\circ$ .

267. На слици су даги углови између оптичких оса поларизације правца светлости и оба анализатора. При проласку кроз први анализатор интензитет поларизоване светлости је  $I_1 = \frac{I_0}{2} \cos^2 30^\circ = 1,875 \text{ W/m}^2$ , где је  $I_0$  интензитет неполаризоване светлости, а при проласку кроз други анализатор  $I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ = 0,5 \text{ W/m}^2$ .

268. На основу Брустеровог закона добијемо  $\tan \alpha = \frac{c_0}{c}$ , тј.  $c = \frac{c_0}{\tan \alpha} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

269. а)  $\alpha = \arctg \frac{c_0}{c} = 67^\circ 33'$ ; б)  $\tan \alpha = \frac{c_0}{c_d} = \frac{n_d}{n_o} = 1,82$ ,  $\alpha = 61^\circ 12'$ .

270. На основу Брустеровог закона,  $\alpha = \arctg 1,33 = 53^\circ 4'$ , а  $\theta = 90^\circ - \alpha = 36^\circ 56'$  (слика).

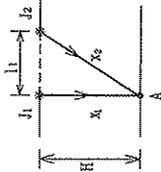


Сл. уз зад. 270

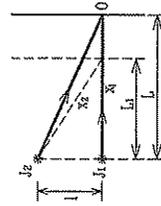
271. Када се први пут добије интерференциони минимум,

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \sqrt{H^2 + l_1^2} - H = H \left( \sqrt{1 + \frac{l_1^2}{H^2}} - 1 \right) \approx H \left( 1 + \frac{l_1^2}{2H^2} - 1 \right) = \frac{l_1^2}{2H}.$$

Како је услов за први минимум да је путна разлика  $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$  а за други  $\Delta x' = \frac{3\lambda}{2}$ , добија се  $\frac{l_1^2}{2H} = \frac{\lambda}{2}$  и  $\frac{l_2^2}{2H} = \frac{3\lambda}{2}$ . Деобом ових једначина,  $l_2 = l_1\sqrt{3} = 3,46$  mm.



Сл. уз зад. 271



Сл. уз зад. 272

272. Кад се добије први минимум, путна разлика износи  $\Delta x = x_2 - x_1 = \sqrt{l_2^2 + H^2} - L \approx \frac{l_2^2}{2L}$ . Кад примакнемо заклон на  $L_1$ , биће  $\Delta x' = x_2' - x_1' = \frac{l_2^2}{2L_1}$ . Из услова за минимуме  $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$  и  $\Delta x' = \frac{3\lambda}{2}$  следи  $2\Delta x = \frac{2}{3}\Delta x'$ , тј.  $L_1 = \frac{L}{3} = 3$  m.

273. За дифракциони максимум првог реда  $\sin \alpha_1 = \lambda N$ , а за дифракциони максимум другог реда  $\sin \alpha_2 = \sin(\alpha_1 + 5^\circ) = 2\lambda N$ . Деобом ових једначина,  $\frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + 5^\circ)} = 2$ .

Одавде је  $\sin \alpha_1 \cos 5^\circ + \sin 5^\circ \cos \alpha_1 = 2 \sin \alpha_1$ , одавде се налази  $\text{tg } \alpha_1 = \frac{\sin 5^\circ}{2 - \cos 5^\circ} = 0,08687$  и  $\alpha_1 = 4^\circ 58'$ . Коначно,  $\lambda = \frac{\sin \alpha_1}{N} = 433$  nm.

274. Услов за појаву  $k$ -тог максимума је  $d \sin \varphi = k\lambda$ , одавде  $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$ . Како је највиши ред спектра 5, то мора бити  $\frac{5\lambda}{d} \leq 1$  и  $\frac{6\lambda}{d} > 1$ , одавде је  $2675$  nm  $\leq 5\lambda \leq d < 6\lambda = 3210$  nm.

За дати максимум који се добија под углом  $35^\circ$  је  $d \sin 35^\circ = k_1\lambda$ . Уз услов  $5\lambda \leq d < 6\lambda$ , следи  $5\lambda \sin 35^\circ \leq k_1\lambda < 6\lambda \sin 35^\circ$ , односно

$$2,87 = 5 \sin 35^\circ \leq k_1 < 6 \sin 35^\circ = 3,44.$$

Једини нео број који задовољава овај услов је  $k_1 = 3$ , па је  $d \sin 35^\circ = 3\lambda$  и  $d = \frac{3\lambda}{\sin 35^\circ} = 2,8$  μm.

275. На улазу у полароид  $P_1$  интензитет светлости је  $I_0$ , а на излазу  $\frac{I_0}{2}$  (јер је средња вредност  $\cos^2 \varphi$  на интервалу  $[0, \pi]$  једнака  $\frac{1}{2}$ ). На излазу из анализатора  $A_1$  интензитет светлости је  $I_{A_1} = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$ , а на излазу из анализатора  $A_2$  интензитет је

$$I_{A_2} = I_{A_1} \cos^2(90^\circ - \alpha) = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha.$$

Од огледала се одбија светлост овог интензитета и при поновном проласку кроз  $A_2$  интензитет се не мења. Кад поново прође кроз  $A_1$ , интензитет ће бити

$$I'_{A_1} = I_{A_2} \cos^2(90^\circ - \alpha) = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \sin^4 \alpha.$$

Коначно, при изласку из  $P_1$ ,  $I'_{P_1} = I'_{A_1} \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^4 \alpha \sin^4 \alpha$ . Како је  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$ , биће

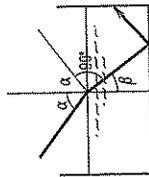
$$I'_{P_1} = \frac{I_0 \sin^4 2\alpha}{16} = \frac{I_0}{32} \sin^4 2\alpha.$$

$I'_{P_1}$  је максимално за  $\sin^4 2\alpha = 1$ , тј.  $\alpha = 45^\circ$ .

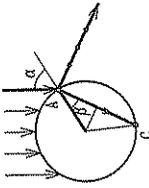
276. На изласку из поларизатора интензитет светлости је  $I_1 = \left(1 - \frac{n}{100}\right) \frac{I_0}{2}$ . По изласку из првог анализатора  $I_2 = \left(1 - \frac{n}{100}\right)^2 \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$ , другог  $I_3 = \left(1 - \frac{n}{100}\right)^3 \frac{I_0}{2} \cos^4 \alpha$ , трећег  $I_4 = \left(1 - \frac{n}{100}\right)^4 \frac{I_0}{2} \cos^6 \alpha$  итд. После  $N$ -тог елемента ( $N - 1$  анализатора),

$$I_N = \left(1 - \frac{n}{100}\right)^N \frac{I_0}{2} \cos^{2N-2} \alpha.$$

277. На граничној површи ваздух-вода Брустеров угао је  $\alpha = \text{arctg } 1,33 = 53^\circ 4'$ . Упадни угао на граници вода-стакло је исти као преломни на граници ваздух-вода и износи  $\beta = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ) = 90^\circ - \alpha = 36^\circ 56'$ . То је и одбојни угао на граници вода-стакло.



Сл. уз зад. 277



Сл. уз зад. 278

278. Како је  $\text{tg } \alpha = 1,6$ , добијамо  $\alpha = 58^\circ$ . На основу  $\beta = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ) = 90^\circ - \alpha = 32^\circ$ , биће  $AC = 2r \cos \beta = 8,5$  cm. Из  $AC = ct = \frac{c_0}{n} t$  следи  $t = \frac{AC \cdot n}{c_0} = 0,45$  ns.

### 8. Светлост у разним срединама

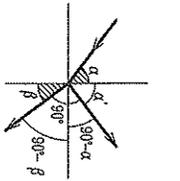
279. а) Кад светлост пређе из ваздуха у воду, смањи јој се брзина простирања, па за исто време пређе краћи пут него у ваздуху. Сходно томе за време од једног периода пут ће бити краћи у води него у ваздуху. Значи, мења се таласна дужина. Како је  $c_0 = \lambda_0 \nu$  и  $c = \lambda \nu$  ( $\nu$  се не мења), добија се  $\frac{c_0}{c} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ , тј.  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{451,1 \text{ nm}}{1,33}$ .

280.  $\frac{c_{\text{воде}}}{c_{\text{стакла}}} = \frac{n_{\text{стакла}}}{n_{\text{воде}}} = 1,21$ . Следи  $n_{\text{стакла}} = 1,61$ .

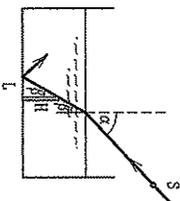
281. Из  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$  добијамо  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_2}$ ,  $\beta = 40^\circ 38'$ .

282.  $\sin \alpha = \frac{n_s}{n_v} \sin \beta = 37^\circ 15'$ .

283. Како је  $\alpha = \alpha'$  и  $\sin \alpha = \frac{c_0}{c}$  ( $c_0$  – брзина светлости у ваздуху,  $c$  – брзина светлости у стаклу), а са слике видимо да је  $90^\circ = 90^\circ - \alpha + 90^\circ - \beta$ , тј.  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , добијемо  $\frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{c_0}{c}$ ,  $\text{tg } \alpha = \frac{c_0}{c}$  и коначно  $\alpha = \text{arctg } \frac{c_0}{c} = 56^\circ 19'$ .



Сл. уз зад. 283



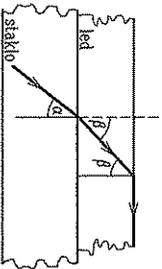
Сл. уз зад. 284

284. Са слике се види да је  $\text{tg } \beta = \frac{L}{H} = \frac{3}{5}$ ,  $\beta = 30^\circ 58'$ . Како је  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1,33$ , добијемо  $\alpha = 43^\circ 11'$ .

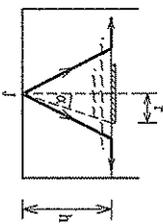
285. Како је  $\alpha \approx 90^\circ$ , добијемо  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1,33$ ,  $\sin \beta = \frac{1}{1,33}$  и  $\beta = 48^\circ$ .

286. На слици је показан пут светлосног зрака који се тоглатно рефлектује на граници лед-ваздух. Из  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$  и  $\sin \beta = \frac{1}{n_2}$  добијемо  $\sin \alpha = \frac{1}{n_2}$ , тј.  $\alpha = 38^\circ 24'$ .

Не, релативни индекс преламања између средина се не мења ако се између њих убацају трећа.



Сл. уз зад. 286



Сл. уз зад. 287

287. Угао под којим светлост пада на површ воде мора бити већи или једнак углу при коме долази до тоталне рефлексије, тј.  $\alpha \geq \alpha_c$ . Из услова за тоталну рефлексију  $\sin \alpha_c = \frac{1}{n}$  добијемо  $\alpha_c = 45^\circ$ . Из  $\text{tg } \alpha = \frac{r}{h}$  (види слику) добијемо  $h = \frac{r}{\text{tg } \alpha} = \frac{0,05 \text{ m}}{1} = 0,05 \text{ m}$ . 288.  $I_1 = I_0 e^{-\mu d} = 9,3 \text{ W/m}^2$ .

289. Из  $I_1 = I_0 e^{-\mu d}$  добијемо  $\frac{I_1}{I_0} = e^{-\mu d} = 0,9418 = 94,18\%$ .

290. Из  $I_1 = 90\% I_0 = 0,9 I_0$  следи  $0,9 = e^{-\mu d}$ , одакле логаритмовањем  $\ln 0,9 = -\mu d$  и  $\mu = \frac{-\ln 0,9}{d} = 5,3 \text{ m}^{-1}$ .

291. а) При проласку кроз један слој интензитет се смањи 2 пута, при проласку кроз два слоја  $2^2 = 4$  пута, ..., при проласку кроз пет слојева  $2^5 = 32$  пута, б)  $n = 7$ .

292. Како је при релативном приближавању извора и пријемника  $v' = v \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$  и  $v' > v$ , добијемо  $v = \frac{c(v'^2 - v^2)}{v'^2 + v^2} = 1,2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

293. Из  $v' = v \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$  добијемо  $\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} = 449 \text{ nm}$ .

294. Пошто се регистрована фреквенција повећава, извор и пријемник се приближавају, па ће бити  $v' = v \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$ , односно

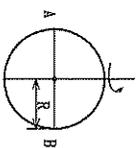
$$\frac{v'^2}{v^2} - 1 = \frac{2v}{c} \Rightarrow v = c \frac{v'^2 - v^2}{v'^2 + v^2} = 0,77 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

где је  $v$  релативна брзина извора и пријемника. Како је  $v = v_1 - v_2$ , то је  $v_1 = 2,77 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

295. Из  $v' = v \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$  добијемо  $\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$ , где је  $\lambda' = 550 \text{ nm}$  а  $\lambda = 700 \text{ nm}$ .

$$\text{Одавде је } v = \frac{(\lambda^2 - \lambda'^2)c}{\lambda^2 + \lambda'^2} = 71 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

296. При ротацији Сунца око своје осе, неке тачке из којих доспева зрачење се удаљавају од нас, а неке се приближавају. Услед тога ми региструјемо различите таласне дужине светлости пристигле из тих тачака. Таласне дужине светлости која стиже из крајњих тачака (А и В) Сунчевог пречника су:



Сл. уз зад. 296

$$\lambda_1 = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} \approx \lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \approx \lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

(јер је  $v \ll c$ ) за светлост из тачке која се приближава и

- за светлост из тачке која се удаљава. Следи:  $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2\lambda_0 \frac{v}{c}$ . Како је  $v = \omega R = \frac{2\pi}{T} R$ , добијемо  $\Delta \lambda = \frac{4\lambda_0 \pi R}{cT}$  и

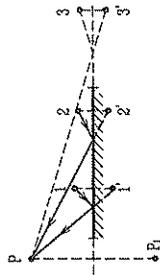
$$T = \frac{4\pi \lambda_0 R}{c \Delta \lambda} = 2141731,2 \text{ s} = 24,8 \text{ дана}.$$

### 9. Геометријска оптика

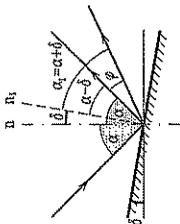
297. Како је жиха равнoг огледала у бесконачности, његова једначина ће имати облик  $\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = 0$ , одакле следи  $l' = -l$ , тј. лик је имагинаран ( $l$  и  $l'$  имају супротне знаке, што значи да се налазе на супротним странама огледала). Лик се налази на истом растојању као и предмет,  $l' = -l$ .

298. Из једначине равнoг огледала  $\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = 0$  добијамо  $l' = -l$ , тј. предмет и лик су подејнако удаљени од огледала, тј. растојање међу њима једнако је двоструком растојању предмета од огледала. Ако се растојање предмета од огледала повећа за 30 cm, растојање лика и предмета се повећа за двоструку вредност, тј. за 60 cm.

299. Светлосни зрак од предмета 1, 2, 3 требало би одбијајући се од огледала да стигне у  $P$ . То је могуће за предмете 1 и 2, за 3 није (слика). Значи, човек не види себе и предмет 3, а види предмете 1 и 2.



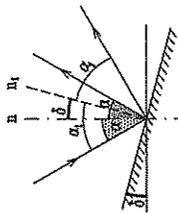
Сл. уз зад. 299



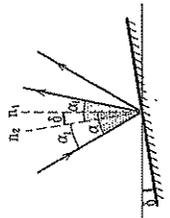
Сл. уз зад. 300

300. Са слике се види да кад се огледало заротира, упадни угао постане  $\alpha_1 = \alpha + \delta$ , колики је и одбојни. Како је  $\varphi = \alpha_1 - (\alpha - \delta)$ , коначно  $\varphi = \alpha + \delta - \alpha + \delta = 2\delta$ .

301. а) Ако се огледало заротира за угао  $\delta$ , и нормала се заротира за исти угао, тако да је  $\alpha_1 = \alpha + \delta$ . Како су одбојни и упадни углови исти, у првом случају је  $2\alpha = 60^\circ$ , а у другом  $2\alpha_1 = 90^\circ$ , односно  $2(\alpha + \delta) = 90^\circ$ , одакле  $\delta = 15^\circ$ .



(а)

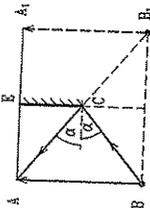


(б)

Сл. уз зад. 301

б) Поступак је сличан. Овде је  $\alpha_1 = \alpha - \delta$  итд. Резултат је  $\delta = 10^\circ$ .

302. Дуж  $AB$  представља човека а дуж  $A_1B_1$  његов имагинаран лик. Удаљеност лика од огледала једнака је удаљености предмета од истог. Очи човека су у тачки  $A$ . Да би видео своје ноге (тачка  $B$ ), зраци који полазе из  $B$  после одбијања од огледала морају да стигну у  $A$ . Пут ових зрака  $BSCA$  добијамо кад спојимо  $A$  са  $B_1$ , па тако добијемо најнижу тачку огледала  $C$ . На основу закона одбијања следи да је тачка  $C$  на половини растојања  $EF$ , тј. на висини 90 cm (тачка  $E$  је на висини 180 cm). Дужина огледала је 90 cm.



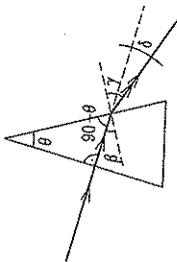
Сл. уз зад. 303

303. Са слике се види да је

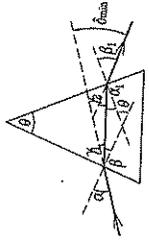
$$\delta = \gamma_1 + \gamma_2 = (\alpha - \beta) + (\beta_1 - \alpha_1) = \alpha + \beta_1 - (\beta + \alpha_1) = \alpha + \beta_1 - \theta,$$

где је  $\theta = \beta + \alpha_1$ . На основу закона преламанања  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$  добијамо  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$ , тј.  $\beta = 32^\circ 32'$ . Заменом у  $\theta = \beta + \alpha_1$  одређујемо  $\alpha_1 = \theta - \beta = 12^\circ 28'$ . При преламану на другој површи призме важи  $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{1}{n}$ , па је  $\beta_1 = 20^\circ 20'$ . Заменом ових вредности у израз за скретни угао добијамо  $\delta = 35^\circ 20'$ .

304. Са слике се види да је  $\delta = \gamma - \beta$  и да је  $\beta = \theta = 30^\circ$ . На основу закона преламанања  $\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{1}{n}$  добијамо  $\sin \gamma = n \sin \beta = \frac{3}{4}$  и  $\gamma = 48^\circ 35'$ . Коначно,  $\delta = \gamma - \beta = 18^\circ 35'$ .



Сл. уз зад. 304



Сл. уз зад. 305

305. При минималном скретању зрак је паралелан основи призме и  $\alpha = \beta_1$  и  $\beta = \alpha_1 = \theta/2$ . Како је

$$\delta = \gamma_1 + \gamma_2 = \alpha - \beta + \beta_1 - \alpha_1 = \alpha + \beta_1 - (\alpha_1 + \beta),$$

биће  $\delta_{min} = 2\alpha - \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2}\right) = 2\alpha - \theta$  и  $\alpha = \frac{\theta + \delta_{min}}{2}$ . На основу закона преламанања осветлости

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\theta + \delta_{min}}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{\sin 38^\circ}{\sin 22^\circ 30'} = 1,61.$$

306.  $n = 1,41$ .

307. Из релације  $n = \frac{\sin \frac{\theta + \delta_{min}}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$  (в. задатак 307) добијамо  $\sin \frac{\theta + \delta_{min}}{2} = 0,4167$ ,

$$\frac{\theta + \delta_{min}}{2} = 24^\circ 38', \delta_{min} = 19^\circ 15'. \text{ Како је } \delta_{min} = 2\alpha - \theta, \text{ биће } \alpha = \frac{\theta + \delta_{min}}{2} = 24^\circ 38'.$$

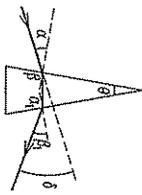
308. По условию задатка  $\delta_{min} = \theta$ , а како је  $n \sin \frac{\theta}{2} = \sin \frac{\theta + \delta_{min}}{2}$ , добијамо

$$n \sin \frac{\theta}{2} = \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}, \quad \cos \frac{\theta}{2} = n, \quad \theta = 82^\circ 50'.$$

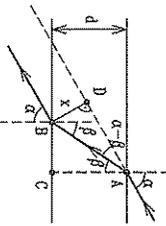
309. Како је угао при врху призме мали, она се може сматрати оптичким кинмом. За мале углове важе релације  $\sin \alpha \approx \alpha$  и  $\sin \beta \approx \beta$ , па закони преломљања на једној и другој бојној површи имају облик  $\alpha = n\beta$  и  $n\alpha_1 = \beta_1$ . Уврстимо ово у израз за  $\delta$ :

$$\delta = \alpha - \beta + \beta_1 - \alpha_1 = n\beta - \beta + n\alpha_1 - \alpha_1 = (n-1)(\beta + \alpha_1) = (n-1)\theta,$$

где је  $\theta = \beta + \alpha_1$ . Заменом вредности добијамо  $\delta = 6,1^\circ = 6^\circ 6'$ .



Сл. у3 зад. 309



Сл. у3 зад. 310

310. Из  $\delta = (n-1)\theta$  добијамо  $n = \frac{\delta}{\theta} + 1 = 1,6$ .

311. Из троугла  $ABD$  (слика) добијамо  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{x}{AB}$ , па је величина померања зрака  $x = AB \sin(\alpha - \beta)$ .  $AB$  израчунавамо из троугла  $ABC$ ,  $AB = \frac{AC}{\cos \beta} = \frac{d}{\cos \beta}$ , па је

$$x = \frac{d}{\cos \beta} (\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha) = d(\sin \alpha - \text{tg} \beta \cos \alpha)$$

и  $d = \frac{x}{\sin \alpha - \text{tg} \beta \cos \alpha}$ . Угао  $\beta$  се израчунава на основу закона преломљања на граничној површи ваздух-плоча,  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ , одакле  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$ , тј.  $\beta = \arcsin \frac{\sin \alpha}{n} = 30^\circ$ . Коначно,  $d = 3,46$  cm.

312. На основу  $x = d(\sin \alpha - \text{tg} \beta \cos \alpha)$  (в. претходни задатак) и  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ , добијамо  $\text{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{d \cos \alpha}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ ,  $\beta = 16^\circ 10'$ . Коначно,  $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1,8$ .

Задатак се може решити и на следећи начин. Ако  $\text{tg} \beta$  изразамо друкачије као

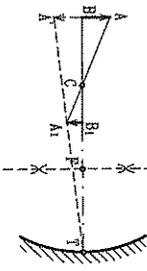
$$\text{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{\sin \alpha}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

и уврстимо ово у израз за  $x$ , добијамо  $x = d \left( \sin \alpha - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right)$ . Одакле

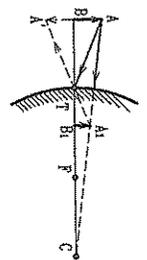
$$n = \sqrt{\left( \frac{d \sin \alpha \cos \alpha}{d \sin \alpha - x} \right)^2 + \sin^2 \alpha} = 1,8.$$

313. Како је  $x = d(\sin \alpha - \text{tg} \beta \cos \alpha)$ , а угао  $\beta$  одређујемо из услова  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ , добијамо  $\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ ,  $\beta = 50^\circ 20'$  и  $x = 1,32$  cm.

314. а) Праве које пролазе кроз крајње тачке предмета и lika су нормалне на сферну површ огледала и у њиховом preseку се налази центар кривине  $C$ . Тачка  $A'$  се конструира симетрично тачки  $A$  у односу на осу огледала  $BB_1$ . Праве које пролазе кроз тачке  $A_1A_1'$  сече осу у тачки  $T$  која представља теме огледала. Жижка  $F$  се налази на половини растојања  $CT$ . Како су  $C$  и  $AB$  са исте стране тачке  $T$ , огледало је конкавно.



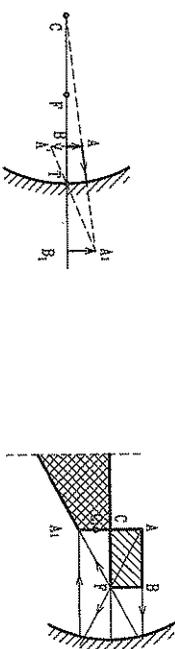
Сл. у3 зад. 314а)



Сл. у3 зад. 314б)

б) Као у задатку под а), праве  $AA_1$  и  $BB_1$  у preseку дају центар кривине огледала а preseк правих  $A'A_1$  и  $B'B_1$  даје његово теме  $T$ . Како су  $C$  и  $AB$  са различитих страна темена  $T$ , следи да је огледало конвексно. Лик  $A_1B_1$  је имагинеран а жижа  $F$  је на половини растојања  $CT$ .

в) Видети задатак под а) и б). Лик  $A_1B_1$  је имагинеран, огледало конкавно а  $F$  на половини растојања  $CT$ .



Сл. у3 зад. 314в)

Сл. у3 зад. 315

315. Применом правила за конструкцију lika добијамо да су ликови тачака  $B$  и  $F$  у бесконачности а ликови тачака  $A$  и  $C$  као на слици. Рачунски, на основу  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ , узмемо ли за растојање  $B$  и  $F$  вредност  $p = f$ , добијамо  $\frac{1}{l} = 0$ , тј.  $l = \infty$ , а за тачке  $A$  и  $C$  узмемо  $p = 2f$ , па заменом  $l = 2f$ .

316. Из једначине сферног огледала  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијамо  $l = \frac{pf}{p-f} = 52,5$  cm. Лик је реалан ( $l$  је истог знака као и  $p$ , тј. са исте стране огледала).

317. Радијус кривине огледала једнак је двострукој жижној даљини  $R = 2f$ . Жижицу даљину налазимо из једначине огледала  $\frac{1}{f} = \frac{1}{l} + \frac{1}{p}$ , тј.  $f = \frac{lp}{l+p} = 24$  cm и коначно  $R = 48$  cm.

318. Из једначине  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  и  $f = \frac{R}{2} = 40$  cm добијамо  $l = \frac{pf}{p-f} = -40$  cm. Лик је имагинеран јер је  $l$  супротног знака од  $p$ , тј. лик се налази са друге стране огледала.

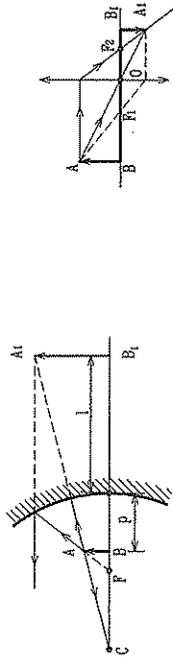
319. Код конвексног огледала жижка се налази са супротне стране од рефлектујуће површи, па је жижна даљина негативна,  $f = -\frac{60}{2} = -30$  cm. Из  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијамо  $l = \frac{pf}{p-f} = \frac{10 \cdot (-30)}{10 - (-30)} = -7,5$  cm. Лик је имагинаран, г.ј. налази се са друге стране огледала.

320.  $U = \left| \frac{l}{p} \right| = 2$ . Из  $U = \frac{h'}{h} = \left| \frac{l}{p} \right|$  добијамо  $|l| = p \frac{h'}{h} = 36$  cm.

322. Увећање огледала је  $U = \frac{h'}{h} = \left| \frac{l}{p} \right| = 2$ . Како је лик имагинаран, одавде је  $l = -2p$ . Из једначине огледала  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијамо  $f = \frac{pl}{p+l} = \frac{-2p^2}{-p} = 2p = 60$  cm.

323. Како је увећање  $U = \frac{h'}{h} = \frac{l}{p} = 3$ , следи  $l = 3p$ . Када ово заменимо у једначину огледала  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  и решимо по  $p$  добијамо  $p = \frac{4f}{3} = 80$  cm, а затим  $l = 3p = 240$  cm.

324. Како је  $\left| \frac{l}{p} \right| = 3$ , а лик је имагинаран, то је  $l = -3p$ . Замењујући у једначину огледала  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијамо  $-\frac{1}{3p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ ,  $f = \frac{R}{2} = 45$  cm. Одавде је  $p = \frac{2}{3}f = 30$  cm и  $l = -90$  cm. Како су лик и предмет са разних страна огледала, тражено растојање је  $p + |l| = 120$  cm.



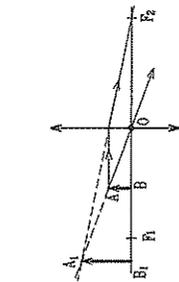
Сл. уз зад. 324

Сл. уз зад. 326а)

325. У првом случају увећање је  $U_1 = \frac{l}{p} = \frac{1}{3}$ , а једначина огледала  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ , па је  $\frac{1}{3p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  и  $f = \frac{3p}{4}$ . У другом случају  $U_2 = \frac{l_1}{p_1} = \frac{1}{2}$ , па из једначине  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f}$  следи  $f = \frac{2p_1}{3} = \frac{p + 80}{3}$ . Из једначинавањем добијених израза за  $f$  добијамо  $\frac{3p}{4} = \frac{p + 80}{3}$ , одавде је  $p = 64$  cm. Коначно,  $f = \frac{3p}{4} = 48$  cm.

326. а) Праве које пролазе кроз крајње тачке предмета и лика у пресеку дају центар сочива  $O$ . Зрак из  $A$  паралелан оптичкој оси  $VOB_1$  после преламања на сочиву пролази кроз жижку ( $F_2$ ) идући ка  $A_1$ . Жижка  $F_1$  је симетрична  $F_2$  у односу на сочиво (или паралелно осци из  $A_1$  на сочиво, па идући ка тачки  $A$  пресећи осци у  $F_1$ ).

б) Пресек правах  $B_1B$  и  $A_1A$  даје центар сочива  $O$ . Зрак из тачке  $A$  паралелан оптичкој осци после преламања на сочиву пресеца осци  $B_1B$  у жижи  $F_2$ . Жижка  $F_1$  је симетрична  $F_2$ . Лик је имагинаран (налази се са исте стране сочива као и предмет).

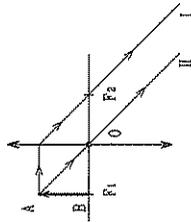


Сл. уз зад. 326б)

Сл. уз зад. 327

327. Праве  $AA_1$  и  $BB_1$  у пресеку дају центар сочива. Зрак из  $A$  паралелан оптичкој осци после преламања на сочиву дивергира у односу на осци. Његов продужетак кроз  $A_1$  сече осци у жижи  $F_2$ . Жижка  $F_1$  је постављена симетрично у односу на сочиво. Лик  $A_1B_1$  је имагинаран (видети претходни задатак).

328. Применом правила о конструкцији лика који даје сабирно сочиво добија се да је лик у бесконачности (тамо се секу зраци I и II).

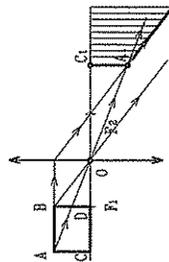


Сл. уз зад. 328

Сл. уз зад. 329

329. Са слике се види да се имагинаран лик  $A_1B_1$  налази на половини жижне даљине сочива.

330. Лик добијамо ако тражимо ликове дужи  $CA$  и  $DB$ . Лик правоугаоника је представљен прафираном површи (лик дужи  $DB$  је у бесконачности).



Сл. уз зад. 330

331. Из једначине сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијамо  $\frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{p-f}{pf}$  и  $l = \frac{pf}{p-f} = 60$  cm. Како су  $l$  и  $p$  истог знака, налазе се са различитих страна сочива, па је лик реалан.

332. Растојање предмета од центра сочива је 30 cm. Из једначине сочива добијамо  $l = \frac{pf}{p-f} = -120$  cm. Како је  $l$  супротног знака од  $p$ , лик се налази са исте стране сочива као предмет, па је имагинаран.

333. Из једначине сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  и  $l = 2f = 80$  cm следи  $p = \frac{lf}{l-f} = 80$  cm.

334. Једначина расишног сочива је  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ , где је  $f = -30$  cm негативно. Одавде је  $l = \frac{pf}{p-f} = \frac{40 \cdot (-30)}{40 + 30} = -\frac{120}{7}$  cm  $\approx -17,14$  cm. Лик је имагинаран.

335. Како је  $l + p = 50$  cm и  $U = \frac{l}{p} = 9$ , добијемо  $9r + p = 50$  cm, тј.  $p = 5$  cm и  $l = 45$  cm. Из једначине сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  је  $f = \frac{lp}{l+p} = 4,5$  cm.

336. Из  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  и  $U = \frac{h'}{h} = \frac{l}{p-f}$  је  $l = \frac{pf}{p-f} = 3f = 90$  cm и  $h' = h \frac{l}{p} = 8$  cm.

337. Из  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ ,  $f = -40$  cm и  $U = \frac{h'}{h} = \left| \frac{l}{p} \right|$  добијемо  $l = \frac{pf}{p-f} = -22,2$  cm и  $h' = h \left| \frac{l}{p} \right| = \frac{8}{9}$  cm.

338. Из  $U = \frac{h'}{h} = \frac{l}{p} = 2$  следи  $l = 2p$ . Уврстимо ово у једначину сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  и добијемо  $\frac{3}{2p} = \frac{1}{f}$ , тј.  $p = \frac{3f}{2} = 90$  cm,  $l = 180$  cm.

339. У првом случају  $U_1 = \frac{h'}{h} = \left| \frac{l}{p} \right| = \frac{1}{2}$ . Како је сочиво раскипно, линк је имативаран па је  $l = -\frac{p}{2}$ . Из једначине сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  следи  $-\frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ . У другом случају  $U_2 = \left| \frac{l}{p_1} \right| = \frac{1}{3}$ ,  $l_1 = -\frac{p_1}{3}$ , па из једначине сочива  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1}$  следи  $-\frac{2}{p_1} = \frac{1}{f_1}$ . Изједначавањем,  $\frac{1}{p} = \frac{2}{p_1}$ ,  $p = \frac{p_1}{2}$  и  $p = 50$  cm а  $f = -50$  cm.

340. а) Из једначине сабирног сочива  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f_1}$ , узевши у обзир  $U_1 = \frac{h_1}{p}$ , следи (1) 
$$\frac{1}{U_1 p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f_1}$$

У другом случају једначина је  $\frac{1}{l_2} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f_2}$ , а линк је имативаран, па је  $U_2 = \left| \frac{l_2}{p} \right|$ ,  $l_2 = -U_2 p$  и

$$(2) \quad -\frac{1}{U_2 p} + \frac{1}{p} = -\frac{1}{f_2}$$

Из (1) и (2) следи  $\frac{1}{U_1 p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{U_2 p} - \frac{1}{p}$ . Средњањем добијемо  $U_2 = \frac{U_1}{1+2U_1} = \frac{2}{5}$ .

б) У овом случају је  $l_1$  негативан, па је  $l_1 = -U_1 p$ . Остали поступак је исти.  $U_2 = \frac{2}{3}$ .

341. Први случај:  $U_1 = \frac{l}{p} = \frac{1}{1,5}$ ,  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ , тј.  $\frac{5}{2p} = \frac{1}{f}$ . Други случај:  $U_2 = \frac{h_2}{p_1} = 2$ ,  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f}$ ,  $\frac{3}{2p_1} = \frac{1}{f}$ . Из  $\frac{2p}{5} = \frac{2(p-40)}{3}$  следи  $p = 100$  cm. Оптичка јачина  $D = \frac{1}{f} = \frac{5}{2p} = 2,4$  m<sup>-1</sup>.

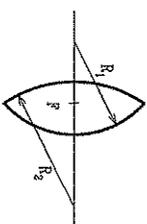
342. У првом случају  $\frac{l}{p} = 3$  а у другом  $\frac{h_1}{p_1} = \frac{1}{2}$ . По условима задатка  $l + p = l_1 + p_1 + 15$  cm,  $3p + p = \frac{p_1}{2} + p_1 + 15$  cm,

$$(1) \quad 4p = \frac{3p_1}{2} + 15 \text{ cm.}$$

Из једначина сочива за први и други случај,  $l = \frac{p}{Dp-1}$ , тј.  $p = \frac{4}{3D}$ , односно  $l_1 = \frac{p_1}{Dp_1-1}$ , тј.  $p_1 = \frac{3}{2D}$ . Оченок у (1) добијемо  $\frac{16}{3D} = \frac{9}{2D} + 15$  cm одакле  $D = \frac{1}{18}$  cm. Тражено растојање је  $l + p = 4p = \frac{16}{3D} = 96$  cm.

343. а) Из  $\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ , где је  $n$  релативни индекс преламања сочива у односу на ваздух, добијемо

$$f = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)} = 14,1 \text{ cm.}$$



Сл. у3 зад. 343

$$б) f = \frac{R_1 R_2}{\left( \frac{n_s}{n_o} - 1 \right) (R_1 + R_2)} = 40,7 \text{ cm.}$$

344. Из  $\frac{1}{f} = (n-1) \frac{1}{R_1} \left( \frac{1}{R_2} = 0 \right)$  добијемо  $n = \frac{R_1}{f} + 1 = 1,6$ .

345. Код оваквих сочива полупречници се узимају да су негативни,  $R_1 = -30$  cm,  $R_2 = -50$  cm, па је

$$f = \frac{1}{(n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)} = -37,5 \text{ cm.}$$

346. Овде је  $R_1 = -30$  cm,  $R_2 = 50$  cm и  $D = \frac{1}{f} = \left( \frac{n_s}{n_o} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = -0,17$  m<sup>-1</sup>.

347. а) Када се сочиво налази у ваздуху,  $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{f_1(n_s-1)}$ , а кад се налази у течности  $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{f_2 \left( \frac{n_s}{n_c} - 1 \right)}$ . Одавде

$$f_2 = f_1 \frac{n_s - 1}{\frac{n_s}{n_c} - 1} = -120 \text{ cm.}$$

Знак „-“ показује да ће се у овој течности биконвексно сочиво понашати као раскипно. б) Сад је жижва дљина  $f_1 = -15$  cm па добијемо  $f_2 = 120$  cm што значи да се ово сочиво понаша као сабирно.

348.  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} = \frac{f_1 + f_2 - d}{f_1 f_2} = 0,19$  m.

349.  $D = D_1 + D_2 - dD_1 D_2 = 8,64$  диоптрија.

350.  $D = D_1 + D_2 - dD_1 D_2 = -0,56$  диоптрија.

351.  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ , тј.  $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = 24$  cm.

352.  $D = D_1 + D_2 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{n_1 - 1}{R_1} + \frac{n_2 - 1}{R_2} = 4 \text{ m}^{-1}$ ,  $f = \frac{1}{D} = 0,25 \text{ m}$ .

353. Увећање које даје сочиво је  $U = \frac{l}{p}$ . Из једначине сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} = D$  изразимо  $l = \frac{p}{Dp - 1}$ , па се увећање може изразити као  $U = \frac{1}{Dp - 1}$ , тј.  $\bar{U} = Dp - 1$ . Применимо ово за наш случај:

$$\frac{1}{U_1} = D_1 p - 1 \quad \text{и} \quad \frac{1}{U_2} = D_2 p - 1.$$

Укупно увећање кад су оба сочива је  $\frac{1}{U} = (D_1 + D_2)p - 1$ . Заменом  $D_1$  и  $D_2$  из претходних једначина,

$$\frac{1}{U} = \left[ \left( \frac{1 + U_1}{U_1 p} + \frac{1 + U_2}{U_2 p} \right) p - 1 \right] = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} - 1 = \frac{7}{4},$$

$$U = \frac{4}{7}.$$

354. Оптичке јачине ових сочива појединачно кад се потопе у воду износе  $D_1 = \frac{1}{f_1} = \left( \frac{n_1 - 1}{n_2} \right) \frac{2}{R}$  и  $D_2 = \frac{1}{f_2} = - \left( \frac{n_2 - 1}{n_2} \right) \frac{2}{R}$ , где је  $R_1 = R_2 = R$  и  $R_3 = R_4 = -R$ . Оптичка јачина система је

$$D = D_1 + D_2 = \frac{2}{R} \left( \frac{n_1 - n_2}{n_2} \right) = \frac{2}{R n_2} (n_1 - n_2) = 0,78 \text{ m}^{-1}.$$

355. По условима задатка је  $D_{12} = D_1 + D_2$ ,  $D_{23} = D_2 + D_3$  и такође  $D_1 + D_2 + D_3 = 0$ . Имамо три једначине са три непознате. Решавањем тог система добијамо  $D_2 = D_{12} + D_{23} = 9 \text{ m}^{-1}$  и  $f_2 = \frac{1}{9} \text{ m}$ , затим  $D_1 = -4 \text{ m}^{-1}$ ,  $f_1 = -\frac{1}{4} \text{ m}$  и  $D_3 = -5 \text{ m}^{-1}$ ,  $f_3 = -\frac{1}{5} \text{ m}$ .

356. Са слике се види да је висина lika (геометријске сенке)  $h' = 2h$ .



Сл. уз зад. 356

357. Човек је представљен стерицом  $AB$ . Светлост која долази из тачке  $B$  после одбијања од огледала мора стићи у тачку  $A$  (очи човека).  $A_1B_1$  је лик човека. Светлосни зрак из  $B$  који се одбија од огледала у тачку  $A$  добија се кад спојимо  $B$  са  $B_1$ , па нацртамо  $B_1CA$ . Значи, светлосни зрак из  $B$  стиже у  $A$  путем  $B_1CA$ . Величина огледала потребна да се види човек је  $CE$ . Ову дужину израчунавамо ако конструишемо троугао  $AB_1D$  који је сличан троуглу  $ACE$ . Угао код темења  $A_1$  је  $\alpha$ , што се лако види са слике. Из  $\frac{CE}{d} = \frac{AE}{AD}$  добијамо

$$CE = d \frac{AD}{AB} = A_1B_1 \sin \alpha \frac{l}{2l + A_1B_1 \cos \alpha} = \frac{Hl \sin \alpha}{2l + H \cos \alpha} = 53,8 \text{ cm}.$$

Сл. уз зад. 357

358. Раздвајање снопова приказано је на слици.

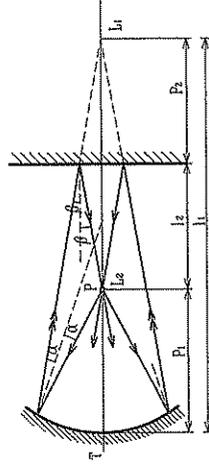
При томе је испуњен услов  $CD = CE - DE$ , тј.

$$\frac{a}{\cos \alpha} = d \operatorname{tg} \beta_2 - d \operatorname{tg} \beta_1. \quad \text{Како је} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = n_1, \\ \sin \beta_2 = n_2 \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \beta_{1,2} = \frac{\sin \beta_{1,2}}{\cos \beta_{1,2}} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \beta_{1,2}}}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta_{1,2}}},$$

добијамо

$$d = \frac{a}{\cos \alpha (\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1)} = \frac{a}{\cos \alpha \left( \frac{\sin \beta_2}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta_2}} - \frac{\sin \beta_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta_1}} \right)} = \frac{a}{\cos \alpha \left( \frac{\sin \alpha}{n_1 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_1^2}}} - \frac{\sin \alpha}{n_2 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_2^2}}} \right)} = \frac{a}{\sin \alpha \cos \alpha \left( \frac{1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} - \frac{1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}} \right)}^{-1}$$

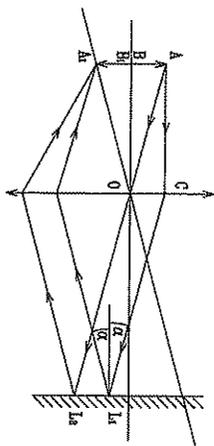
Сл. уз зад. 358



Сл. уз зад. 359

359.  $L_1$  је лик предмета који леже сферно огледало. Из  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f}$  добијамо  $l_1 = \frac{p_1 f}{p_1 - f} = 120 \text{ cm}$ , где је  $f = \frac{R}{2} = 30 \text{ cm}$ .  $L_1$  је и имагинаран предмет за равно огледало (узимамо  $p_2$  као негативно),  $-\frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2} = 0$ ,  $l_2 = p_2 = l_1 - p_1 - l_2$ ,  $2l_2 = l_1 - p_1 = 80 \text{ cm}$ ,  $l_2 = 40 \text{ cm}$  ( $l_2$  је супротног знака од  $p_2$ , тј.  $L_2$  је са друге стране огледала). Тражено растојање огледала је  $p_1 + l_2 = 80 \text{ cm}$ .

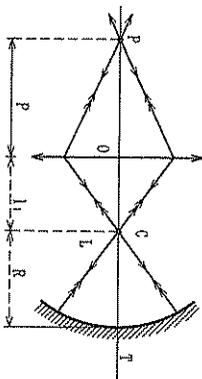
360. Конструкција је дага на слици. Тачка  $A_1$  се добија у пресеку праве која пролази кроз центар сочива и паралелна је са одбијеним зрацима од огледала, и жичке равни  $\alpha$ . (Праве  $CL_1$  и  $AO L_2$  су паралелне и да нема огледала секле би се у бесконачности - положај lika.) Положај lika  $A_1B_1$  независан је од међусобног растојања сочиво-огледало.



Сл. у3 зад. 360

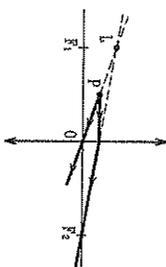
361. Са слике се види да пентар конканвнот огледала мора бити на месту где се формира лик  $L$  помоћу сочива. У том случају светлосни зраци надају нормално на површ огледала и истим путем се враћају назад. Тражено растојање је  $x = l + R$ . Из  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијамо

$$l = \frac{pf}{p-f} = 40 \text{ cm}, \quad x = 60 \text{ cm}.$$

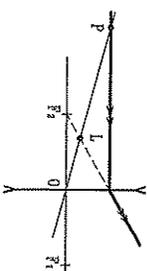


Сл. у3 зад. 361

362. а) Конструкција је дата на слици. Сочиво је сабирно због међусобног положаја  $L$  и  $P$ . Зрак који пролази кроз  $P$  и  $L$  у preseку са оптичком осом даје пентар сочива. Зрак из  $P$  паралелан оси прелама се тако да његов продужетак пролази кроз  $L$ . Овај зрак у preseку са осом даје жижку  $F_2$ . Жижка  $F_1$  је симетрична  $F_2$  у односу на сочиво. Лик је имагинаран (са исте је стране сочива као и предмет).



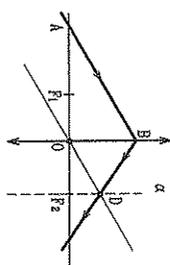
Сл. у3 зад. 362a)



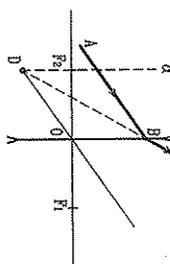
Сл. у3 зад. 362b)

- б) Конструкција је дата на слици. Сочиво је расипно. Лик је имагинаран.

363. Зрак који пролази кроз пентар сочива и паралелан је датом зраку  $AB$  продире жижку равна  $\alpha$  у тачки  $D$ . То је уједно тачка кроз коју пролази зрак  $AB$  после преламања.



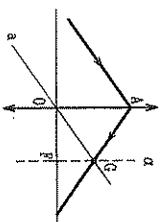
Сл. у3 зад. 363



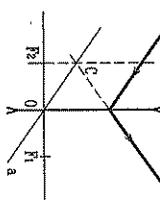
Сл. у3 зад. 364

364. Зрак који пролази кроз пентар сочива и паралелан је датом зраку  $AB$ , у preseку са жижком равни даје тачку  $D$ . Зрак  $AB$  после преламања има правац који садржи тачку  $D$ .

365. Зрак  $a$  који пролази кроз пентар сочива пролази кроз пресеку тачку  $C$  жижке равни  $\alpha$  и преломљеног зрака. Зрак пре преламања паралелан је са  $a$ .



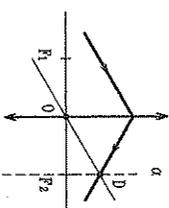
Сл. у3 зад. 365



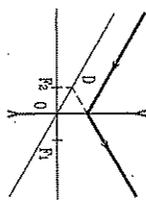
Сл. у3 зад. 366

366. Конструкција је дата на слици.

367. Зрак који пролази кроз пентар сочива паралелан је са датим зраком пре преламања. Тачка  $D$  лежи у жижкој равни  $\alpha$ . Даље се лако добија жижка  $F_2$  и њој симетрична  $F_1$ .



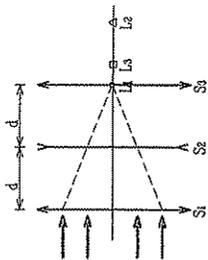
Сл. у3 зад. 367



Сл. у3 зад. 368

368. Помоћу зрака који пролази кроз пентар сочива а паралелан је датом зраку пре преламања одреди се тачка  $D$  и жижке  $F_2$  и  $F_1$ .

369. После преламања кроз прво сочиво зраци се стичу у жижки првог сочива која се налази на месту сочива  $S_3$ , или  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{f_1}$ ,  $l_1 = f_1 = 10 \text{ cm}$ . Тачка  $L_1$  је имагинарни предмет за сочиво  $S_2$ ,  $-\frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2}$ ,  $p_2 = 5 \text{ cm}$  и  $l_2 = \frac{f_2 p_2}{f_2 + p_2} = 10 \text{ cm}$ . Како је  $l_2$



Сл. уз зад. 369

позитивно (супротно од  $p_2$ ), налази се десно од сочива  $S_2$  (тј. са исте стране као и предмет  $L_1$ ). Лик  $L_2$  је имагинарни предмет за сочиво  $S_3$ ,  $\frac{1}{p_3} = \frac{1}{l_3} + \frac{1}{f_3}$ ,  $p_3 = l_2 - d = 5$  см,  $l_3 = \frac{f_3 p_3}{f_3 + p_3} = 3,3$  см. Коначан лик  $L_3$  је 3,3 см десно од сочива  $S_3$ .

370. а) Из једначине првог сочива  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1}$  добијамо  $l_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1} = 60$  см. Лик који даје прво сочиво је реалан и налази се на  $p_2 = l_1 - d = 45$  см иза другог сочива. Овај лик је имагинаран предмет за друго сочиво,  $\frac{1}{l_2} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2}$ ,  $l_2 = \frac{p_2 f_2}{f_2 + p_2} = 450$  см.  $l_2$  је супротног знака од предмета, па се налази са исте стране сочива, тј. 450 см десно од расипног сочива.

б)  $l_1' = -18,75$  см, лево од расипног сочива.  $l_2' = 49,1$  см, десно од сабирног сочива.

371. Са слике се види да је  $p_1 - p_2 = 60$  см. По условима задатка  $u_1 = \frac{l_1}{p_1} = 2$  и  $u_2 = \frac{l_2}{p_2} = 4$ . Из једначине сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  следи  $l = \frac{p}{Dp - 1}$ , тј.  $l_1 = \frac{p_1}{Dp_1 - 1}$  и  $l_2 = \frac{p_2}{Dp_2 - 1}$ . Како је  $l_1 = 2p_1$  и  $l_2 = 4p_2$ , добијамо  $p_1 = \frac{5}{2D}$ ,  $p_2 = \frac{5}{4D}$  и  $p_1 - p_2 = 4D$ . Одавде  $D = \frac{1}{240}$  см,  $l_1 = 2p_1 = \frac{5}{120}$  см,  $l_2 = 4p_2 = \frac{5}{60}$  см и  $l_2 - l_1 = 480$  см.

372. Светлост после преламања на конвексној страни сочива стиче до огледала, одбија се од њега и опет се прелама на конвексној страни сочива. Према томе, систем чине сочиво-огледало-сочиво. На основу овога  $\frac{1}{f_e} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_o} + \frac{1}{f_s}$ . Како је  $f_o = \infty$ , добијамо

$$\frac{1}{f_e} = \frac{2}{f_s}, \text{ тј. } f_e = \frac{f_s}{2} = 15 \text{ см.}$$

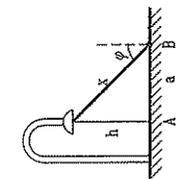
### 10. Фотометрија

373. Из  $I = \frac{\Delta \Phi}{\Omega}$  добијамо  $\Delta \Phi = I \Omega = I \cdot 4\pi = 3140$  lm.

374.  $E = \frac{I}{r^2} = 160$  lx. 375.  $d = 3,46$  м. 376.  $\frac{r_1}{r_2} = 2$  - два пута је ближа.

377. Према извору јачине  $I_1$  за растојање  $\Delta r = a \left( 1 - \sqrt{\frac{I_1}{I_1 + I_2}} \right)$ .

378.  $I = E r^2 = 15$  cd. 379.  $B = \frac{I}{S} = 100$  nit. 380.  $I = BS = 36$  cd.



Сл. уз зад. 381

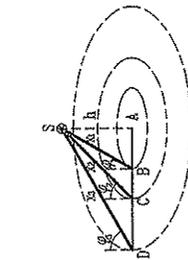
381.  $E_A = \frac{I}{x^2} = 1,5$  lx,  $E_B = \frac{I \cos \varphi}{x^2} = \frac{I h}{(h^2 + a^2)^{3/2}} = 1,3$  lx, слика.  
382.  $\theta = 48^\circ 12'$ ,  $d = \frac{2}{3}$  м.

383.  $E = E_1 + E_2 = \frac{I \cos \varphi}{x^2} + \frac{2I \cos \varphi}{x^2} = \frac{2I h}{x^3}$ , слика. Одавде је  $I = \frac{E}{\frac{2}{x^3}} = \frac{E x^3}{2} = \frac{E}{2h} \sqrt{\left( h^2 + \frac{l^2}{4} \right)^3} = 112$  cd.

384. По условима задатка је  $E_A = \frac{I}{h^2} = 200$  lx. Освећеност у тачки B је  $E_B = \frac{I}{x_1^2} \cos 30^\circ = \frac{I \sqrt{3}}{2x_1^2}$ , слика. Како је  $h = \frac{x_1 \sqrt{3}}{2}$ , тј.  $x_1^2 = \frac{4h^2}{3}$ , добијамо  $E_B = \frac{3I \sqrt{3}}{2 \cdot \frac{4h^2}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{8} E_A = 130$  lx.

На сличан начин добијамо да је

$$E_C = \frac{I \cos 45^\circ}{x_2^2} = \frac{I \sqrt{2}}{4h^2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot 200 \text{ lx} = 71 \text{ lx}, \quad E_D = \frac{I \cos 60^\circ}{x_3^2} = \frac{I}{8h^2} = 25 \text{ lx.}$$



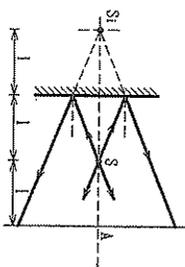
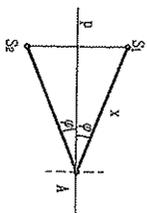
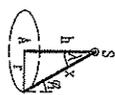
Сл. уз зад. 384

385.  $E_1 = \frac{I_1}{r_1^2}$ ,  $E_2 = \frac{I_2}{r_2^2}$ . Из  $E_1 = E_2$  следи  $r_2^2 = \frac{I_2}{I_1} r_1^2$ ,  $r_2 = r_1 \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} = \frac{r_1}{\sqrt{2}} = 56,7$  см.

386. Како је  $E_A = \frac{I}{h^2}$ , то је  $I = E_A h^2 = 160$  cd. Из  $E_B = \frac{I}{x^2} \cos \varphi = \frac{I h}{x^3}$  и  $x = \sqrt{\left( \frac{a \sqrt{2}}{2} \right)^2 + h^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$  добијамо  $a = 1,24$  м, слика.

Сл. уз зад. 386

387. Из  $E_A = \frac{I}{h^2}$  и  $E_B = \frac{I}{x^2} \cos \varphi = \frac{Ih}{x^3}$  следи  $\frac{E_A}{E_B} = \frac{x^3}{h^3}$ , па је  $\frac{x}{h} = \sqrt[3]{\frac{E_A}{E_B}} = \sqrt[3]{\frac{1,728}{8}} = 1,2$ . Дале је  $\frac{\sqrt{h^2 + r^2}}{h} = 1,2$ ,  $\frac{h^2 + r^2}{h^2} = 1,44$ ,  $0,44h^2 = r^2$  и најзад  $h = \frac{r}{\sqrt{0,44}} = 1,51 \text{ m}$ .
388.  $\theta = 24^\circ$



Сл. уз зад. 387

Сл. уз зад. 389

Сл. уз зад. 390

389. Изаберимо било коју тачку А на симетрици р, слика. Осветљеност ове тачке када су укључена оба извора је

$$E_A = E_1 + E_2 = \frac{I_1}{x^2} \cos \varphi + \frac{I_2}{x^2} \cos \varphi = \frac{\cos \varphi}{x^2} (I_1 + I_2) = \frac{h}{x^3} (I_1 + I_2).$$

- Када се искључи други извор,  $E_{A11} = E_1 = \frac{I_1}{x^2} \cos \varphi = \frac{h}{x^3} I_1$ . Следи:

$$\frac{E_{A11}}{E_{A11}} = \frac{I_1 + I_2}{I_1} = 2,6.$$

390. У тачку А долази светлост непосредно из извора, као и она одбијена од огледала (као да долази из имагинарног извора  $S_1$ , слика). Укупна осветљеност тачке А је

$$E = E_1 + E_2 = \frac{I_1}{L^2} + \frac{I_2}{(3L)^2},$$

- где је  $I_1 = I_2 = I$ , јер се светлост потпуно рефлектује од огледала, па је

$$E = \frac{I}{L^2} + \frac{I}{9L^2} = \frac{10I}{9L^2} = \frac{10}{9} E_0 = \frac{10}{9} \text{ k.}$$

## 11. ОПТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ

391. Из једначине овог сочива  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијемо  $p = \frac{lf}{l-f} = \frac{-|l|f}{-|l|-f} = \frac{|l|f}{|l|+f}$  ( $l$  је негативно,  $l = -|l|$ , јер је лик код дуге имагинаран), па је

$$U = \frac{|l|}{p} = \frac{f+|l|}{f} = 1 + \frac{|l|}{f}.$$

- Како се лик налази на даљини јасног вида ( $l = -s = -0,25 \text{ m}$ ),  $U = 1 + \frac{s}{f} = 13,5$ .

392. Из претходног задатка  $U = 1 + \frac{s}{f} = 1 + sD$ . Одавде је  $D = \frac{U-1}{s} = 20$  диоптрија.

393. За жижку даљину овог система сочива важи  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ ,  $f = \frac{3}{5} \text{ cm}$ , а увећање  $U = 1 + \frac{s}{f}$ ,  $s = 25 \text{ cm}$  – даљина јасног вида, па је  $U = 11,7$ .

394. Увећање лупе је  $U = 1 + \frac{|l|}{f}$ , где је  $l = -(s-x)$  растојање имагинарног лика од лупе, а  $s = 25 \text{ cm}$  даљина јасног вида.  $U = 4$ . 395.  $U = U_{ob} U_{ok} = 750$ .

396. Из  $U = \frac{ds}{f_1 f_2} = ds D_{ob} D_{ok}$  је  $d = \frac{U}{s D_{ob} D_{ok}} = 16 \text{ cm}$ .

397. У првом случају  $U_1 = \frac{ds}{f_{ob} f_{ok}} = ds D_{ob} D_{ok}$ . За  $d_1 = d + \Delta d$  је

$$U_2 = d_1 s D_{ob} D_{ok} = U_1 + \Delta d \cdot s D_{ob} D_{ok} = 800 + 40 = 840.$$

398.  $U = \frac{f_{ob}}{f_{ok}} = \frac{D_{ok}}{D_{ob}}$ ,  $D_{ob} = \frac{D_{ok}}{U} = \frac{60}{120} = 0,5$  диоптрија.

399. Из  $U = \frac{f_{ob}}{f_{ok}} = \frac{D_{ok}}{D_{ob}}$  и  $f_{ob} + f_{ok} = L$  – објектив и окулар су постављени тако да им се жижке поклапају –  $f_{ok} U + f_{ok} = L$ ,  $f_{ok} = \frac{L}{1+U} = 2 \text{ cm}$ ,  $D_{ok} = 50 \text{ D}$ ,  $D_{ob} = 0,525 \text{ D}$ .

400. Увећање дубина је  $U = \frac{f_{ob}}{|f_{ok}|} = \frac{|D_{ok}|}{D_{ob}}$ . Код ових дубина за окулар се користе расипна сочива да би се добио управан лик предмета. Зато је  $D_{ok} = -U D_{ob} = -30$  диоптрија.

401. а) Ако овај систем сочива користимо као микроскоп, објектив ће представљати сочиво са мањом жижком даљином  $f_2$  а окулар сочиво са већом жижком даљином  $f_1$ . Сочива се постављају на растојање веће од збира жижких даљина. Увећање микроскопа зависи од међусобног растојања сочива.

- б) Ако се систем користи као дубин, место сочива је обрнуто. Као објектив користи се сочиво веће жижке даљине. Објектив и окулар морају бити постављени на растојање од  $18 \text{ cm}$  (једнако збиру жижких даљина). Увећање оваког дубина је  $U = \frac{f_{ob}}{f_{ok}} = \frac{f_1}{f_2} = 2,6$ .

402. Када далековиди човек не носи наочаре, а предмет се налази на растојању  $p_1 = s = 50 \text{ cm}$  од очног сочива, лик предмета се формира на жутој мрљи ока,  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_0}$ , одакле

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{p_1}.$$

- Ако је предмет на мањем растојању од  $50 \text{ cm}$ , лик предмета се формира иза жуће мрље (смањивањем  $p$  смањује се  $\frac{1}{l}$ , тј.  $l$  расте). Са наочарима човек постиже да лик опет пада на жућу мрљу кад је предмет на  $p_2 = 25 \text{ cm}$  (ближа тачка акомодације „нормалног“ ока),  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{p_2}$ , одакле

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}.$$

Изједначавањем десних страна добија се  $\frac{1}{f_0} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{f} - \frac{1}{p_2}$  и сређивањем добијамо  $f = \frac{sp_2}{s - p_2}$ ,  $D = \frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f_0} - \frac{1}{p_2}$ .

Задатак се може решити и на други начин. Стављањем наочара постиже се да ако је предмет на растојању  $p = 25$  cm, његов лик буде на даљини јасног вида делековидог човека, тј. на растојању  $l = -p_1 = -50$  cm (знак „-“ јер је лик имагинаран). Одавде је  $-\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f}$  и даље  $f = 50$  cm, а  $D = 2$  диоптрије.

$$403. \text{ Без наочара } (p_1 = s = 20 \text{ cm}), \frac{1}{l} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_0},$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{p_1}.$$

Ако је предмет на већем растојању од 20 cm од очног сочива, лик предмета се формира испред жуте мрље. Са наочарима човек види и предмете који су даље од  $p_1$ , чак и бесконачно удаљене (даљња тачка акомодације „нормалног“ ока), тј.  $p_2 = \infty$ , па је  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{f}$ , односно

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{f} - \infty,$$

где су  $f_0$  - жижна даљина ока, а  $f$  - жижна даљина сочива наочара. Изједначавањем десних страна добијамо  $\frac{1}{f_0} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{f}$ ,  $f = -s = -20$  cm и  $D = -5$  диоптрија.

Задатак се може решити и на други начин. Стављањем наочара постижемо да се лик тачке из бесконачности налази на растојању  $p_1$  - даљини јасног вида кратковидог човека, па је  $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f}$  ( $-p_1$  јер је лик имагинаран). Како је  $p_2 = \infty$ , то је  $f = -p_1 = -20$  cm а  $D = -5$  диоптрија.

404. Оптичка једначина за дато сочиво има облик  $\frac{1}{f} = (n-1)\frac{2}{R}$ , одавде  $n = \frac{R}{2f} + 1$ . Жижну даљину рачунамо из  $U = 1 + \frac{s}{f}$ , где је  $s$  даљина јасног вида. Имамо  $f = \frac{R}{U-1}$  и  $n = \frac{R(U-1)}{2s} + 1 = 1,5$ .

405. Увећање објектива је  $U_{ob} = \frac{h'}{h} = \frac{l_1}{p_1}$ . Из једначине сочива објектива  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_{ob}}$  добијамо  $l_1 = \frac{p_1 f_{ob}}{p_1 - f_{ob}}$ , па је  $h' = h \frac{f_{ob}}{p_1 - f_{ob}}$ .

Увећање окулару је  $U_{ok} = \frac{h''}{h'} = \frac{|l_2|}{p_2}$ ,  $l_2 = -s = -0,25$  m - лик који даје окулар налази се на растојању јасног вида и имагинаран је. Из једначине сочива окулару  $-\frac{1}{s} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_{ok}}$  одређујемо  $p_2 = \frac{s f_{ok}}{s + f_{ok}}$ . После замене вредности за  $h'$ ,  $p_2$  и  $l_2$  у  $h'' = h' \frac{|l_2|}{p_2}$  добијамо  $h'' = h \frac{f_{ob}(s + f_{ok})}{(p_1 - f_{ob})f_{ok}}$ . Увећање микроскопа је

$$U = \frac{h''}{h} = \frac{f_{ob}(s + f_{ok})}{f_{ok}(p_1 - f_{ob})} = 52.$$

406. Када је предмет много удаљен од објектива, његов лик се налази у жижни иза објектива. Тај лик представља предмет за сочиво окулару од кога је удаљен у првом случају за  $p_1 = d_1 - f_{ob}$  ( $d_1$  - растојање објектива и окулару). Лик се налази на растојању  $l_1 = -10$  cm испред окулару (имагинаран лик). Важи  $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_{ok}}$ ,  $p_1 = \frac{l_1 f_{ok}}{l_1 - f_{ok}}$  и

$$d_1 = f_{ob} + \frac{l_1 f_{ok}}{l_1 - f_{ok}} = 37,5 \text{ cm}.$$

У другом случају лик који даје окулар формира се у даљој тачки акомодације ока  $l_2 = \infty$ , па је  $\frac{1}{l_2} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_{ok}}$ ,  $p_2 = f_{ok}$  и  $p_2 = f_{ok}$ . Како је  $p_2 = d_2 - f_{ob}$ , то је  $d_2 = f_{ob} + f_{ok} = 40$  cm - 2 cm = 38 cm.

407. Јасан лик у огледалу кратковидог човека (не користећи наочаре) види на растојању његове даљине јасног вида  $s'$ . При томе је  $s' = 2l$ , где је  $l$  растојање човека од огледала. Користењем наочара човек постиже да се лик предмета на даљини јасног вида „нормалног“ човека ( $s = 25$  cm) нађе на даљини јасног вида  $2l$  кратковидог човека. На основу тога,  $-\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$ , тј.  $-\frac{1}{2l} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} = D$ ,  $\frac{1}{2l} = \frac{1}{s} - D$ ,  $l = \frac{s}{2(1 - Ds)} = 6,25$  cm.

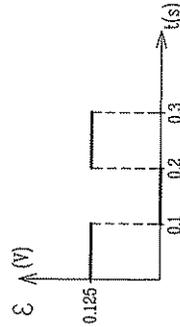
408. Удаљеност предмета од наочара је  $p = (25 - 1,5)$  cm = 23,5 cm. Удаљеност лика (који је имагинаран јер је испред сочива; наочари уствари чине да се лик нађе на даљини јасног вида далековидог човека, тј. на 2 m) је  $l = -(2 \text{ m} - 1,5 \text{ cm}) = -198,5$  cm. Из једначине сочива (наочара)  $\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  добијамо  $f = \frac{lp}{l+p} = 26,7$  cm.

409.  $f = -l = -(80 - 1,5)$  cm = -78,5 cm.

## 12. Тестови

12.1.

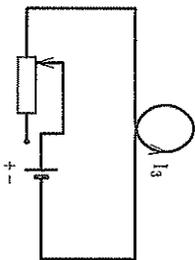
- магнетног, магнетног
- јачине струје
- електромоторној сили
- врложног, магнетног
- кварагу



Сл. уз зад. 6

Сл. уз зад. 7

9. Не. 10. Не. 11. а) Не; б) да; в) да. 12. а) Не; б) да. 13. а) Не; б) да. 14. а) Не (ако се шипка креће равномерно, на њени крајевима је стајна разлика потенцијала, па је количина наелектрисања на плочама стална). б) Да (када се проводник креће убрзано, мења се разлика потенцијала на плочама кондензатора, па се мења и количина наелектрисања на плочама, те ће кроз проводник процистати струја).



Сл. уз зад. 8

15. а) Не мења се; б) повећава се. 16. Смањује се. 17. Не мења се. (При кретању проводника у сваком од њих се индукује електромоторна сила  $\mathcal{E} = Blv$ , где је  $l$  странаца квадрата који чине проводници. Укупна ЕМС која се индукује у квадратној контури чија се странаца мења је  $\mathcal{E}_m = 4Blv$ . Како је јачина струје  $I = \frac{\mathcal{E}_m}{R_s} = \frac{4Blv}{4l\rho} = \frac{\rho v}{S}$ , из

услова да су проводници хомогени, да је поље хомогено и брзине константне следи да се јачина струје не мења.)

18. Повећава се. 19. а) Повећава се; б) смањује се. 20. Не мења се. (Када се преклопни затвори, кроз тај део кола је јачина струје једнака нули, па је еквивалентни отпор контуре исти, а у раму се индукује ЕМС исте вредности као у случају кад је преклопач отворен.)

21.  $A > B$ . 22.  $A = B$ . 23.  $A < B$ . (Из услова да је у питању исти проводник може се написати  $l = N_A \cdot 2\pi r = N_B \cdot 2\pi r$ , одакле је  $N_A r = N_B r$ . Следи

$$\frac{\mathcal{E}_A}{\mathcal{E}_B} = \frac{-N_A \frac{\Delta B}{\Delta t} S_A}{-N_B \frac{\Delta B}{\Delta t} S_B} = \frac{N_A r_A \cdot 2\pi r}{N_B r_B \cdot 2\pi r} = \frac{r_A}{r_B} = \frac{N_B}{N_A}$$

Како је  $N_B < N_A$ , то је  $A < B$ .)

24. а)  $A > B$ ; б)  $A = B$ . 25. б. 26. г. 27. г.

28. а. (Како проводник (1) није изолован, ако га сложимо дупло, добиће се проводник (2) чија је дужина  $l_2 = l_1/2$ , а површина попречног пресека  $S_{02} = 2S_{01}$ . При промени магнетног флукса у оба навојка се индукује струја, при чему је

$$I_1 = -\frac{\Delta B S_1}{\Delta t R_1} = -\frac{\Delta B \left(\frac{l_1}{2\pi}\right)^2 \pi}{\Delta t \frac{\rho l_1}{50l}} = -\frac{\Delta B l_1 S_{01}}{\Delta t 4\pi\rho}$$

$$I_2 = -\frac{\Delta B S_2}{\Delta t R_2} = -\frac{\Delta B \left(\frac{l_1}{2 \cdot 2\pi}\right)^2 \pi}{\Delta t \frac{\rho \cdot 2 \cdot 2S_{01}}{l_1}} = -\frac{\Delta B l_1 S_{01}}{\Delta t 4\pi\rho}$$

Одакле,  $I_1 : I_2 = 1 : 1$ .) 29. а.

## 12.2.

1. амплитуда 2. занемарљивих, занемарљиве 3. која пролази кроз вета,  
Земљине теже 4. почетне 5. електричног поља

6. а-1, б-3, в-4. 7. а-3, б-4, в-6. 8. а-3, б-4, в-5. (Из услова да је тело хомогено добија се  $\frac{M_1}{M_2} = \frac{4}{3} \frac{R}{R} \pi$  и  $M_2 = \frac{1}{8} M_1$  ( $M_1$  и  $M_2$  су масе пуне кугле и извађеног дела, респективно). Маса преосталог дела је  $M = \frac{7}{8} M_1$ . Момент инерције шупље кугле је

$$I = I_1 - I_2 = \frac{2}{5} M_1 R^2 + M_1 R^2 - \left[ \frac{2}{5} M_2 \left(\frac{R}{2}\right)^2 + M_2 R^2 \right] = \frac{101}{80} M_1 R^2$$

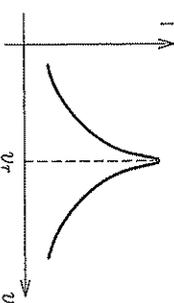
Када се замене ове вредности у израз за период осциловања физичког клина, знајући да је уделеност центра масе од осе око које тело осцилује једнака  $R$ , добија се

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MgR}} = 2\pi \sqrt{\frac{101MR}{70g}}$$

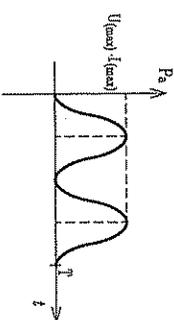
9. а-3, б-4, в-6. 10. а-5, б-6, в-2. 11. а-2, б-3. 12. а-2, б-3. 13. б. 14. Да. 15. Да. 16. Не. 17. Не. 18. Да. 19. Да. 20. Смањује се. 21. Не мења се. 22. Повећава се. 23. Смањује се. 24. а) Смањује се; б) не мења се. 25. а)  $A > B$ ; б)  $A = B$ . 26. а)  $A < B$ ; б)  $A = B$ . 27.  $A > B$ . 28.  $A < B$ . 29.  $A = B$ . 30. в. 31. д. 32. б. 33. д. 34. б. 35. в.

## 12.3.

1. наизменична 2. коефицијента самоиндукције, фреквенције 3. максималне амплитуде 4. струја 5. термичком



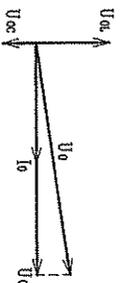
Сл. уз зад. 6



Сл. уз зад. 7

9. а-3, б-1, в-4. 10. а-5, б-3. 11. а-2, б-6, в-5. 12. а-2, б-4. 13. Да. 14. Не. 15. Не. 16. Да. 17. Да. 18. а) Не мења се; б) смањује се. 19. а) Не мења се; б) повећава се; в) смањује се. 20. Повећава се ( $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = R\sqrt{2} < 2R$ ). 21. Повећава се. 22. Смањује се.

Сл. уз зад. 8

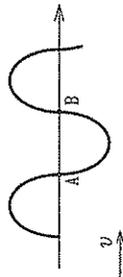


23.  $A = B$ . 24.  $A < B$ . 25.  $A > B$ . 26.  $A < B$ . 27.  $A < B$ . 28. г. 29. в. 30. г. 31. д. 32. в.

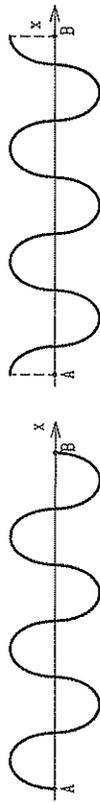
## 12.4.

1. таласно кретање, талас 2. таласни фронт 3. таласна дужина 4. интензитет таласа 5. стојећи талас 6. 20 Hz, 20 kHz

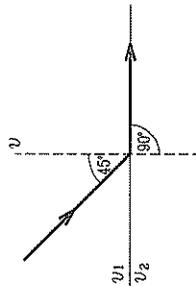
7. На основу задатка 176. 8. Расстојање  $AB = 3\lambda$  (слика).



Сл. уз зад. 7



Сл. уз зад. 8



Сл. уз зад. 9

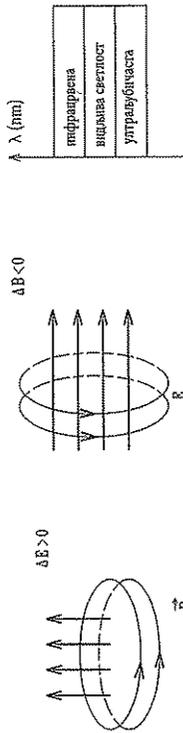
12. а - 7, б - 1, в - 4, г - 5, д - 8. 13. а - 5, б - 4, в - 7, г - 1. 14. а - 1, б - 3, в - 4. 15. а - 3, б - 1. 16. а - 1, б - 2. 17. а) Не; б) да. 18. а) Не; б) не; в) да. 19. а) Да; б) не. 20. а) Не; б) не. 21. Не.

22. а) Повећава се; б) смањује се; в) повећава се. 23. а) Повећава се; б) смањује се; в) смањује се. 24. а) Смањује се; б) повећава се. 25. а) Повећава се; б) не мења се; в) смањује се. 26. а) Повећава се; б) повећава се. 27. в. 28. в. 29. в. 30. г. 31. а. 32. б. 33. а. 34. в. 35. а (видети задатак 228).

12.5.

1. наелектрисане, убрзано 2. монохроматска 3. мале, дифракцијом 4. Поларизовани, истој равни 5. апсолутни индекс 6. индекса, дисперзија 12. а - 4, б - 2, в - 3. 13. а - 4, б - 3, в - 6. 14. а - 2, б - 1, в - 3. 15. а - 2, б - 4.

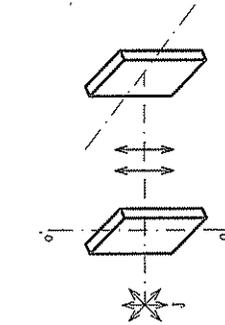
16. а) Да; б) не; в) да. 17. а) Да; б) не. 18. а) Не; б) да. 19. а) Не; б) да. 20. а) не; б) да.



Сл. уз зад. 7

Сл. уз зад. 8

Сл. уз зад. 9



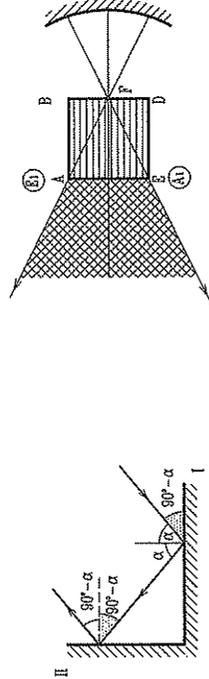
Сл. уз зад. 10

Сл. уз зад. 11

21. а) Смањује се; б) повећава се. 22. а) Повећава се; б) повећава се; в) повећава се. 23. а) Смањује се; б) смањује се; в) не мења се. 24. а) Повећава се; б) смањује се. 25. а) Повећава се; б) повећава се; в) повећава се. 26. а. 27. в. 28. д. 29. б. 30. г. 31. б. 32. а.

12.6.

1. Огледало 2. сочиво 3. видни угао 4. даљина јасног вида 5. Фотометри



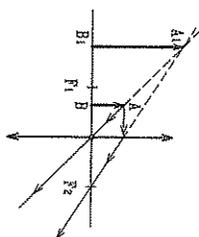
Сл. уз зад. 6

Сл. уз зад. 7

10. а - 3, б - 1, в - 4, г - 6. 11. а - 4, б - 2, в - 6. 12. а - 3, б - 2. 13. а - 6, б - 1, в - 4, г - 2. 14. а - 2, б - 3.

15. а) Не; б) не; в) да. 16. а) Не; б) не; в) да. 17. а) Не; б) не; в) да. 18. а) Не; б) да. 19. а) Не; б) да; в) не. 20. а) Повећава се; б) повећава се; в) повећава се. 21. а) Смањује се; б) не мења се; в) смањује се.

22. а) Повећава се; б) не мењају се; в) повећава се. 23. а) Смањује се; б) не мења се. 24. а) Смањује се; б) повећава се; в) смањује се.



Сл. уз зад. 8



Сл. уз зад. 9

25. б. 26. г. 27. б. 28. в. 29. в. 30. б ( $\frac{1}{f} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  ( $f < 0$ ) и  $p = -f$   
 даје  $t = \frac{f}{2}$  ( $f < 0$ )). 31. б. 32. б.

Табела 1: ОСНОВНЕ ВЕЛИЧИНЕ И ЈЕДИНИЦЕ СИ СИСТЕМА

Величина	Јединица	Ознака
1. Дужина	метар	m
2. Време	секунда	s
3. Маса	килограм	kg
4. Јачина електричне струје	ампер	A
5. Термодинамичка температура	кељвин	K
6. Јачина светлости	кандела	cd
7. Количина супстанце	мол	mol

Табела 2: ДОПУСКНЕ ЈЕДИНИЦЕ СИ СИСТЕМА

Величина	Јединица	Ознака
1. Угао	радијан	rad
2. Просторни угао	стерадијан	sr

Табела 3: НЕКЕ ИЗВЕДЕНЕ ЈЕДИНИЦЕ СИ СИСТЕМА

Величина	Јединица	Ознака	Дезиниција
1. Површина	квадратни метар	m <sup>2</sup>	
2. Запремина	кубни метар	m <sup>3</sup>	
3. Брзина	метар у секунду	m/s	
4. Убрзање	метар у секунду на квадрат	m/s <sup>2</sup>	
5. Угаона брзина	радијан у секунду	rad/s	
6. Угаоно убрзање	радијан у секунду на квадрат	rad/s <sup>2</sup>	
7. Фреквенција ротације	секунда на -1	s <sup>-1</sup>	
8. Густива	килограм по кубном метру	kg/m <sup>3</sup>	
9. Сила	њутн	N	kg · m/s <sup>2</sup>
10. Притисак	паскал	Pa	N/m <sup>2</sup>
11. Импулс	килограм метар у секунду	kg · m/s	
12. Рад, енергија, количина топлоте	џул	J	N · m
13. Снага	ват	W	J/s
14. Топлотни капацитет	џул по келвину	J/K	
15. Специфични топлотни капацитет	џул по килограм келвину	J/kgK	
16. Моларни топлотни капацитет	џул по мол келвину	J/molK	

Беличина	Јединица	Ознака	Девфиниција
17. Ентропија	кул по келвину	J/K	
18. Специфична топлота фазног прелаза	кул по килограму	J/kg	
19. Нормални напон (напрезање)	њути по квадратном метру	N/m <sup>2</sup>	
20. Кофицијент вискозности	паскал секунда	Pa·s	
21. Кофицијент површног напона	њути по метру	N/m	A·s
22. Количина наелектрисања	кулон	C	
23. Линијска густина наелектрисања	кулон по метру	C/m	
24. Површинска густина наелектрисања	кулон по квадратном метру	C/m <sup>2</sup>	
25. Запреminsка густина наелектрисања	кулон по кубном метру	C/m <sup>3</sup>	
26. Електрични погенцијал, напон	волт	V	J/C
27. Јачина електричног поља	волт по метру	V/m	
28. Флуks електричног поља	њути по кулону	N/C	
29. Електрична отпорност	волт метар ом	V·m Ω	V/A
30. Специфична отпорност	ом метар	Ω·m	
31. Електрична проводност	сименс	S/m	1/Ω
32. Специфична проводност	сименс по метру	S/m <sup>2</sup>	
33. Електрични капацитет	фарад	F	C/V
34. Густина електричне струје	ампер по квадратном метру	A/m <sup>2</sup>	
35. Електрични момент дипола	кулон метар	C·m	
36. Јачина магнетног поља	ампер по метру	A/m	
37. Магнетна индукција	тесла	T	N/A·m
38. Флуks магнетног поља	вебер	Wb	T·m <sup>2</sup>
39. Индуктивност	хенри	H	Wb/A
40. Магнетни момент дипола	ампер квадратни метар	A·m <sup>2</sup>	
41. Фреквенција осцилација	херц	Hz	1/s
42. Таласни број	метар на -1	m <sup>-1</sup>	
43. Интензитет таласа (зрачења)	ват по квадратном метру	W/m <sup>2</sup>	
44. Светлосни флуks	лумен	lm	cd sr
45. Осветљеност	луks	lx	cd sr/m <sup>2</sup>

Табела 4: НЕКЕ ВАНСИСТЕМСКЕ ЈЕДИНИЦЕ

Беличина	Јединица	Ознака	Однос са јединицом SI
1. Маса	1. грам 2. тона 3. атомска јединица масе	g t u	10 <sup>-3</sup> kg 10 <sup>3</sup> kg 1,66 · 10 <sup>-27</sup> kg
2. Дужина	ангстрем	Å	10 <sup>-10</sup> m
3. Време	1. минут 2. час 3. дан	min h D	60 s 3600 s 86400 s
4. Површина	1. ар 2. хектар	a ha	100 m <sup>2</sup> 10 <sup>4</sup> m <sup>2</sup>
5. Запремина	литар	l	10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>
6. Притисак	1. бар 2. милиметар живиног стуба	bar mmHg	10 <sup>5</sup> Pa 133 Pa
7. Рад, енергија	1. електронволт 2. калорија	eV cal	1,6 · 10 <sup>-19</sup> J 4,19 J
8. Температура	Целзијусов степен	°C	1 °C = 1 K

Табела 5: ПРЕФИКСИ

НАЗИВ ПРЕФИКСА	Ознака	Вредност
екса	E	10 <sup>18</sup>
пета	P	10 <sup>15</sup>
тера	T	10 <sup>12</sup>
гига	G	10 <sup>9</sup>
мега	M	10 <sup>6</sup>
кило	k	10 <sup>3</sup>
хекто	h	10 <sup>2</sup>
дека	da	10 <sup>1</sup>
деци	d	10 <sup>-1</sup>
сенти	c	10 <sup>-2</sup>
мили	m	10 <sup>-3</sup>
микро	μ	10 <sup>-6</sup>
нано	n	10 <sup>-9</sup>
пико	p	10 <sup>-12</sup>
фемто	f	10 <sup>-15</sup>
ато	a	10 <sup>-18</sup>

# ИНДЕКС ПОЈМОВА

Аберација  
сфера 155  
хроматична 155  
акомодација 164  
амплитуда 17  
бразне 20  
почетна 39  
убрзана 20  
анализатор 123  
ангена 107  
ансорпција светлости 134  
асинхрони мотор 68  
Бетатрон 14  
блесак 160  
боја  
светлости 105  
звуча 94  
бразина  
електромагнетних таласа 100  
звуча 89  
светлости (фазна и групна) 135  
таласа 73  
Ваздушни стуб 92  
вар 62  
ватметар 62  
висина звуча 94  
Гагилејев дурбин 169  
генератор 62  
МХД 10  
главна оптичка оса  
огледала 141  
сочива 149  
граница бола 94  
граница разлагања 172  
густина  
електромагнетног поља 14  
магнетног поља 13

отвора 116  
таласа  
Далнина јасног вида 166  
двоглед 169  
децибел 93  
диспгрција 154  
дисперзија светлости 132  
анормална 133  
нормална 133  
дифракција  
рендгенских зрака 120  
светлости 120  
таласа 87  
дифракциона решетка 116  
дифракциона слика 87  
дихроизам 127  
Експерименти  
Јанов 110  
Френелов 110  
електромагнетна индукција 3  
еигонанција 17  
енергија  
електричног осциловања 37  
магнетног поља 12  
таласа 75  
светлости 157  
хармонијског осциловања 24  
ефекат  
Доллеров 95  
Доллеров у оптици 137  
Керв 127  
Гиндалов 134  
ефективна вредност  
напона 49  
струје 49  
Жижка  
огледала 142

сочива 149  
жижна далнина  
огледала 142  
сочива 149  
Закон  
ансорпције 135  
Брустеров поларизације 125  
електромагнетне индукције 7  
Магусов 126  
Дамбергов 160  
окобијања светлости 130  
окобијања таласа 78  
осцилаторног кретања 19  
преламања светлости 131  
преламања таласа 79  
Фарадејев 7  
звук 89  
зрак  
карактеристични 142, 150  
светлосни 139  
таласни 71  
Избијање 29  
извор  
електромагнетних таласа 101  
звуча 90  
таласа 71  
импеданса 51  
индекс преламана  
ансолутни 100  
релативни 100  
индукована ЕМС 5  
индукована струја 6  
интензитет  
звуча 93  
ЕМТ 103  
таласа 76  
интерференција 85  
деструктивна 86  
конструктивна 86  
светлости 110  
интерференциона слика 85  
инфразвук 97

Јачина звука  
објективна 93  
субјективна 93  
јачина светлости 158  
једначина  
главна 153  
огледала 145  
оптичка 153  
таласа 76  
трансформатора 65  
сочива 152  
Кандела 161  
квално  
калематичко 31  
физичко 32  
коэффициент  
приниуења 39  
самондукије 11  
трансформатора 65  
константа решете 116  
коло  
отворено осцилаторно 102  
редно *RLC* 58  
кретање  
осцилаторно 17  
периодично 17  
хармонијско 18  
крива  
дисперзије 133  
осетљивости 160  
Лик  
имажинарни (виртуелни) 139, 151  
реални 139, 151  
лумен 161  
лукс 161  
луксметар 161  
луга 166  
Мајкелсонов интерферометар 113  
максимум  
главни 118  
дифракциони 87  
интерференциона 86, 112  
ленгратни 87, 112

микроскоп 166  
 микрофон 95  
 електродинамички 95  
 кондензаторски 95  
 минимум  
 дифракциони 87  
 интерференциони 86, 112  
 модулација 29  
 моћ разлагања 119  
 Нит 161  
 Објектив 167  
 област чујности 94  
 огледало  
 издубљено (конкавно) 141  
 испупчено (конвексно) 141  
 равно 140  
 сферно 140  
 Френелово 110  
 одбијање  
 дифузно 130  
 светлости 130  
 таласа 78  
 око 164  
 окулар 166  
 оптичка моћ (јачина) 154  
 оптика  
 геометријска 139  
 таласа 109  
 осветљеност 159  
 осцилатор  
 електрични 34  
 механички 17  
 осцилације  
 електричне 18, 34  
 пригушене (амортизоване) 37  
 принудне 18, 40  
 слободне (сопствене) 18, 31  
 хармонијске 19  
 отпор  
 активни 52  
 капацитивни 56  
 индуктивни 53  
 реактивни 57  
 термогени 52

Период 17  
 математичког клатна 32  
 физичког клатна 32  
 хармонијског осциловања 23  
 паралелна плоча 146  
 поларизатор 123  
 поларизација  
 светлости 123  
 таласа 122  
 полариметрија 128  
 полароид 126  
 полупречник кривине 142  
 поље  
 вртложно 101  
 електромагнетно 101  
 праг чујности 94  
 правило  
 десног завртња 9  
 Ленцово 8  
 преламбање  
 деојко 126  
 светлости 131  
 таласа 79  
 призма 147  
 примар 64  
 принцип  
 Хајгенсов 78  
 Хајгенс-Френелов 114  
 приписак ЕМГ 103  
 пулсирање 29  
 Равнотежни положај 17  
 радио предајник 106  
 радио пријемник 107  
 расејање светлости 134  
 резистор 52  
 резонанција 43, 59  
 напонска 60  
 ротирајући вектор (фазор) 27  
 ротор 62  
 Самондукција 11  
 светлосни сноп 139  
 светлосни флукс 158  
 светлост  
 видљива 105

делимично поларизована 124  
 инфрацрвена 105  
 монохроматска 109  
 поларизована 124  
 полихроматска 109  
 природна (неполаризована) 124  
 ултраљубичаста 105  
 секундар 64  
 сила  
 еластична 19  
 Лоренцова 4  
 поврагта 19  
 снага наизменичне струје  
 активна 62  
 привидна 62  
 реактивна 62  
 сочиво 148  
 дебело 149  
 расишно 149  
 сабирно 149  
 танко 149  
 спектар 30  
 дифракциони 117  
 дисперзни 133  
 ЕМГ 104  
 континуални 31  
 линијски (дискретни) 31  
 спектрални апарати 173  
 средина  
 анизотропна 125  
 непрозрачна 135  
 оптички активна 127  
 оптички гушћа 131  
 оптички рефа 131  
 прозрачна 135  
 стерадијан 158  
 статор 62  
 степен корисног дејства 65  
 струја  
 двофазна 67  
 монофазна 67  
 наизменична 47  
 трофазна 67  
 суперпозиција таласа 81  
 Талас 71  
 делимично поларизован 124  
 звучни 89  
 електромагнетни (ЕМГ) 99  
 кохерентни 109  
 линеарно поларизован 124  
 линијски 71  
 лонгитудинални 72  
 механички 71  
 одбијени 77  
 површински 71  
 преломљени 77  
 природан (неполаризован) 124  
 прогресивни 82  
 просторни 71  
 равни 71  
 стојећи 82  
 сферни 71  
 трансверзални 72  
 упадни 77  
 таласна дужина  
 таласа 73  
 светлости 104  
 таласна зона 101  
 таласни пакет 135  
 таласни фронт 71  
 телескоп 168  
 рефлекторски 170  
 рефракторски 148  
 теме огледала 142  
 Томсонова формула 36  
 тон  
 музички 89  
 прост 89  
 сложен 89  
 тотална рефлексија 132  
 трансформатор 65  
 трубуси 83  
 турмалин 125  
 Увешање  
 линеарно огледала 145  
 линеарно сочива 152  
 угаоно 163

угао	фреквенција 17
Брустеров 124	Доплераова 96
дисперзиони 133	кружна 20
одбојни 77	пригушеног осциловања 39
преломни 77	резонантна 43, 59
призме 147	светлости 109
просторни 158	сопствена 31
скретања 147	сопствена стојећег таласа 84
упадни 77	сопствена таласа 83
угаона ширина 118	
угаони таласни број 77	Хармонијска анализа 30
угризазук 97	хармоники
ухо 94	виши 30, 84, 89
учесталост	први (основни) 30, 84, 89
кружна 20	херц 17
	холографика 120
Фактор	
доброге ( $Q$ -фактор) 39	Пентар кривине 142
снаге 61	првени помак 137
фаза 68	Чворови 83
почетна 20	Шум 89
фотометар 161	

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Л. П. Ваканина и др: *Сборник задач по физике*, Москва 1975.
- [2] В. А. Валаш: *Задачи по физике и методы их решения*, Москва 1983.
- [3] С. Вожин, М. Распоповић, Е. Даниловић: *Физика за III разред гимназије*, Завод за издавање уџбеника, Београд 2000.
- [4] И. И. Воробьев и др: *Задачи по физике*, Москва 1988.
- [5] И. Е. Иродов: *Задачи по общей физике*, Москва 1988.
- [6] О. Ф. Кабардин, С. И. Кабардина, В. А. Орлов: *Задачи для контроля знаний учащихся по физике средней школе*, Москва 1983.
- [7] О. Ф. Кабардин, В. А. Орлов: *Физика, тесты*, Москва 1998.
- [8] С. М. Козел и др: *Сборник задач по физике*, Москва 1983.
- [9] Ю. Г. Павленко: *Тест – физика*, Москва 1993.
- [10] Н. Парафентьева, М. Фомина: *Решение задач по физике*, Москва 1993.
- [11] Н. Е. Савченко: *Решение задач по физике*, Москва 1988.
- [12] С. Е. Фрим, А. В. Тиморьева: *Курс опште физике, I-III*, пр. с рукокоп, Завод за издавање уџбеника Србије, Београд 1969–1970.
- [13] J. Avison: *The world of physics*, 2nd ed., Thomas Nelson and Sons Ltd, 1989.
- [14] P. Brachand, J.-P. Duprandeau, Ph. Faye, G. Thomassier: *Physique*, Hachette Lycées, Paris 1989.
- [15] K. Dobson, D. Grace, D. Lovett: *Physics*, 2nd ed., Collins Educational, London 1998.
- [16] Min Chan: *Physics problems with solutions*, New Jersey 1974.
- [17] F. W. Sears: *Optika*, pr. sa engleskog, Naučna knjiga, Београд 1963.
- [18] Дž. Voker: *Leteći svetlos fizike*, pr. sa engleskog, „Vuk Karadžić“, Београд 1986.
- [19] V. M. Vučić, D. M. Ivanović: *Fizika I-II*, Naučna knjiga, Београд 1989–1990.
- [20] B. M. Yavorosky and A. A. Pinsky: *Fundamentals of Physics, I-II*, transl. from Russian, 3rd edition, Mir Publishers, Moscow 1987.